
FONDO PIZZOFALCONE

MANUALE

PE'

SOLDATI E SOTTO-UFFIZIALI

DEL REAL ESERCITO

ATTO

A GUIDARLI NE' DIVERSI ESAMI CUI VANNO SOTTOMESSI

GIUSTA I PROGRAMMI FISSATI

PER LE VARIE ARMI.







NAPOLI,

NELLA TIPOGRAFIA DEI FRATELLI REALE

1837.

Prefazione.

Quando Luigi XVIII diceva esserci nella giberna di ogni soldato il bastone di maresciallo di Francia palesava, come fosse stato il campo aperto da tante guerre all'ambizione di ogni militare, e qual norma aver dovessero i conduttori degli eserciti, per menarli tra i pericoli delle battaglie con lo sprone della gloria e dei premii nobilissimi che li aspettavano. Generosamente poneva in pratica tal gravissima sentenza il giovine Sovrano delle due Sicilie, e fin dai primi momenti intendeva a migliorar la sorte de' sotto uffiziali e soldati. Con un decreto chiamava tutti indistintamente ad aspirar a gradi elevati della milizia; epperò voleva vederli prima capaci delle funzioni cui si destinavano. Ed eccitando in loro un ardente emulazione conseguiva i migliori risultamenti, e progressivo e rapido era l'immegliamento di tutto l'intero esercito.

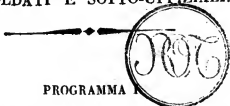
A render più agevole l'acquisto delle tante e sì svariate cognizioni fermate ne' diversi programmi di esame, le abbiamo coordinate e riunite insieme in un sol volume. Il quale mentre potrà servir di norma all' istruzione, consente a' soldati e sotto uffiziali di fanteria e cavalleria, dell' artiglieria o del genio della gendarmeria a piede o a cavallo, il trovar tutto quello che è necessario a ben rispondere a' varj quesiti su gli esami cui saranno sottomessi prima di giungere al grado di uffiziale.

E poichè nostro proposito è stato di discorrere segnatamente di quelle cose le quali per esser parte delle scienze esatte o di guerra, riescono difficoltose alla intelligenza de' più; così abbiam tralasciato di raccogliere quanto riguarda l' ordinanza di piazza amministrativa o di manovra ed il codice penale; le quali cose non vogliono comenti nè riflessioni, ed i soldati e sotto uffiziali fa d'uopo che le mandino letteralmente a memoria.

Certo di far cosa grata ed utile all'esercito, i compilatori offrono di buon grado questo debole loro lavoro a' soldati e sotto uffiziali cui segnatamente ebbero in pensiero di dedicarlo.

MANUALE

PE' SOLDATI E SOTTO-UFFIZIALI.



PROGRAMMA

Per gli esami del Real corpo della Gendarmeria.

PER L' ASCENSO DA GENDARME DI PRIMA CLASSE A CAPORALE.

IN ISCRITTO). Le quattro operazioni di aritmetica sugl' interi. — Compilazione di un processo verbale tratto a sorte dagli esempj del manuale dell'arma.— In che modo si forma la gente che monta la guardia e come si divide — Qual' è l' obbligo del capo posto di una guardia che smonta. — Qual' è l' obbligo di un capo posto arrivando al posto di guardia, e come prenderà la consegna. — Quali sono i doveri di un capo posto durante la sua guardia, ed a chi farà i suoi rapporti. — Come si ricevono le ronde dalle guardie. — Quali sono i doveri de' sotto uffiziali di ronda, e cosa faranno incontrandone un' altra. — Quali sono i doveri del sotto uffiziale di pattuglia. — Quali sono i doveri del capo posto dell' avanzata delle piazze chiuse, quando scopre una truppa che si avvicina. — Quali sono i doveri di un sotto uffiziale che alla testa di una partita debba entrare in una piazza chiusa. — Quali sono gli onori militari dovuti ad un distaccamento che marcia. — Sul manuale dell' arma. — Applicazione di diversi casi dell' ordinanza di piazza.

A VOCE). Nomenclatura de' pezzi di un fucile, modo di montarlo, e smontarlo.

SUL TERRENO.) Maneggio d' armi cariche e fuochi.

PER L' ASCENSO DA CAPORALE A CAPORAL-FORIERE.

IN ISCRITTO). Situazione della forza della compagnia con le mutazioni. — Carpetta di prest. — Esempio di un foglio di rivista mensuale di commessario, con tutte le possibili mutazioni. — Idem di un foglio di distribuzione di prest, soprappiù di prest, e veteranze. — Idem di un foglio di sconto colla corrispondente ricapitolazione. — Sull' ordinanza di piazza come i gendarmi di prima classe ascendono a caporale.

A VOCE). Registri della compagnia, modo di tenerli, e specialmente della mano corrente.

PER L' ASCENSO DI SEDONDO SERGENTE A PRIMO.

IN ISCRITTO) Esempio di un foglio di rivista mensuale di commessario con tutte le possibili mutazioni. — Idem di un foglio di sconto colla corrispondente ricapitolazione.—Compilazione di un processo verbale, tratto a sorte dagli esempj del manuale dell'arma.—Doveri di un sotto uffiziale nel servizio interno della propria compagnia. — Doveri di un capo posto di guardia. — Modo di eseguire, e ricevere le ronde e le pattuglie. — Doveri di un sotto uffiziale nelle marce, negli alloggi, e nelle distribuzioni. — Quantità e qualità de' registri neccessarj per una compagnia, per una tenenza, per una brigata, e modo di tenerli.

A VOCE). Sul manuale dell' arma. — Applicazione de' diversi casi dell'ordinanza di piazza.

SUL TERRENO) Maneggio di armi cariche e fuochi. — Manovra di divisione.

PROGRAMMA II.

Per gli esami diversi de' sottouffiziali del Corpo Reale di Artiglieria a norma dell' articolo 170 del regolamento per gli ascensi militari approvato con Real decreto de' 13 aprile 1828.

PER L' ASCENSO DA CAPORALE A SECONDO SERGENTE.

1. Carattere leggere e scrivere correttamente. — 2. Prime quattro regole d' aritmetica pratica. — 3. Nomenclatura delle bocche a fuoco, e degli affusti di ogni specie. — 4. Nomenclatura di tutti i pezzi componenti il moschettone con ismontarlo, e

montarlo. — 5. Maneggio d' armi, sia col moschettone, sia colla sciabla, ed esercizj elementari delle bocche a fuoco di ogni specie, e sopra affusti di ogni genere. — 6. Scuola del pezzo di campagna, col cassone corrispondente. — 7. Manovra della Capria, e nodi. — 8. Calcolo pratico delle piramidazioni de' projetti. — 6. Nozioni su i fuochi artificiali da guerra. — 10. Doveri di un sergente in campagna in marcia ed in guarnigione, e quello di un capo posto di guardia.

PER L' ASCENSO DA SECONDO SERGENTE A PRIMO SERGENTE.

1. Tuttociò che si è testè stabilito in modo più esteso e dettagliato. — 2. Amministrazione interna di una compagnia giusta i principj dell' ordinanza dell' amministrazione militare, e redazione, secondo i modelli di tutti gli stati riguardanti la parte in materia, ed in finanza di detta amministrazione. — 3. Disciplina di una compagnia. — 4. Evoluzione di un plotone di fanteria — 5. Manovra di una sezione de' pezzi di battaglia e di montagna, ed indicare quale dovrà esserne l' approvisionamento rispettivo.

PER L' ASCENSO DA PRIMO SERGENTE AD AJUTANTE SOTTO UFFIZIALE.

1. Istruzioni e manovre diverse di una bàtteria di campagna, e di una divisione di fanteria. — 2. — Costruzioni delle diverse batterie di assedio, e formazione degli oggetti che necessitano per le medesime, come salciccioni gabbioni graticci e picchetti. — 3. Manovre di forza, e completa scuola dei fuochisti — 4. Conoscenza pratica delle parti costitutive di una fortificazione.

N. B. I secondi sergenti, i primi sergenti, e gli ajutanti delle compagnie artefici, alle pratiche ed agli esercizj de' cannoni e de' fucili, sostituir debbono le manovre de' ponti diversi, e gli esami particolàri della propria arte.

PER LA NOMINA DE' SECONDI SERGENTI E GUARDIANI.

1. Nomenclatura ed uso di tutti i generi di artiglieria loro distribuzione, e metodo di conservazione ne' magazzini. — 2. Redazione delle contabilità finanza, e materia di artiglieria.

PER LA NOMINA DE' PRIMI SERGENTI, E PROMOZIONI DEI GUARDIANI E GUARDA MAGAZZINI DI TERZA CLASSE.

1. Doveri di un guarda magazzino nelle piazze e ne' parchi di artiglieria. — 2. Quanto si è stabilito nel precedente programma con maggior profondità ed estenzione. — 1. Pratiche tutte di artiglieria, concernenti i doveri di un uffiziale, negli assedj nelle piazze, e negli arsenali. — 2. Istruzione pratiche sulla maniera di puntare e su i diversi tiri. — 3. Statuto penale militare. — 4. Contabilità materie e finanze, tanto pel personale, che pel materiale di artiglieria.

PROGRAMMA III.

Pei diversi esami a' quali devono essere assoggettate le truppe del genio per gli avanzamenti da caporale sino ad alfiere del Battaglione Pionieri. Approvato da S. M. in data dei 3 febbrajo 1836.

PER L' ASCENSO DI CAPORALE A SECONDO SERGENTE.

1. Compilare un rapporto sopra un tema relativo al servizio di un secondo sergente capo posto d' una guardia di piazza. — 2. Le prime quattro regole dell' aritmetica pratica. — 3. Denominare tutte le parti che compongono una batteria, su di un modello in rilievo. — 4. Conoscere praticamente la costruzione dei gabbioni, salciccioni, graticci, sacchi a terra, zolle, e delle spianate pei diversi pezzi di artiglieria; indicando il numero e la distribuzione degli uomini da impiegarvisi. — 5. Indicare il modo, come adoperare le zolle i graticci i gabbioni i sacchi a terra i salciccioni, per rivestire le scarpe di un' opera di terra. — 6. Nominare tutt' i pezzi componenti un moschettone, ed in qual modo devesi smontare e montare. — 7. Cognizione di tutti gli istrumenti di cui fanno uso le truppe del Genio ne' diversi lavori di fortificazione, non esclusi quelli per le mine. — Spiegare la scuola del soldato, per la completa istruzione delle reclute, ed esporre i doveri di un secondo sergente nelle manovre di divisione, ed in quelle di un battaglione.— 9. Doveri di un secondo sergente in compagnia, in guarnigione in marcia ed in campagna.

PER L' ASCENSO DA SECONDO SERGENTE A PRIMO SERGENTE.

Le quattro regole dell' aritmetica, sia colle frazioni, sia coi denominati, sia co' decimali. — Conoscere le diverse dimensioni delle parti componenti una batteria, un ramo di trincea, e la disposizione delle truppe del genio nel lavoro.

METODO PRATICO I. Per tracciare sul terreno una circonferenza con un dato raggio. II. Per dividere un angolo in due parti uguali. III. Per alzare ed abbassare una perpendicolare da un dato punto sopra una linea retta tracciata. IV. Menare una parallela ad una data retta da un punto determinato V. Alzare una verticale da un punto del terreno. VI. Abbassare una perpendicolare da un punto fuori di una retta. VII. Modi di verificare se una superficie sia orizzontale. VIII. Indicare il modo come impiegare un distaccamento di truppa del genio, nei lavori di trincea, eseguiti, o con zappa semplice, o con zappa volante, o con zappa piena, e doppia, o con la zappa coverta. IX. Descrivere la costruzione, ed il modo di usare dei gabbioni di trincea, dei fagotti di zappa, dei gabbioni fascinati, e dei telai di blinde.

Conoscere l' amministrazione interna di una compagnia a seconda delle ordinanze in vigore—Manutenzione estrazione e versamento dei generi di vestiario armamento munizioni e casermaggio —Disciplina di una compagnia.—Manovra di una divisione di fanteria.—Doveri di un primo sergente in compagnia, in guarnigione in marcia, ed in campagna.

PER L' ASCENSO DI UN PRIMO SERGENTE AD AJUTANTE.

Aritmetica ragionata, con la soluzione dei problemi. — Geometria piana applicata alla misura delle superficie. — Tracciare sul terreno un' opera di campagna data in disegno, ed elevare i profili, necessarii all' effettiva sua costruzione. — Determinare la profondità di una fossata di una data larghezza, per ricavarne la terra necessaria per la formazione di un parapetto, e di una banchina di note dimensioni. — Misurare i solidi, di scavazione e di rilievo, rapportandone il calcolo per esteso. — Denominazione e dimensioni delle diverse gallerie e rami di mine, come pure utensili e materiali, che bisognano alla loro costruzione alla posizione e formazione dei fornelli. — Modo sicuro per trasportare la polvere nelle gallerie e nei rami, metodo per caricare borrar la mina, ed appicciarvi il fuoco. — Valutazione del lavoro del tempo degli uomini, e de' mezzi per la formazio-

ne di una determinata opera di fortificazione passagiera, e modo più semplice e più sollecito per terrapianare un' opera. — Indicare i varii ostacoli da opporre all' inimico per aumentare la difesa di un posto difensivo, e particolarizzarne la costruzione. —Denominazione di tutte le parti componenti una fortificazione di campagna, o permanente. —Conoscere la formazione dei pozzi militari, cavalli di frisia, e delle tagliate di alberi. — Istruire un plotone al maneggio d' armi dei sotto uffiziali. — Doveri di un ajutante nelle manovre di un battaglione.— Doveri di un ajutante in quartiere in guarnigione in marcia ed in campagna.

PER L' ASCENSO DA AJUTANTE AD ALFIERE DEI PIONIERI.

Geometria piana. — Geometria solida. — Geometria prattica. — Algebra fino alla equazione di secondo grado. — Indicare il modo come levare la pianta di una estensione di terreno, servendosi degli strumenti de'quali è parola nella geometria pratica, o pure dei soli picchetti e cordini. — Metodi diversi per livellare un terreno. — Idee generali sulle strade militari; ed indicare, come rendere una di queste di date condizioni, praticabile ad una divisione di truppa composta di tutte le armi. — Teorie complete della fortificazione di campagna. — Attacco e difesa delle opere di campagna. — Conoscenza delle diverse gallerie di mine e dei suoi rami, modi di costruirle, e differenti metodi per caricare borrare ed accendere i fornelli. — Delineare sulla carta la pianta ed i profili di una determinata opera di campagna. — Pianta e profili d' un bastione di fortificazione permanente, delle opere che ne dipendono, denominazione ed oggetto delle diverse parti che lo costituiscono. — Idea generale circa l' oggetto della costruzione delle parallele negli assedii; riguardo quella dei rami di trincea e dei cavalieri di trincea, precisandone le ordinarie dimensioni; e discorrere dei differenti utensili componenti il parco del genio.—Principii di castramentazione, applicati all' accampamento di un battaglione. — Doveri di un' uffiziale subbalterno in quartiere in guarnigione in marcia ed in campagna. — Manovre di una divisione di fanteria, in ordine chiuso, ed aperto, e la scuola di battaglione.

PROGRAMMA IV.

Per gli esami della fanteria approvato da S. M. il 20 marzo 1836.

PER L'ASCENSO DI UN PRIMO SERGENTE A PORTABANDIERA O AD AJUTANTE.

IN ISCRITTO). Ordinanza di piazza, amministrativa di campagna e statuto penale (*nella parte principalmente che ha rapporto al servizio di ajutante o portabandiera*)

A VOCE). Quistioni relative agli oggetti trattati in iscritto. — Ordinanza per gli esercizj e le evoluzioni titoli 3 e 4. — Doveri degli ajutanti e portabandiere nelle evoluzioni di linea.

SUL TERRENO). Ordinanza per gli esercizj e le evoluzioni titoli 1 e 2.

PER L'ASCENSO DI UN AJUTANTE O PORTABANDIERA AD ALFIERE.

IN ISCRITTO). Ordinanza di piazza, amministrativa, di campagna e statuto penale (*nella parte principalmente che ha rapporto al servizio di un uffiziale di compagnia.*)

Elementi di geometria piana (a). — Soluzioni de' problemi

(a) *La Giunta di esame pe' corpi di fanteria fissò le seguenti domande riguardanti gli elementi di geometria, oltre le definizioni.* 1. *Dato un punto fuori di una retta abbassare su di questa una perpendicolare.* — 2. *Dato un punto in una retta innalzare da esso una perpendicolare.* — 3. *Dato un punto fuori di una retta tirare da esso una parallela alla retta data, e date un punto in una retta formarvi un angolo eguale ad un angolo dato.* — 4. *Dato una linea retta costruire su di essa un triangolo equilatero.* — 5. *Dato un angolo rettilineo dividerlo in due parti uguali.* — 6. *Proprietà delle rette parallele, e degli angoli che formano quando sono intersegati da una terza retta.* — 7. *Misurare la superficie di un triangolo, e di un parallelogrammo.* — 8. *Indicare le relazioni esistenti tra i quadrati fatti su i lati di un triangolo rettangolo, ottusangolo acutangolo.* — 9. *Ritrovare il centro di un cerchio, e di tutte le rette che si possono tirare in un cerchio far conoscere quale*

aritmetici. —Estensione di un rapporto concernente avvenimenti in un posto. — Modo di riconoscere e descrivere un terreno.

A VOCE). Quistioni relative agli oggetti trattati in iscritto.

SUL TERRENO) Ordinanza per gli esercizj e le evoluzioni. — Titoli 1 2 3 e 4.

PROGRAMMA V.

Per gli esami della cavalleria approvato da S. M. il 20 marzo 1836.

PER L' ASCENSO DI UN 1.° SERGENTE O 1.° SERGENTE FORIERE A PORTASTENDARDO.

Ordinanza di piazza.

IN ISCRITTO) Del servizio che la cavalleria prestar deve nelle piazze. — Dell' ordine da osservarsi ne' Corpi per la nomina del servizio di piazza. — Dell' assemblea delle guardie dell' ispezione e della parata delle medesime.— Dell' ordine e del santo.—Principii generali della disciplina e della subordinazione.—Degli ajutanti. — De' portastendardi.

Ordinanza amministrativa.

IN ISCRITTO). Della spettanza de' militari in permesso, o con Real licenza —Della consegna de' letti dall'appaltatore alle truppe. — Della riconsegna de' letti dalle truppe all' appaltatore. — Dell' assegno di mantenimento, suo uso, e suoi introiti ed esiti.— Delle sussistenze. — Delle munizioni da guerra.

---

sia la massima — 10. Menare una tangente ad un cerchio da un punto fuori di esso, e menare una tangente ad un cerchio da un punto situato nella sua superficie. — 11. Indicare la divisione della periferia del cerchio, e misurare gli angoli per mezzo degli archi di cerchio. — 12. Indicare il rapporto tra il diametro e la circonferenza di un cerchio, e la misura della superficie del cerchio.

Per la soluzione poi dei problemi aritmetici disse la commissione, che sarebbero di quelli i quali si risolvono colla regola del tre semplice diretta, e semplice inversa, composta diretta e composta inversa.

Statuto penale militare.

IN ISCRITTO). De' reati militari. — Della polizia giudiziaria militare. — Della pruova giudiziaria militare e mezzi di acquistarla. — Del costituto degl'inquisiti. — Della più ampia istruzione. — Della processura subitanea.

Elementi di geometria piana.

IN ISCRITTO). Di che tratta la scienza che dicesi geometria. — Come distinguesi questa scienza relativamente agli usi ai quali si destina. — Cosa s'intende per punto dato, o per punto di vista. — Che s' intende per linea retta, e come si descrive sulla carta e sul terreno — Che s' intende per linea perpendicolare, e come su di una data retta si eleva una perpendicolare. — Quali sono le linee parallele, e come si disegnano sulla carta e sul terreno — Che cosa s' intende per angolo, angolo retto, ed angolo obbliquo — Qual'è il modo di formare gli angoli sulla carta. — Che s' intende per cerchio, periferia o circonferenza, centro raggi diametro arco. — Quali e quante sono le figure che vengono esaminate nella geometria piana. — Che cosa s' intende per diagonale.

Aritmetica.

IN ISCRITTO). Sulle quattro regole co' rotti. — Sulla regola del tre semplice diretta. — Sulla regola del tre composta diretta. — Sulla regola del tre semplice inversa. — Sulla regola del tre composta inversa. — Sulla regola di compagnia semplice. — Sulla regola di compagnia composta.

Sulle diverse ordinanze.

Applicazione delle anzidette ordinanze, e dello statuto penale ai casi particolari. — Doveri in generale, inerenti al grado d'ajutante. — Doveri dell' ajutante di settimana.

Ordinanza di manovre.

IN ISCRITTO). Sugli articoli 5. 6. e 7. del capitolo 3.° dell'ordinanza di manovre. — Sull' intero capitolo 4.° di detta ordinanza.

PER L' ASCENSO DA AJUTANTE AD ALFIERE.

Ordinanza di piazza.

IN ISCRITTO.) Del servizio delle guardie ne' loro posti. —Sul servizio della gran guardia, e doveri del comandante della medesima. — Delle pattuglie. — Delle ronde. — Delle distribuzioni. — Degli alloggi. — De' permessi. — De' primi e secondi tenenti e degli alfieri. — Del picchetto. — Della guardia di polizia. — Della partenza delle truppe da una piazza. — Dell' arrivo delle truppe in una piazza. — De' distaccamenti e delle scorte.

Ordinanza amministrativa.

IN ISCRITTO). Degli averi in denaro degli uffiziali, e quali circostanze vi danno dritto.—Degli averi in denaro de' sottufiziali e soldati —Del soprappiù del prest.— Sull'amministrazione interna de'corpi.—Disposizioni preliminari —Composizione del consiglio di un reggimento, di un battaglione. — De' consigli d'amministrazione eventuali, e caso in cui vengono istallati. — De'distaccamenti. — Doveri de' comandanti de' squadroni, e libri e registri che si debbono tenere. — Del lustro degli squadroni, suo uso, modo di amministrarlo, e modo in cui i distaccamenti debbono riceverlo — Dell' assegno di massetta, suo uso, e modo di amministrarlo. — De' generi di dotazione, cuojame bardatura e vestiario. — Dell' armamento.

Statuto penale militare.

IN ISCRITTO). Specie de'consigli di guerra e loro composizione pei colpevoli di reati militari. — Definizione de' reati militari, quando i militari possono essere giudicati da' tribunali ordinarj, e quali prescrizioni speciali debbono seguire in quest'ultimo caso.— Dell'autorità dei superiori militari.— Delle provvidenze istantanee. — Della notizia officiale.—Dell'esame de'testimonj.— Della ricognizione delle persone. — Disposizioni generali per la convocazione de' consigli di guerra. — Del procedimento contro gli assenti. — Dei castighi militari, loro specie, e come infliggerli.

Servizio di campagna per ciò che riguarda le gran guardie ed i posti avanzati (tolto dalle opere del generale Duhesme e da quelle di Federico II prodotte da Pompeo Quarto).

IN ISCRITTO). Oggetto degli avamposti, come si dividono e loro composizione. — Delle granguardie e posti avanzati, modo di situarli e covrirli al bisogno. — Posti distaccati dalle granguardie, loro forza e situazione, rapporti con la granguardia. — Modo di spedire la scoverta, di eseguirla o riceverla allorchè si ritira. — Ronde pattuglie ispezioni, come eseguirle e come riceverle agli avamposti. — Del cordone delle vedette e delle piccole guardie di sostegno. — Vedette di avamposto, quando semplici, quando doppie, loro doveri distanza da' posti, e loro situazione di notte. — Doveri di una granguardia di avamposto di giorno e di notte. — Doveri delle stesse nell'avvicinarsi al nemico. — Modo in cui una granguardia di avamposto deve eseguire la sua ritirata. — Modo di foraggiare a secco o a verde. — Modo di ritirarsi dal posto di giorno a quello di notte, e norme da tenersi in quest' ultimo per mettersi al coverto dalle insidie del nemico.

Matematiche.

IN ISCRITTO). Definizioni della geometria piana, cioè domande che riguardano tutte le linee i triangoli i quadrati il pentagono l'esagono, e le altre figure multilatere — Quali sono i principali istrumenti che bisognano per tracciare sulla carta e sul terreno, e loro usi. — Tracciare sulla carta un triangolo proposto o un quadrato, o un pentagono, o un esagono. — Tracciare in campagna una linea tra due punti dati. — Misura delle superficie piane. — Soluzione de' problemi aritmetici.

Sulle diverse ordinanze e sul servizio di campagna.

Applicazione delle ordinanze e dello statuto penale ai casi particolari. — Doveri in generale d' un uffiziale subalterno riguardante il servizio interno dello squadrone. — Doveri particolari di un uffiziale di settimana. — Doveri di un uffiziale sui varj casi inerenti al servizio di campagna.

Ordinanza di manovre.

SUL TERRENO). Manovre dello squadrone sull' intero cap. 4 della detta ordinanza, compresa la parte riguardante i cacciatori.

PROGRAMMA VI.

Per gli esami diversi de' sottouffiziali del Reale Battaglione del Treno.

PER L' ASCENSO DA SOLDATO A CAPORALE.

IN ISCRITTO). Le quattro operazioni semplici di aritmetica. — Rapporto regolare che deve farsi da un capo posto caporale — Rapporto straordinario di un fatto qualunque pel quale fosse obbligato darne parte al superiore da cui dipende. —Domanda su varj doveri di un caporale relativamente ai servizj interni della propria compagnia in generale, e riguardo alla sua guardia in particolare.

A VOCE). Sulla conoscenza dei varj pezzi di cui è composta la bardatura con la rispettiva nomenclatura, ed indicare il modo di bardar gli animali. — Sul modo di prendere la rassegna degli animali.— Sull' istruzione a piede della pianta di cavalleria.

PER L' ASCENSO DA CAPORALE A FORIERE.

IN ISCRITTO). Foglio di chiamata. — Carpetta di prest.—Foglio di distribuzione.— Le quattro regole di aritmetica semplice.

A VOCE). Domandasi diversi registri a tenersi in compagnia per la contabilità, ordini, servizio, ordinario, ed ogni altro dettaglio.

PER L' ASCENSO DA CAPORALE O FORIERE A SECONDO SERGENTE.

Le quattro regole d' aritmetica. — Su di un articolo dell' ordinanza di piazza che riguarda il servizio.

IN ISCRITTO). Rapporto straordinario d'un capoposto per un fatto qualunque e pel quale sia nell' obbligo di darne parte al superiore da cui dipende.

A VOCE). Su varj doveri d' un sergente relativamente al servizio interno delle compagnie in generale, e circa quelli della propria compagnia in particolare. — Responsabilità e conto che si domanda ai caporali delle rispettive squadre.

SUL TERRENO). Modo di situare la recluta in pianta a secondo dell'ordinanza di cavalleria, e cosa è mestieri praticare per ben piantar la recluta colla sciabla.—Modo di montare e smon-

tare da cavallo, come bardare gli animali, ed attaccare le macchine tanto di artiglieria, quanto quella per trasporti.

PER L' ASCENSO DA SECONDO SERGENTE A PRIMO SERGENTE A FORIERE MAGGIORE.

IN ISCRITTO). Le quattro regole insieme coi rotti. —Esempio di un foglio mensile di rivista di commissario. —Esempio di un foglio di sussistenza.—Esempio di un foglio di abigliamento.

A VOCE). Doveri di un caporale fino a primo sergente, tanto in quartiere che in compagnia, per tutto ciò, che da ciascuno deve eseguirsi nelle riviste, nella distribuzione del prest dei viveri de' foraggi, per la tenuta di abigliamento, bardatura, per le riviste e visite. — Qualità e quantità dei registri necessarj per la tenuta ed amministrazione di una compagnia.

SUL TERRENO) Maneggio della sciabla, tanto per sotto uffiziale, che per soldato — Istruzione per attaccare le diverse macchine di artiglieria e di trasporti, e nomenclatura della bardatura. — Doveri di un sotto uffiziale del treno nelle manovre di una batteria di artiglieria — Istruzione di prima e seconda classe di cavalleria.

PER L' ASCENSO DI PRIMO SERGENTE AD AJUTANTE.

IN ISCRITTO). Ordinanza di piazza.—Ordinanza amministrativa. — Statuto penale.

A VOCE). Sui doveri di un uffiziale subalterno circa il servizio interno di una compagnia.—Sui doveri particolari di un uffiziale di settimana.

SUL TERRENO). Istruzione di 1.ª 2.ª e 3.ª classe a cavallo — Doveri di un uffiziale del treno per la manovra di una batteria di artiglieria. Maneggio della sciabla da soldato fino a 2.° sergente inclusivo.

Fine de' programmi di esame (1).

---

(1) *Pe' sotto uffiziali di Artiglieria, terremo conto di tutti i cambiamenti che sarà per apportare ne' programmi di esame, la giunta generale dell' arme.*

INTRODUZIONE

ALLO STUDIO

DELLE MATEMATICHE.

I. La matematica in generale è la scienza che ha per oggetto le quantità, ossia grandezze, e si chiama la scienza per eccellenza.

II. Si dice grandezza o quantità, ogni cosa che può avere accrescimento o diminuzione p. e. le lunghezze le superficie i corpi i moti i tempi le velocità. E si dividono in *discreta* e *continue*. Discrete quelle che le parti componenti sono tutte divise e separate le une dalle altre; come lo sono i numeri. Continue poi quando le parti son talmente unite che formano un tutto continuato, come sono le linee i corpi ec.

III. Ogni specie di quantità, ha la sua unità particolare, che vien prescelta e determinata dall' uso. P. e. i geografi per valutare la distanza che passa da un paese all' altro, usano ordinariamente la lega come unità.

IV. La Matematica si divide in *pura* e *mista*. Pura è quella che considera semplicemente le grandezze, facendo astrazione da' corpi cui possono essere annesse o associate, e comprende l' Aritmetica l' Algebra il Calcolo la Geometria piana e quella Solida. Mista poi è quella che considera le quantità unite co' corpi, e comprende la Meccanica la Fisica l' Astronomia ec.

V. S' intende per *definizione*, ciò che dà il significato di una parola, per mezzo di altre, che non sono sinonime con la parola che si definisce.

VI. Si chiama *proposizione*, l' unione delle parole le quali servono ad esprimere il giudizio della nostra mente. E nelle matematiche il vocabolo proposizione indistintamente si attribuisce a' Teoremi Problemi e Lemmi.

VII. Dicesi *teorema* quella verità la quale diviene evidente per mezzo di un ragionamento, che si chiama dimostrazione.

VIII. Il *problema* è una quistione che esige una soluzione.

IX. Il *lemma* è quella verità che s' impiega per la dimostrazione de' teoremi, e per la soluzione de' problemi.

X. *Corollario* è la conseguenza derivante da una o più verità.

XI. *Scolio* è l' osservazione fatta sopra una o più verità.

XII. L' *Ipotesi* è quella supposizione fatta o nell' enunciare una proposizione, o nel corso di una dimostrazione.

XIII L' *Assioma* è quella verità che non ha bisogno di dimostrazione.

ARITMETICA



NOZIONI PRELIMINARI

1. L'*aritmetica* è la scienza che insegna il modo di porre a calcolo i numeri, e le principali sue operazioni sono quattro: cioè l'*addizione* la *sottrazione* la *moltiplica* la *divisione*.

2. Per *unità* s'intende quella quantità che indivisa in se stessa, si ha come termine di paragone tra tutte le altre ad essa omogenee.

3. Il *numero* è l'unione di più unità, e diconsi *semplici* quelli che non oltrepassano le nove unità, e *composti* tutti gli altri.

4. I numeri si dicono benanche *omegenei*, quelli della stessa specie che paragonati ad altri e presi diverse volte.il minore può uguagliare ed anche superare il maggiore.Così p. e. 8 grana e 4 carlini si dicono omogenei,perchè se le 8 grana le prendo 5 volte ho i 4 carlini, se 6 volte ho 48 grana maggiore di carlini 4. *Eterogenei* sono poi quelli numeri, che si riferiscono ad unità di diverso genere. Così p. e. 5 uomini 4 carlini 8 cavalli ec. ec.

5. Si dicono numeri *interi* quelli composti di più unità.Così p. e. il 9 il 12 il 25 sono interi, e per essi si possono indicare nove soldati dodici cavalli venticinque ducati.

6. Si dicono rotti o decimali, i numeri che dinotano una parte qualunque dell' unità. Così p. e. un mezzo tre quarti sette decine.

7. Numeri *concreti* ossia *denominati* son quelli che esprimono cose determinate p. e. 2 soldati 4 cavalli. *Astratti* poi son quelli che niente esprimono di particolare così 3, 5, 8 senz'altro dire.

8. I *caratteri*, o sieno le *cifre* che si usano nell'aritmetica per indicare i diversi numeri sono 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. E poichè queste stesse cifre debbono indicare i numeri semplici e quelli composti, così è stato mestieri dare a ciascuno di essi due valori, uno *proprio*, o *naturale*, che è quello che isolatamente ha, l'altro *locale* che riceve dal luogo ove si trova, il quale cresce per decine a misura che si avanza da destra a sinistra in un numero qualunque.

Quindi la cifra scritta sola, o sulla parte dritta non accompagnata da altro, esprime il suo valore proprio; se poi trovasi nel secondo luogo, vale di decine, sul terzo centinaja, nel quarto migliaja, nel quinto decina di migliaja, nel sesto centinaja di migliaja, nel settimo migliaja di migliaja, o milione ec. ec. E siccome dieci unità costituiscono una decina, dieci decine un centinajo ec, ec. così dieci centinaja di migliaja ovvero mille migliaje compongono un milione ec. ec. E quante unità semplici si ricercano per formare un milione, tanti milioni vi abbisognano per un bilione, ed altrettanti bilioni per un sol trilione ec. ec. Quindi è che si fissa il milione alla settima cifra, il bilione alla tredicesima, il trilione alla diciannovesima, il quadrilione alla trentunesima, il sestilione alla trentasettesima, ec. ec. e l'ordine con cui si succedono le parte de' numeri composti è il seguente.

Unità decine centinaja *semplici*, unità decine centinaja *di migliaja*, unità decine centinaja *di milione*, unità decine centinaja *di migliaja di milione*, unità decine centinaja *di bilione*, unità decine centinaja *di migliaja di bilione*.

9 Nel numero composto 326485795 dinoterà perciò la prima cifra a destra cinque unità, la seconda nove decine, la terza sette centinaja, la quarta cinque migliaia, la quinta otto decine di migliaia, la sesta quattro centinaja di migliaia, la settima sei milioni l'ottava due decine di milioni, la nona tre centinaja di milioni. Ed il numero si dice essere di *trecento ventisei milioni quattrocento ottantacinque mila settecento novantacinque*.

10. Emerge da tutto ciò, che volendo leggere un numero composto di più cifre, si debba dividere procedendo da destra a sinistra, prima in ternarj con porre delle virgole, e poscia sulla cifra settima tredicesima diciannovesima ec. ec scrivere i numeri 1. 2. 3. ec.

In tal caso procedendo da sinistra a destra si esprimerà il valore de' ternarj, aggiungendo il *mila* ove s'incontri la sola virgola, e *trilione*, *bilione*, *milione*, ove i ternarj sono notati coi caratteri 3. 2. 1. sopra di essi, e si avrà così il valore del numero P. e. il valore del numero seguente.

3 2 1
6, 498 743, 965, 400, 124, 825, 423, è di *sei mila quattrocento novantotto trilioni, settecento quaranta tre mila, nove cento sessanta cinque mila bilioni, quattrocento mila, cento ventiquattro milioni, ottocento venticinquemila, quattrocento ventitre*.

11. Ben facile riesce lo scrivere un numero profferito che sia qualora si è conosciuto il valore proprio e quello locale delle cifre che lo compongono; epperò devesi avvertire che ove mancano le unità o le decine o le centinaje, bisogna porvi il zero il quale

non ha per se stesso verun valore ; ma serve ad indicare una tale mancanza,e determinare così la situazione delle cifre p. e. il numero *ottomila seicento quattro* si scrive a questo modo 8604 ponendo il zero nel luogo delle decine che mancano. Parimenti il numero *quattordici milioni diecisette mila trecento venti* si scrive 14017320 con un zero nel luogo della unità ed un altro in quello delle centinaja di migliaia

12 Le nazioni tutte hanno nelle varie epoche usate diversi segni per dinotare i numeri diversi, ma oggi tutti i popoli culti usano le cifre arabe,e sono le sette seguenti lettere *I V X L C D M* che servono per formare i numeri romani moderni di cui ne diamo il quadro.

QUADRO DEI NUMERI ROMANI MODERNI.

I 1	II 2	III 3	IV 4	V 5	VI 6	VII 7	VIII 8	IX 9	X 10
XI 11	XII 12	XIII 13	XIV 14	XV 15	XVI 16	XVII 17	XVIII 18	XIX 19	XX 20
XXI 21	XXII 22	XXIII 23	XXIV 24	XXV 25	XXVI 26	XXII 27	XXVIII 28	XXIX 29	XXX 30
XXXI 31	XXXII 32	XXXIII 33	XXXIV 34	XXXV 35	XXXVI 36	XXXVII 37	XXXVIII 38	XXXIX 39	XL 50
XLI 41	XLII 42	XLIII 43	XLIV 44	XLV 45	XLVI 46	XLVII 47	XLVIII 48	XLXI 49	L 50
LI 51	LII 52	LIII 53	LIV 54	LV 55	LVI 56	LVII 57	LVIII 58	LIX 59	LX 60
LXI 61	LXII 62	LXIII 63	LXIV 64	LXV 65	LXVI 66	LXVII 67	LXVIII 68	LXIX 69	LXX 70
LXXI 71	LXXII 72	LXXIII 73	LXXIV 74	LXXV 75	LXXVI 76	LXXVII 77	LXXVIII 78	LXXIX 79	LXXX 80
LXXXI 81	LXXXII 82	LXXXIII 83	LXXXIV 84	LXXXV 85	LXXXVI 86	LXXXVII 87	LXXX VIII 88	LXXXIX 89	LXL 90
LXLI 91	LXLII 92	LXLIII 93	LXLIV 94	LXLV 95	LXLVI 96	LXLVII 97	LXLVIII 98	LXLIX 99	C 100

D 500	M 1000

Allorchè su qualunque di queste sette lettere si pone una linea orizzontale, essa dinota tante migliaia quante sono le unità che contiene. Così p. e. $\overline{V}$. significa 5000, $\overline{X}$. significa 10000 ec. ec.

13. Un numero qualunque può ciò non pertanto esprimersi in ben' altra guisa, usando le lettere, o altre differenti cifre alle quali si assegna il medesimo valore. In fatti se colle lettere scritte nella seconda serie s' indicano i numeri ad esse corrispondenti nella prima serie

0,	1,	2,	3.	4.	5	6.	7.	8	9.
m	n	o	p	q	r	s	t	u	v

il valore del numero 6789, sarà espresso da s t u v. I negozianti usano spesso un tale artificio per occultare il valore delle loro merci. Ed i governatori i generali i comandanti de'distaccamenti o di posto, possono avvalersene, per non far conoscere la forza della truppa che hanno sotto i loro ordini, o più particolarmente volendo occultare un arma qualunque gli approvisionamenti la munizione ec.

CAPITOLO I.

Delle quattro operazioni degli interi.

14. L' *addizione* è una operazione, mediante la quale dati più numeri omogenei se ne trova un altro uguale a tutti presi insieme, e che si chiama *somma*. Gli aritmetici per esprimere con brevità una tale operazione usano il segno $=$ (uguale), il quale dinota che i due numeri, fra quali è posto il segno sono uguali; ed il segno $+$ (più) per indicare la somma. Così p. e. $8 + 5 = 13$, $9 + 6 = 15$.

15. La *sottrazione* è una operazione per cui dati due numeri omogenei e disuguali, togliendo dal maggiore il minore si determina l'avanzo, il quale chiamasi *residuo* o *differenza*. Il segno $-$ (meno) indica la sottrazione de'numeri tra' quali si trova. Così p. e. $8 - 5 = 3$.

16. La *moltiplicazione* è una operazione mercè la quale di due numeri dati, si cerca un terzo uguale ad uno de' due preso tante volte quanto l' indica l' altro. I due numeri dati diconsi *fattori* ed il terzo che si trova dicesi *prodotto*. Il segno $\times$ ovvero un punto (.) dinota che i due numeri tra quali è il segno, si debbono intendere come moltiplicati. Così p. e $8 \times 6 = 48$, o pure $5 . 4 = 20$.

17. La *divisione* è una operazione in cui di due numeri disu-

guali, osservando quante volte il minore entra nel maggiore se ne trova un altro, il quale indica in quante parti tutte uguali al numero più piccolo, si è diviso il numero maggiore. Ossia si trova quel numero il quale contiene tante unità, per quante volte il numero maggiore contiene il minore. Il numero da dividersi si chiama *dividendo*, *divisore* quello pel quale si divide, e *quoziente* quello che si ha dall'operazione. Due punti (:) esprimono il segno di divisione; e significano che i numeri tra quali son situati l'uno si deve dividere per l'altro. Così p. e. 8: 4 = 2.

Problema primo. Dati più numeri omogenei interi, rinvenirne la somma.

18. Si scrivono i numeri dati in guisa tale che corrispondono le unità le decine le centinaja ec. dell'uno, alle unità decine centinaje *ec* dell'altro, indi si tiri una linea orizzontale. S'incominci poi dalla dritta, ed unendo le unità de'numeri semplici, il numero che si ha se non eccede il 9. si scrive sotto la linea in corrispondenza delle medesime. Ma se poi eccede il 9 e contenghi una o più decine, si noti soltanto il numero semplice, e le decine si aggiunghino a quelle che sono nella seconda seria verticale; si prosegui in pari guisa per tutte le altre serie verticali, e si avrà un numero composto il quale ha le unità decine *ee ee.* in corrispondenza delle unità decine *ee ee.* de'numeri dati e che ne indica la somma P. e.

	4678		2389
	394		456
	4897		23
	9424		5
somma	19393	*somma*	2873

Nel primo caso le unità 8. 4. 7. 4. uniteinsieme fanno 23 cioè due decine e 3 unità, quindi il 3 si lascia sotto le unità e le due decine si uniscono alla serie seguente delle decine. Le due decine unite alle altre 7. 9. 9. 2. danno 29 decine, e perciò si scrive il 9 e si lasciano le due centinaja; le quale unite alle altre 6 3. 8 4 si hanno 23. centinaja delle quali 3. si scrivono e le 2. migliaja si somma no colle 4. 4 9 che danno il numero 19. Non si ha alcun dubbio che 19393 sia la somma de'quattro numeri dati, poichè ne contiene le unità le decine le centinaja cioè tutte le parte. Così pure in questi altri esempj.

9843521	34692098
6324	543208643
89423	2196421
329	56789209
2364832	3459487
12304429	640345858

Problema secondo. Dati più numeri omogenei disuguali, sottrarre dal maggiore il minore.

19. Si scrive il numero maggiore sopra il minore, in guisa che corrispondino esattamente in serie verticali le unità colle unità, decine con decine centinaja con centinaja *ee.* si tiri una linea orizzontale. S'incomincia poi dalla dritta andando alla sinistra, e dalle unità decine *ee ee.* del numero maggiore si tolgono le unità decine *ee ee.* del minore, e si notino i residui. Ove però qualche carattere del numero superiore sia minore del suo corrispondente inferiore, si prende dal caratterre immediatamente prossimo nella sinistra una unità, la quale nel luogo seguente val dieci, e ad esso aggiunto, se ne sottragga l'inferiore. Si badi però nel continuar l'operazione di diminuire di una unità il carattere superiore da cui si è presa. Si avrà così facendo il residuo domandato P. e.

Sottraendo	896307	*Sottraendo*	8453269
Sottrattore	682845	*Sottrattore*	7942858
Residuo	213462	*Residuo*	= 510411

Nel primo caso si tolga dal 7 il 5, e l'avanzo 2 si scriva sotto la linea in corrispondenza delle unità. E poichè dal 0 non si può togliere il 4 si prende dal 3 una unità, che in questo luogo val 10, e sottratto da esso il 4 si scrive sotto la linea il residuo 6. Così pure dal 3 diminuiti già di 1, ossia dal 2 non potendosi sottrarre l'8, vi si aggiunge una decina, col prendere una unità dal carattere seguente 6, e sottratto così dal 12 l'8, si noti sotto la linea il residuo 4. Levati in seguito dal 6 meno una unità ossia dal 5 dal 9 e dall'8 i numeri inferiori 2, 8, 6 le differenze 3, 1, 2 si scrivono sotto la linea, ed il residuo cercato sarà 213462. Così parimente si opera in questi altri esempj.

843704568	320985432
682519832	235698316
161184736	= 85287116

Problema III. Dati più numeri interi moltiplicarli tra loro.

20. In questo problema vi possono essere tre casi o i fattori sono tutti e due numeri semplici, o uno composto e l'altro semplice, o finalmente amendue composti. Nella prima supposizione è ben facile l'operazione, poichè si riduce ad una replicata somma. Così p. e. dovendo moltiplicare 6 per 8 il prodotto sarà 48, perchè nasce dal prendere il 6 otto volte. Ma perchè con ispeditezza e nel minor tempo s'eseguissero tali moltiplicazioni, fa d'uopo mandare a memoria i prodotti de' numeri semplici moltiplicati tra loro, il che si ottiene mediante la qui annessa tavola, che dal suo inventore Pittagora è stata chiamata pittagorica.

Con essa si ritrova il valore di un numero semplice moltiplicato per un altro puranche semplice, prendendo i due fattori uno nella linea orizzontale, e l'altro sulla verticale, il prodotto sarà il numero che è nell'incontro di queste due linee. Così si vedrà che il prodotto di 3 per 9 è 27, di 5 per 8 è 40 ec.

TAVOLA PITTAGORICA.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	67	72	81

21. Nel secondo caso cioè quando un fattore è semplice e l'altro composto, dopo di aver scritto il primo sotto l'ultima cifra a destra del secondo, e tirata una linea orizzontale, si moltiplichi il fattore semplice per ciascun carattere del composto, an-

dando da destra a sinistra, e sotto la linea tracciata si notino i prodotti che non oltrepassino il 9. Ma se ve ne siano che superino questo numero, si notino soltanto i loro eccessi sulle decine, e queste si aggiungano al prodotto prossimamente vicino. P. e.

Fattori	8 5 7 6	*Fattori*	9 4 5 6 7 2
	8		6
Prodotto	6 8 6 0 8	*Prodotto*	5 6 7 4 0 3 2

Nel primo caso si moltiplichi il 6 per l'8 e del prodotto 48 si noti l'8 sotto la linea, e le 4 decine si aggiungano al seguente prodotto. Si moltiplichi il 7 per 8 e poichè il prodotto 56 unito alle 4 decine fa 60 si nota il 0 e le 6 decine si uniscono al prodotto del 5 per 8 che è di 40, e per conseguenza si avrà 46 scritto il 6 si serberanno 4 decine, che aggiunte al prodotto del 8 per 8 che è 64 danno 68 il quale numero si scriva interamente sotto la linea; stantechè non v' ha altro carattere da moltiplicarsi Laonde dei due fattori 8576, ed 8 il prodotto totale sarà 68608, e nel secondo esempio il prodotto dei due fattori 945672 e 6 sarà 5674032.

22. Finalmente essendo amendue i fattori composti, si dovrà, procedendo da destra a sinistra, moltiplicare il fattore superiore per ciascun carattere dell' inferiore scrivendo sempre il numero semplice sotto la linea, e le decine centinaia *ec. ec.* portarle all' altra colonna come unità. Scrivere i prodotti parziali l' uno sotto l' altro, in guisa che il primo superi il secondo di un luogo a destra, il secondo, il terzo, e così fino all' ultimo. Ciò fatto sommati insieme i prodotti parziali si avrà il prodotto totale. Per esempio.

Fattori	8 7 6 5 4	*Fattori*	4 5 6 7 2
	4 6 5		2 3
	4 3 8 2 7 0		1 3 7 0 1 6
	5 2 5 9 2 4		9 1 3 4 4
	3 5 0 6 1 6	*Prodotto*	1 0 5 0 4 5 6
Prodotto	4 0 7 5 9 1 1 0		

Nel primo caso si moltiplichi il fattore maggiore pel 5 che esprime le unità dell' altro fattore, di poi per 6 ossia per le

decine, e finalmente per quello delle centinaia 4. I prodotti particolari 438270, 525924, 350616 si scrivono in guisa che il primo incominci dal luogo delle unità, il secondo da quello delle decine, il terzo da quello delle centinaja, e poscia sommati coll' istesso ordine cui si sono notati, la loro somma 40759110 sarà il prodotto cercato. Parimenti nel secondo caso sarà 1050456 il prodotto de' due numeri sarà 45672 e 23.

```
   85432               98437265
     325                  56324
  ------             -----------
  422160              393749060
 170864              196874530
256296              295311795
--------           590623590
27760400          492186325
                  -------------
                  5544380513860
```

Si osservi che se in amendue i fattori vi sono dei zeri all' ultimo, questi si possono tralasciare allorchè si ritrovano i prodotti parziali, e scrivere solo nel prodotto totale il numero di zeri che sono ne' fattori P. e.

```
 6430      519000         679000
   90         400          45000
------  ---------       --------
578700  207600000        3395
                        2716
                        -----------
                        30555000000
```

Problema quarto. — Dati due numeri interi astratti, dividere il maggiore pel minore.

23. Due casi è uopo distinguere, quando il divisore è un numero semplice è 'l dividendo un numero composto, ed allorchè tutti e due sono composti.

Nella prima supposizione si scrive il divisore alla sinistra del dividendo, e si osservi quante volte il primo si contiene nell' ultimo carattere a sinistra del dividendo, ovvero ne' due ultimi se mai un solo fosse minore dell' anzidetto divisore; e si noti il quoziente sotto del divisore, avendo prima tra l'uno e l' altro tirato una linea. Indi si moltiplica questo quoziente trovato pel divisore, ed il prodotto che si ha scritto sotto il numero già diviso, si sottragga dal medesimo, ed al residuo posto sulla dritta il susseguente carattere del dividendo, che per non

dimenticarsi si segni con un puntino ; si divide il numero risultante da tale unione pel dato divisore. Si ripete una tale operazione finchè non vi sono altri caratteri sul dividendo. Ciò si vedrà più chiaro negli esempi seguenti.

```
| Divisore 6       13453          | 8        965424 Dividen.
|__________        12             |_______   8
Quoziente 2242 1/6 ___              120678    ___
               =   14                          16
                   12                          16
                   ___                         ___
                =  25                      = = 54
                   24                          48
                   ___                         ___
                =  13                        = 62
                   12                          56
                   ___                         ___
                =  1                         = 64
                                               64
                                               ___
                                              — —
```

Nel primo caso poichè l' unità non si può dividere per 6 così si divide il 13 e si scrive sotto la linea del divisore il quoziente 2. Si moltiplichi questo 2 pel 6 ed il prodotto 12 scritto sotto del 13 e sottratto dal medesimo, si noti il residuo 1. A destra dell' 1 si cali il 4, con segnare sul medesimo carattere un puntino, e diviso il 14 pel 6 e notato il quoziente 2 a destra dell'altro 2 si moltiplichi per 6, ed il prodotto 12 sottratto da 14 da il residuo 2, a destra del quale si cali il 5, si divide il 25 per 6, ed il quoziente 4, scritto a destra del secondo 2 il prodotto 24 si toglie da 25 ed a dritta del residuo 1 si cali l' ultima cifra 4. Il quoziente 2 che si ha dividendo il 13 per 6 si scriva a destra del 4, ed il prodotto 12 tolto da 14 lascia un residuo di 2, il quale per non essere più divisibile si scrive a fianco del quoziente totale con metterci sotto una lineetta ed il divisore 6. Sicchè il quoziente della divisione tra i due numeri dati sarà 2242 $\frac{1}{6}$ E nel secondo esempio dividendo il numero 965424 per 8 il quoziente sarà 120678.

38753	6	843256	7
36	$6458\frac{5}{6}$	7	$120465\frac{1}{7}$
27		14	
24		14	
35		== 32	
30		28	
53		== 45	
48		42	
Residuo = 5		== 36	
		35	
		Residuo. 1	

24. Il divisore ed il dividendo essendo numeri composti, fa d'uopo incominciare dalla sinistra del dividendo, prendere tante cifre quante ne ha il divisore, o una di più se mai il numero da esse risultante fosse minore del divisore. Ciò fatto, si osservi quante volte l'ultimo carattere del divisore entra nell' ultimo del dividendo, ovvero ne' due ultimi, se mai i caratteri presi in questo fossero uno di più di quelli del divisore, e si noti un tal quoziente; purchè però gli altri caratteri del divisore sien contenuti altrettante, o più volte nè corrispondenti caratteri del dividendo unitamente a' residui de' precedenti; in caso contrario si diminuisca l'anzidetto quoziente di una o più unità, finchè non sia maggiore del numero delle volte, in cui gli altri caratteri del divisore son contenuti in quelli del dividendo una coi rispettivi residui. Un tal quoziente si moltiplica pel divisore, ed il prodotto si noti sotto le cifre prese nel dividendo si esegua la sottrazione, e sulla dritta del residuo si cali un altra cifra; se il divisore entra in questo numero allora si ripete ciò che abbiam detto precedentemente, in contrario si pone il zero nel quoziente e si cali un altra cifra; e proseguendo coll' esposto metodo l'operazione sino all' ultimo, si esegue la divisione dei due numeri composti, e si ritrova il loro quoziente. P. e.

```
30
 2567890   |23              165327    |14
 23        |--------         14       |---------
 ---        111647 9/23      ---       11809 1/14
= 26                         25
  23                         14
 ---                         ---
=  37                        113
   23                        112
  ---                        ---
   148                   = = 127
   138                       126
   ---                       ---
=  109                    = = 1
    92
   ---
    170
    161
    ---
   = 9
```

Per abbreviare la divisione si suole da alcuni tralasciare di scrivere il sottraente, e si nota soltanto il residuo P. e.

```
  56784   |3              486732   |5
  26      |-----        = 36       |--------
= 27       18928        = 17        97346 2/5
 = =8                    = 23
  = 24                   = 32
   = =                      2
```

Come anche se il divisore ed il dividendo hanno dei zeri dalle unità in poi, se ne sopprimono nell'uno e nell'altro l'istessa quantità. P. e.

```
 4330000   |40            526000   |300
 4         |-------       3        |--------
 ---        108250        ---       175333
  33                      22
  32                      21
  ---                     ---
= 10                    = 16
   8                      15
  ---                     ---
  20                      10
  20                       9
  ---                     ---
 = =                     = 1
```

Verificazione delle quattro operazioni.

Problema V. Esaminare se nel sommare più numeri interi astratti si sia commesso errore.

25. Dopo di essersi eseguito l'addizione, si separi con una linetta orizzontale uno de' numeri dati, e per più facilità il primo, e si sommano i rimanenti; indi dalla prima somma si toglie la seconda, ed il residuo dovrà dare il primo numero cioè quello che si è separato dagli altri. P. e.

	42456		462358
	3084		24560
	567		3207
	23		4659
1. *som.*	36130	1. *sum.*	494784
2. *som.*	3674	2. *sum.*	32426
Residuo	32456 *uguale*	*Residuo*	462358 *uguale*

Nel primo caso la somma dei numeri dati escluso il primo è 3674 la quale tolta dalla somma che si aveva avuto, si ha il residuo 42456 cioè il primo numero dell'addizione; quindi si è certo che l' operazione è esatta.

Problema VI. Esaminare se nel sottrarre due numeri interi si sia commesso errore.

26. Eseguita la sottrazione, si somma il numero minore col residuo il risultato deve essere il numero maggiore. P. e.

	432856		5678945
	24695		364231
	408161 *Residuo*		5314714 *Resid.*
somma	432856 *uguale*	*somma*	5678945 *uguale*

Nel primo caso la somma del sottrattore e del residuo è 432856, cioè il sottraendo quindi l'operazione è esatta. Così pamente del secondo esempio.

Problema VII. Esaminare se nel moltiplicare due numeri interi si sia commesso errore.

27. Si divida il prodotto avuto per uno dei fattori, e se si ha per quoziente l'altro fattore, si è certo di non essersi errato. P. e.

```
| 5          34567          21456         | 32
-----            5             32         ------
34567      -------         -------         21456
            172835          42912
            15              64363
            ---            -------
          = 22              686592
            20              64
            ---             ---
          = 28            = 46
            25              32
            ---             ---
          = 33              145
            30              128
            ---             ---
            35            = 179
            ---             160
            = =             ---
                          = 192
                            192
                            ---
                            = = =
```

Nel primo caso poichè il quoziente nato dal dividere il prodotto della moltiplicazione pel fattore 5 è 34567 cioè l' altro fattore l' operazione è esatta. Così parimente nell' altro esempio.

Problema VIII. Esaminare se nel dividere due numeri astratti interi si sia commesso errore.

28. Si moltiplichi il quoziente pel divisore, e si aggiunga il residuo, se ve n' è stato, se il risultato di tale operazione dà il dividendo, la divisione si è bene eseguita P. e.

```
     Divisore           Dividendo
        8          |     65842
     ---------     |     64
     8230                ---
        8              = 18
   ---------             16
     65840               ---
        2              = 24
   ------------          24
     65842 uguale.       ---
                       = = 2 Residuo.
```

Divisore	*Dividendo*
36	428521
	36
Quoziente 11903	
36	= 68
71418	36
35709	
13	325
428521 *Prodotto*	324
	== 121
	108
	= 13

Nel primo caso il prodotto del quoziente della divisione pel divisore, essendo 65840 ed aggiuntovi il residuo 2 poichè si ha il dividendo cioè 65842 si è certo che l' operazione è esatta così parimente negli altri esempj.

29. Per verificare le dette quattro operazioni, vi è pure una altra regola detta del nove, la quale sebbene non tanto sicura quanto le precedenti pure attesa la sua faciltà la indichiamo.

Per l' addizione si uniscono i numeri dati calcolandoli come semplici unità, cioè col loro proprio valore, e tolto dalla loro somma il nove quante volte si può si noti il residuo; si pratichi lo stesso ne' numeri indicante la somma avuta, se i residui si trovano essere uguali, l' operazione si è bene eseguita. P. e.

458		856	45 — 45 = 0
367	49 — 45 = 4	98	27 — 25 = 0
88	13 — 9 = 4	45	
913		999	

Nel primo caso la somma della unità comprese sulle cifre di tutti i numeri dati è 49 dal quale il 9 può togliersi cinque volte, o che val lo stesso può sottrarsi il numero 45 ed il residuo è 4 Le unità che sono sulle cifre del numero che indica l' addizione fatta, sono 13, dalle quali tolto il 9 si ha parimente il residuo 4 sicchè l' operazione è esatta. Parimente sul secondo esempio non essendovi alcun residuo nel primo come nella seconda sottrazione, può essersi certo che l'addizione è bene eseguita.

30 Per la sottrazione si uniscono le unità comprese nelle cifre del numero minore, e quelle che sono nella differenza ritrovata, si toglie da tal somma il 9 sempre che si può e si noti l'ultimo residuo. Si sommino le unità che sono nelle cifre del numero maggiore, si sottrae il 9 finchè si giunga all' ultimo residuo il quale se è uguale al primo, la sottrazione è esatta. P. e.

4567	22 — 18 = 4	34986	30 — 27 = 3
2384	31 — 27 = 4	28279	48 — 45 = 3
2183		= 6707	

Nel primo caso le unità comprese nelle cifre del numero minore e della differenza sono 31 dalle quali il 9 può togliersi tre volte ed il residuo e 4. Le unità comprese nelle cifre del numero maggiore sono 22 dalle quali tolto due volte il 9 si ha l' istesso residuo ; sicchè l' operazione è esatta L' istesso si osserva nel secondo esempio.

31. Per la prova della moltiplica si toglie il 9 dalle unità che sono nelle cifre di ciascun fattore, si moltiplicano tra loro gli avanzi, e del prodotto che si ha si tolga il 9 il più che si può finchè si giunga all'ultimo residuo. Si sommano le cifre del prodotto della moltiplicazione, e si tolga il 9 finchè si giunga all' ultimo residuo; se questi è uguale all'altro già ritrovato l' operazione è esatta. P. e.

456	6 × 8 = 48 — 45 = 3	623	2 × 5 = 10 — 9 = 1
89		32	
4104		1246	
3648		1869	
40584	21 — 18 = 3	19936	37 — 36 = 1

Nel primo caso le unità comprese nelle cifre del primo fattore son 15 dalle quali tolto il 9 si ha 6, quelle comprese nelle cifre del secondo fattore sono 17 dalle quali tolto il 9 si ha 8, quindi moltiplicando il 6 per 8 si ha il prodotto 48 dal quale il 9 può togliersi 5 volte ed il residuo e 3. Ma le unità comprese nelle cifre del prodotto della moltiplicazione sono 21 e quindi tolto due volte il 9 si ha parimente per residuo 3 sicchè l' operazione è esatta. L' istesso praticando nel secondo esempio si ha occasione di esser certo di non esservi errore nella moltiplicazione.

32. Per la prova della divisione si toglie il 9 sempre che si può dalle unità comprese nelle cifre del divisore, e da quelle del quozientesi moltiplicano queste due differenze, vi si aggiunge il residuo della divisione se v' è n'è stato e si toglie dalla somma delle unità che sono nelle cifre di tal numero successivamente il 9 e si noti la differenza. Si sommano le unità poste nelle cifre del dividendo si toglie il 9 finchè si può e se questo residuo è uguale al primo la divisione è esatta.

```
   8   |   4578        24   |   56782
-------|   40       ------- |   48
  572      ----       2365      ----
           57                 = 87
           56                   72
           ----                 ----
         = 18                   158
           16                   144
           ----                 ----
         = 2                  = 142
                                120
                                ----
                              = 22
```

$8 \times 5 = 40 + 2 = 42 - 36 = 6 \quad 6 \times 7 = 42 + 22 = 64 - 63 = 1$

Nel primo caso appare che le unità comprese nelle cifre del divisore essendo 8 non può togliersi il 9. Quelle del quoziente sono 14 e tolto il 9 la differenza è 5, il quale moltiplicato per 8 da 40 più 2 avanzo dell' eseguita divisione si ha 42 dal quale numero tolto il 9 quattro volte il residuo è 6. Ma le unità comprese nelle cifre del dividendo sono 24, dalle quali tolte due volte il 9 si ha l' istesso residuo 6, quindi l' operazione è esatta. L'istesso si osserva nel secondo esempio.

CAPITOLO II.

Dei numeri interi concreti, ossia denominati.

33. Per ben eseguire le quattro operazioni de' numeri denominati, è necessario prima conoscere il valore delle monete, de' pesi, delle misure, non che il valore delle une in relazione colle altre del proprio genere. E perciò ne indichiamo qui le principali, usate presso di noi, segnatamente nella capitale del re-

gno, talune usate dall'estero, ed alquante tavole comparative per far conoscere il rapporto delle nostre misure al sistema metrico adottato in Francia; ciò che è oltremodo necessario a sapersi per le varie costruzioni delle opere di fortificazione delle diverse batterie, per le ricognizioni militari ec.

QUADRO DELLE MONETE

		Argento		*Rame*	
Napoli...	Ducato	10 Carlini		10 Grana	100 Cavalli
	Ducato	5 Tarì		20 Grana	200 Cavalli
	Ducato =			100 Grana	1000 Cavalli
	Ducato =	2 Patacche		50 Grana	500 Cavalli
	Oro			*Argento*	
	Zecchino =			2 Ducati	
	Oncetta =			3 Ducati	
	Oncia doppia			6 Ducati	
	Quintupla =			15 Ducati	
	Decupla =			30 Ducati	

	Argento		*Rame*
Palermo.	Scudo o Pezza =	12 Tarì =	240 Grana
	Oro		*Argento*
	Onza = . , .	30 Tarì =	Scudi 2 ½

Estere....	Lire	20 Soldi	12 Danari
	Franco	10 Decimi	10 Centesimi
	Scudo	10 Denari	
	Scudi	100 Assi	

QUADRO DEI PESI

L' unità di peso nel nostro commercio è un grano di frumento.

Napoli	Cantajo	100 Rotola (1)	33 $\frac{1}{3}$ Once	
	Tomolo	40 Rotola		
	Stajo	10 $\frac{1}{2}$ Rotola	(pe' fluidi)	
	Some	4 Pesi	40 Rotola (per la calce)	
	Moggio	4 Some	4 Corballi	30 Rotola
	Carro	4 Pesi	40 Rotola	
	Salma	16 Staja		
	Decina = 4 Rotola			
	Cantaio = 25 Decine = 100 rotola			
	Cantaio piccolo = 100 libre = 1200 once			
	Libbra	12 Once	30 Trappesi	20 Acini
	Libbra = 360 Trappesi = 7200 Acini			
	Cantaja = 2000000 Acini			
	Rotola = 20000 Acini			
	Libbra =	12 Once	10 Dramma	3 Scrupoli · 20 Acini
Palermo	Cantaro o quintale = 100 rotola = 250 libbre			
	Rotola = 2 $\frac{1}{2}$ libbre = 30 once			
	Libbre	12 Once	4 Quarte	8 Dramme o mezza quarta
	3 Scrupoli	20 Acini		

(1) *Questo è in uso in tutte le province e vien detto Napolitano o di Puglia.*

QUADRO DELLE MISURE.

L' unità delle misure lineari presso di noi è il minuto, che senza errore sensibile può paragonarsi alla lunghezza di un grano di fomento.

Napoli...

8 12 5 10
Canna Palmi Once Minuti Punti

Canna = 96 once = 480 Minuti = 4800 Punti

Palmo = 12 once = 60 Minuti = 120 decimi

7025
Miglio Palmi (1)

879
Miglio Canne

24
Tomolo Misura

4 6
Tomolo Quarte Misure

2 2 6 4
Tomolo Mezzetti Quarti Misure Quartarole

Carro di grano = 36 tomola

16 6
Staio Quarti Misurella

Salma di Gallipoli = 16 Staia

2 12 60
Carro Botte Barili Caraffa (o pure 66 alla minuta)

24 60' 60"
Giorno Ore Minuti primi Minuti secondi

Moggio in Napoli 48400 palmi quadrati

Palermo.

4 2 12 12 12
Canna Passetti Palmi Once Linee Punti

Canna = 96 Once Catena = 4 Canne, Corda = 4 Catene = 16 Canne Miglia = 45 Corde

---

(1) *Il nostro miglio che usualmente si dice essere di mille passi corrisponde a 988 tese.*

	6	12	12	12
Tesa	Piedi	Pollici	Linee	Punti
	6	12	12	10
Tesa	Piedi	Pollici	Linee	Decimale

Tesa = 10368 punti
Miglio romano moderno = 762 tese
Miglio di Vienna = Tese 5892, 39
Lega comune di Francia = Tese 2280, 33
Miglio del Reno = Tese 3864, 52

Estere....

Miglio di Germania di 15 al grado	Tese 3800.55
Miglio d'Inghilterra di 1760 Tarde.	Tese 825.68
Miglio d'Italia di 60 al grado.	Tese 950.14
Miglio di Piemonte di 800 trabucchi.	Tese 1265.
Miglio di Polonia di 20 al grado.	Tese 2850.41
Lega marina del Portogallo di 18 al grado.	Tese 3167.
Miglio di Prussia del Reno.	Tese 3864.72
Miglio moderno di Roma.	Tese 764.
Werst attuale di Russia di 1500 archines	Tese 547.35
Miglio di Sassonia di 2000 recthus.	Tese 4648.
Lega di Spagna di 8000 vares.	Tese 3479.2
Miglio di Svezia di 18000 alnar.	Tese 5883.2
Miglio Toscano di braccia 2833 $\frac{1}{3}$.	Tese 848.424
Miglio di Turchia.	Tese 856.3

TAVOLA I.

Per ridurre i metri, decimetri, centimetri, e millimetri, in piedi, pollici, e linee.

Metr	Piedi	Poll.	Linee	Metri	Piedi	Poll.	Linee
1	3	0	11,296	100	307	10	1,6
2	6	1	10,593	200	615	8	3,2
3	9	2	9,888	300	923	6	4,8
4	12	3	9,184	400	1231	4	6,4
5	15	4	8,480	500	1539	2	8,0
6	18	5	7,776	600	1884	0	9,6
7	21	6	7,072	700	2154	10	11,2
8	24	7	6 368	800	2462	9	0,8
9	27	8	5,664	900	2770	7	2,4
10	30	9	4,960	1000	3078	5	4;0
20	61	6	9,92	2000	6158	10	8
30	92	4	2,88	3000	9235	4	0
40	123	1	7,84	4000	12313	9	4
50	153	11	0,80	5000	15392	2	8
60	184	8	5,76	6000	18470	8	0
70	215	5	10.72	7000	21549	1	4
80	246	3	3.68	8000	24627	6	8
90	277	0	8,64	9000	27706	0	0
				10000	30784	5	4

Dec	Pie	Poll	Linee	Cen	Poll.	Linee	Mil.	Linee
1	0	3	8,3296	1	0	4,4330	1	0,4433
2	0	7	4,6592	2	0	8,8659	2	0,8866
3	0	11	0,9888	3	1	1,2989	3	1,3299
4	1	2	9 3184	4	1	5,7318	4	1,7732
5	1	6	5,6480	5	1	10,1648	5	2,2165
6	1	10	1,9778	6	2	2,5978	6	2,6598
7	2	1	10,3072	7	2	7,0307	7	3,[illegible]031
8	2	5	6,6368	8	2	11,4637	8	3,5464
9	2	9	2,9664	9	3	3,8966	9	3,9897
10	3	0	11,2960	10	3	8,3296	10	4,4330

TAVOLA II.

Per ridurre le tese, i piedi, i pollici, e le linee, in metri, e parti di metro.

Tese	Metri	Pie.	Decimet.	Poll	Centim	Lin.	Millem.
1	1,94904	1	3,2484	1	2,7070	1	2,256
2	3,89807	2	6,4968	2	5,4140	2	4,512
3	5,84711	3	9 7452	3	8,1210	3	6,768
4	7,79615	4	12,9936	4	10,8280	4	9,024
5	9,74[illegible]9	5	16,2420	5	13,5350	5	11,280
6	11,69422	6	19,4904	6	16,2419	6	13,536
7	13,64326	7	22,7388	7	18,9489	7	15,792
8	15,59230	8	25.9872	8	21,6559	8	18,048
9	17,54133	9	29,2356	9	24,3629	9	20,304
10	19,49037	10	32,4840	10	27,0699	10	22,560
				11	29.7769	11	24,816

TAVOLA III.

Per ridurre i metri, e le parti di metro a braccia e parti di braccio Toscano.

Miriametro o sia	10000	metr.	Br.	fior.	1734.	5. 3 $\frac{60}{100}$
Chilometro	1000	»		»	173.	8. 6 $\frac{36}{100}$
Ettometro	100	»		»	171.	6.10 $\frac{24}{100}$
Decametro	10	»		»	17.	2. 8 $\frac{22}{100}$
Metro	1	»		»	1.	14. 3 $\frac{22}{100}$
Decimetro	0,1	»		»		3. 5 $\frac{12}{100}$
Centimetro	0,01	»		»		4 $\frac{11}{100}$
Millimetro	0,001	»		»		$\frac{41}{100}$

TAVOLA VI.

Per ridurre i metri, e le parti di metro in misure lineari Napoletane.

NUOVE MISURE RAPPORTATE.	AL MIGLIO	ALLA CANNA.	AL PALMO.	ALL' ONCIA.	ALLA LINEA.
Miriametro.	5.350.1. 2.5.0.	4740.6. 2.5.0.	37926. 2.5.0.	455114.5.0.	5461373.0.
Chilometro.	0 474.0. 7.5.4.	474.0. 7.5.4.	3792. 7.5.4.	45511.5.4.	546137.4.
Ettometro.	0. 47.3. 3.1.9.	47.3. 3.1.9.	379. 3.1.9.	4551.1.9.	54613.9.
Decametro.	0. 4.5.11.1.4.	4.5.11.1.4.	37.11.1.4.	455.1.4.	5461.4.
Metro	0. 0.3. 9.6.2.	0.3. 9.6.2.	3. 9.6.2.	45.6.2.	546.2.
Decimetro.	0. 0.0. 4.6.7.	0.0. 4.6.7.	0. 4.6.7.	4.6.7.	54.7.
Centimetro.	0. 0.0. 0.5.6.	0.0. 0.5.6.	0. 0.5.6.	0.5.6.	5.6.
Millimetro.	0. 0.0. 0.0.7.	0.0. 0.0.7.	0. 0.0.7.	0.0.7.	0.7.

TAVOLA V.

Per ridurre le misure lineari Napoletane in metri.

MISURE ANTICHE NAPOLETANE.	METRO.	OSSERVAZIONI.
Miglio Napoletano . . .	1852.28175.	L' uso più comune del Regno di Napoli è quello di dividere l' oncia in cinque minuti; ma nelle amministrazioni del genio si divide in 12 linee, e questa divisione si è seguitata nella riduzione delle misure.
Canna idem . . .	2.10936.	
Palmo idem . . .	0.26367.	
Oncia Idem . . .	0.02197.	
Linea idem . . .	0.00183.	

TAVOLA VI,

Per ridurre i nuovi pesi del sistema metrico in pesi Napoletani.

NUOVI PESI RAPPORTATI.	AL CANTAIO.	AL ROTOLO.	ALLA LIBBRA.	ALL' ONCIA.	AL TRAPESO.	ALL' ACINO.
Cento Chilogrammo.	1.12.23. 3.15.	112.23. 3.15.	311.9. 3.15.	3741. 3.15.	112233.15.	2244675.
Miriagrammi . . .	0.11.22. 3. 8.	11.22. 3. 8.	31.2. 3. 8.	374. 3. 8.	11223. 8.	224468.
Chilogramme . . .	0. 1. 4. 2. 7.	1. 4. 2 7.	3.1.12. 7.	37.12. 7.	1122. 7.	22447.
Ettogrammo . . .	0. 0. 3.22. 5.	0. 3.22. 5.	0.3.22, 5.	3.22. 5.	112. 5.	2245.
Decagrammo . . .	0. 0. 0.11. 4.	0. 0.11. 4.	0.0.11. 4.	0.11. 4.	11. 4.	224.
Grammo	0. 0. 0. 1. 2.	0. 0. 1. 2.	0.0. 1. 2.	0. 1. 2.	1. 2.	22.
Decigrammo . . .	0. 0. 0. 0. 2.	0. 0. 0. 2.	0.0. 0. 2.	0. 0. 2.	0. 2.	2.
Centigrammo . . .	0. 0. 0. 0. 1/5.	0. 0. 0. 1/5.	0.0. 0. 1/5.	0. 0. 1/5.	0. 1/5.	1/5.
Milligrammo . . .	0. 0. 0. 0. 1/50.	0. 0. 0. 1/50.	0.0. 0. 1/50.	0. 0. 1/50.	0. 1/50.	1/50.

TAVOLA VII.

Per ridurre i pesi Napoletani in quelli del sistema metrico.

PESI ANTICHI DEL REGNO DI NAPOLI	GRAMMA	*OSSERVAZIONI*
Cantaio	89099 700.	Nei rispettivi valori degli antichi pesi rapportati al Grammo, quando la frazione è stata la metà o più della metà della medesima parte, si è considerata sempre per una millesima.
Rotolo.	890.997.	
Libbra	320.759.	
Oncia	26 730.	
Trapeso	0 891.	
Acino	0.045.	

Addizione de' denominati.

Per eseguirsi una tale operazione fa d' uopo sapere qual relazione serbano fra loro le quantità date ; cioè quante unità della specie minore costituiscono una di quella della specie maggiore , ciò conosciuto si dispongono le cifre in guisa che quelle di una stessa specie corrispondino in una verticale, e tirata una linea orizzontale s'incominci l'operazione. Si determinano separatamente le varie somme incominciando da quella dell' infima specie , le quali se avviene che contengono una o più unità della specie prossimamente maggiore , si uniranno queste alla somma seguente , notando sotto la linea solo il dippiù. In tal guisa continuando l'operazione si avrà la somma richiesta. Ciò si renderà vieppiù chiaro con un esempio.

	10	10	10
Ducati	Carl.	Gra.	Cavalli
24	5	7	3
88	3	2	6
33	4	6	8
146	3	6	7

	8	12	5	10
Canne.	Palmi.	Once	Min.	Pun.
213	6	8	4	7
32	2	5	2	8
8	5	3	4	9
254	6	6	2	4

Nel primo caso la somma de' cavalli è 17 sicchè si nota il 7 e si aggiunge un grano alle altre 7, 2, 6, le quali insieme fanno in tal caso 16 quindi il 6 si nota ed il carlino si unisce a 5. 7. 4 per cui si hanno 13 carlini, il 3 si noti e si aggiunge un ducato all'ultima somma. Sicchè la somma sarà per conseguenza di 146 ducati 3 carlini 6 grana e 7 cavalli. Parimenti si opera nel secondo esempio.

Sottrazione.

35. Si scrive il numero minore sotto il maggiore , si principia dalla dritta e proseguendo verso la sinistra si eseguiscano tante sottrazioni particolari, per quante sono le differenti specie di colonne ; se dal numero superiore non si può togliere l'inferiore, si prenda una unità dalla colonna immediata a questa e si unisca per quanto vale. P. e.

	8	12	5	10
Canne	Palmi	Once	Min.	Pun.
625	5	3	4	6
324	6	2	4	7
300	7	0	4	9

	10	10	10
Ducati	Carlini	Grana	Cavalli
871	4	7	4
354	6	9	8
516	7	7	6

Nel primo esempio da 6 punti non se ne possono togliere 7 per cui si prende un minuto dal 4 il quale vale 10 punti per cui dal 16 tolto il 7 si ha il residuo 9. Così parimenti da 3 minuti non potendo toglierne 4 si prenda un oncia dal 3 la quale essendo l' istesso di 5 minuti così dal 8 tolto il 4 si noti il residuo 4. Da due once tolto 2 once il residuo è zero. Da 5 palmi non potendo sottrarre 6 si prende una canna dalla cifra vicina la quale perchè è l' istesso che 8 palmi così dal 13 tolto il 6 si ha il residuo 7. E per le canne proseguendo la sottrazione si ha il residuo di 300. Sicchè il risultato dell'operazione dicesi essere di 300 canne 7 palmi — zero once 4 minuti e 9 punti. L' istesso dicesi per l' altro esempio.

Moltiplicazione.

36. Si moltiplica un intero denominato per un numero astratto, moltiplicando l' intero per l' infima specie del denominato, incominciando dalla dritta alla sinistra, e di ogni prodotto parziale si tolgono i numeri costituenti la specie prossima per unirla a questa come unità, e notarne il solo avanzo. P. e.

	8	12	5	10		10	10	10
Canne	Palmi	Once	Min.	Pun.	Ducati	Carlini	Grana	Cavalli
23	6	3	4	5	32	6	7	8
				8				6
190	2	7	1	0	196	0	6	8

Nel primo caso moltiplicando i 5 punti per 8 si hanno 40 punti ossia 4 minuti; quindi si scrive il zero e si aggiunge il 4 al prodotto di 8 per 4 che è 32 e 4 fan 36 ossia 1 minuto e 7 once le quali aggiunte al prodotto di 8 per 3 ossia 24 si hanno 31 once, ossia due palmi e 7 once; e continuando a moltiplicare l' 8 per 6 si hanno 48 palmi e 2 fanno 50 ossia 2 palmi e 6 canne, le quali aggiunte al prodotto delle canne questi sarà di 190. Ed il prodotto della moltiplicazione si dice essere di 190 canne 2 palmi 7 once ed 1 minuto. Lo stesso dicasi pel secondo esempio.

Ma se i fattori sono amendue denominati come per esempio dovendosi moltiplicare:

Ducati	Grana	Cavalli		Canne	Palmi	Once
12	25	3	per	6	5	4

in tal caso si riducano i 12 ducati 25 grana e 3 cavalli tutti in cavalli, ciò che darà 12253 cavalli, si riducano le 6 canne 5 pal. 4 once tutte in once, e si avrà 640 once, in seguito si moltiplicano questi due num. e si noti a parte il prodotto 7841920. E poichè si tratta di ducati e canne, si riduca un ducato in cavalli che sarà 1000., la canna ridotta in once da 96, moltiplicati questi numeri si noti il prodotto 96000. Si divida il primo prodotto 7841920 per 96000 ed il quoziente 81 saranno i ducati, il residuo 5592 si riduca in grani moltiplicandolo per 100, ed il prodotto 559200 diviso per 96000 il quoziente 5 indicheranno i grani. E perciò il prodotto cercato sarà di 81 duc. 5 gr. Una tale operazione sodisfa alla quistione di conoscere 6 can. 5 pal. e 4 once a 12 ducati 25 gra. e 3 cav. la canna quanto costano ? il che dicesi costare duc. 81. gr. 5.

Divisione.

37. Dovendosi dividere un numero denominato per un intero, si divide ciascuna specie del denominato per l' intero, ma s' incominci dal più grande, affinchè in alcuna di detta divisione vi rimane un residuo, il medesimo ridotto prima in unità della specie che immediatamente segua, ad essa si unisca. I quozienti parziali in tal guisa ottenuti si scrivono ne' rispettivi luoghi sotto il divisore e sarà così eseguita la divisione. P. c.

```
Duc. Carl. Gra. Cav.    | 6.
37    6     9    8      |------------------
36                      Duc. Car. Gra. Cav.
---                      6.   2    8    3.
= 1 ducato
   16
   12
   ---
 = 4 carlini
     49
     48
     ---
   = 1 grano
       18
       18
       ---
       = =
```

In quest' esempio il 37 diviso per 6 da il quoziente 6 ed il residuo e 1 ducato ossia 10 carlini i quali aggiunti a' 6 segnati nel dividendo si ha 16 che diviso per 6 da per quoziente 2 e per residuo 4 carlini ossia 40 grana le quali unite alle 9 grana segnate sul dividendo si ha 49, che diviso per 6 da il quoziente 8 e per residuo 1 grano cioè 10 cavalli i quali aggiunti agli 8 del dividendo divengono 18 che diviso per 6 da il quoziente 3, sicchè il quoziente dell' intera divisione si dice esser 6 ducati 2 carlini 8 grana 3 cavalli.

Talvolta però avviene che la prima specie non si può dividere pel dato numero, allora bisogna ridurla a quella che immediatamente la segue e se questa neppure è suscettibile, per l'altra a questa immediata e così finchè si ha un numero maggiore del divisore P. e.

Dividendo				*Divisore*			
Can.	Pal.	Onc.	Min.		17		
12	5	7	3	Can.	Palm.	Onc.	Min.
	101 pal.			0	5	11	$3\frac{12}{17}$
	85						*Quoziente*
	16 pal.						
		199 onc.					
		17					
		29					
		17					
		12					
			63				
			51				
			12				

Non potendosi per 17 dividere le 12 canne si riducono a palmi, e si uniscano agli altri 5; per cui diviso per 17 il loro aggregato che è 101 pal. si avrà per quoziente 5 palmi e per residuo 16 palmi. I quali ridotti ad once ed unite alle altre 7, fanno 199 once, che si dividono per 17 si nota il quoziente 11 once e le rimanenti 12 si riducano a 60 minuti più 3 minuti che sono nel dividendo si hanno 63 minuti i quali divisi per 17 danno per quoziente $3\frac{12}{17}$ di minuti. Quindi l'intero quoziente sarà 5 palmi 11 once $3\frac{12}{17}$

Ma se si dovessero dividere due numeri denominati tra loro come p. e. conoscendo che 81 duc. 68 gran. e 4 caval. è il costo di 6 canne 5 pal. e 4 once si cerca il costo di una canna. In tal caso li 81 ducati 68 gra e 4 caval. ridotti a cavalli daranno 81684. Una canna è l'istesso che 96 once e moltiplicato per 81684 si ha il prodotto 7841664. Le 6 canne 5 palmi e 4 once ridotta ad once danno 640, un ducato è 1000 cavalli ed il prodotto di questi numeri è di 640000. Si divida il primo prodotto 7841664 per questo secondo 640000 ed il quoziente 12 indicherà i ducati; il residuo 161664 ridotto in grana fa 16166400 il quale diviso per 640000 da il quoziente 25 che indica le grana, e finalmente il residuo 166400 ridotto a cavalli da 1664000 il quale diviso per 640000 da 2 cavalli per quoziente. Il costo quindi di una canna è ducati 12, 25 grana e 2 cavalli.

Cade a proposito l' osservare che per l' addizione e la sottrazione degli interi astratti e denominati, debbono i numeri essere omogenei; ma per la moltiplica e divisione possono essere dell' una e dell' altra specie, come diremo trattandosi delle frazioni.

Le operazioni de' denominati si possono ben semplificare con iscriverle in un rigo come quì appresso si osserva, potendosi fare le operazioni all' uopo o su d' un poco di carta o su di una tela.

Problema I. Un sergente maggiore deve addizionare la seguente partite.

	10	10	10		
Ducati	Carlini	Grani	Cavalli		D. G.
12	9	7	4		
6	7	4	0	=	27 10
3	0	2	7		
4	3	5	9		

Problema II. Un fuochista di artiglieria deve sottrarre da

	12	10	3	20						
Lib.	Once	Dram.	Srupoli	Acini		L,	O,	D,	S,	A.
817	9	7	0	17	=	719	9	7	0	18
97	11	9	2	19						

Problema III. Un sergente de' zappatori vuol sapere 13 giorni 7 ore 18 minuti primi presi 12 volte che tempo costituiscono.

	24	60			24	60
Gior.	Ore	Min.		Gior.	Ore	Min.
13	7	18	× 12 =	159	15	36

Problema IV. Un sergente maggiore di cavalleria deve dividere a 98 soldati del suo squadrone la somma di

Duc.	Carlini	Gra.	Cavalli		D. C. G. C.
216	6	8	8	: 98 =	2. 2. 1. 1.

CAPITOLO III.

Delle frazioni.

39. S' intende per *numero rotto* ovvero *fratto* o *frazione* quella quantità che esprime una o più parti uguali di una unità considerata, come tutto di queste parti. Così p. e. se di una unità divisa in quattro parti uguali, se ne debbano prendere 3, ciò s' indicherà con una frazione la quale si proferisce con dire *tre quarti* e si scrive così $\frac{3}{4}$.

E dicesi *frazione* di *frazione* quella quantità, la quale esprime una o più parti non di una unità, ma di un altra frazione data. Così p. e. $\frac{1}{2}$ di $\frac{3}{4}$ di ducati, dinota che si debba prendere la metà non di un ducato intero ma di $\frac{3}{4}$ parte di ducato.

40. Ne segue da ciò che per indicare qualsivoglia frazione vi vogliano due numeri, de' quali uno denomina in quante parti uguali si è divisa l' unità, e l' altro indica quante di siffatte parti se ne debbono prendere. E perciò che il primo si chiama *denominatore* ed il secondo *numeratore*. E quando il secondo è minore del primo il rotto dicesi *vero* chiamandosi solamente *espressioni frazionarii* quelle in cui il numeratore è uguale o maggiore del denominatore.

41. Si vede altresì chiaro, che la frazione equivale al quoziente di una divisione, di cui il numeratore è il dividendo ed il denominatore è il divisore. E che se amendue le parti di una frazione si moltiplicano o si dividono per un numero qualunque non si altera il suo valore. Così p. e. se nella frazione $\frac{3}{4}$ si moltiplicano ambi i membri per 2 si avrà $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ per-

chè la prima frazione dinota l'unità divisa in 8 parti uguali dovendone prendere 6; la seconda cioè $\frac{3}{4}$ dinota l'unità divisa in 4 parti uguali dovendone prendere 3; ed infatti posto l'unità = 24, $\frac{6}{8}$ sarà l'istesso che 18 parti e $\frac{3}{4}$ è parimente uguale a 18. Così pure se la frazione $\frac{6}{15}$ si divide tanto il numeratore quanto il denominatore per 3 si avrà $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$. In effetti ponendo l'unità uguale a 30, $\frac{6}{15}$ sarà = a 12 parti e $\frac{2}{5}$ = parimente a 12 parti.

Un tal principio fa conoscere, che un numero intero o fratto che sia, può ridursi ad avere un dato denominatore. Così p. e. il numero 12 è l'istesso che la frazione $\frac{12}{1}$ la quale moltiplicata per qualunque numero si il numeratore che il denominatore, non si altera di valore, e perciò volendo dargli il denominatore 2, 4 ec. diverrà $\frac{24}{2}$, $\frac{48}{4}$ ec. Per l'istesso principio un numero qualunque di diverse frazioni può ridursi ad avere l'istesso denominatore. Così p. e. $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{6}$ sono uguali a questi altri rotti.

$$\frac{2 \times 5 \times 6}{4 \times 5 \times 6} \qquad \frac{3 \times 4 \times 6}{4 \times 5 \times 6} \qquad \frac{5 \times 5 \times 4}{4 \times 5 \times 6}$$

cioè $\frac{60}{120}$ $\frac{172}{120}$ $\frac{100}{120}$

Locchè mena alla seguente regola pratica per ridurre più frazioni allo stesso denominatore; cioè di moltiplicare ogni numeratore per tutti i denominatori escluso il suo, e porre per

comune denominatore il prodotto di tutti i denominatori delle frazioni date.

Premessi questi principj passiamo alle quattro operazioni de' rotti.

Addizione.

42. Più frazioni si addizionano tra loro riducendole prima al o stesso denominatore comune, poscia sommati i numeratori si scrive sotto il comune denominatore. P. e.

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}=\frac{54+60+48}{4\times6\times3}=\frac{162}{72}=2\frac{18}{72}=2\frac{1}{4}$$

Che se le frazioni si trovano unite a degli interi, si sommano prima gl' interi e poscia le frazioni, le quali se nell' unirle tra loro contengono degli interi questi si sommeranno con gli altri. P. e.

$$8\frac{7}{12}+3\frac{1}{8}+\frac{3}{4}=8\frac{224}{384}+3\frac{48}{384}+$$

$$2\frac{288}{384}=13\frac{560}{384}=14\frac{176}{384}=14\frac{11}{24}.$$

Si può benanche ridurre l'intero e rotto tutto a rotto, e allora l'operazione si esegue come nel primo esempio.

Sottrazione.

43. Due frazioni si sottraggono tra loro, riducendole prima allo stesso denominatore, di poi sottraendo dal numeratore maggiore il minore, e ponendo sotto il residuo il comune denominatore. P. e.

$$\frac{7}{8}-\frac{5}{7}=\frac{49}{56}-\frac{40}{56}=\frac{9}{56}$$

Ma se le frazioni sono unite agli interi, allora la sottrazione si esegue considerando l'intero maggiore da sottraendo ancor-

chè la sua frazione sia minore dell' altra, perchè prendendo una unità dell' intero e riunendola alla sua frazione, quella che si avrà, sarà sempre maggiore di quella che accompagna l'intero minore, e sottraendo gl' interi tra di loro e le frazioni dopo di essere state ridotte allo stesso denominatore si sarà eseguita l' operazione. P. e.

$6\frac{2}{3} - 4\frac{1}{2} = 6\frac{4}{6} - 4\frac{3}{6}$ E poichè $6 - 4 = 2$ e $\frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$ Sarà dunque $6\frac{4}{6} - 4\frac{3}{6} = 2\frac{1}{6}$. Vogliasi ora sottrarre l' intero e rotto $3\frac{5}{6}$ dall' altro $5\frac{1}{2}$. Non potendosi da $\frac{1}{2}$ sottrarre $\frac{5}{7}$. Si prende dall' intero 5 una unità ed aggiungendola alla frazione $\frac{1}{2}$ si avrà $5\frac{1}{2} = 4\frac{3}{2}$ e perciò $5\frac{1}{2} -$

$$3\frac{5}{7} = 4\frac{3}{2} - 3\frac{5}{7} = 4\frac{3\times7}{2\times7} - 3\frac{5\times2}{2\times7} = 4\frac{21}{14} - 3\frac{10}{14}$$

$$= 1\frac{11}{14}.$$

Si può benanche ridurre l' intero e la frazione ad un solo rotto, ed eseguire la sottrazione tra due frazioni. Così nell' esempio citato

$$5\frac{1}{2} - 3\frac{5}{7} = \frac{11}{2} - \frac{26}{7} = \frac{77}{14} - \frac{52}{14} = \frac{25}{14} = 1\frac{11}{14}.$$

Moltiplicazione.

44. La moltiplicazione delle frazioni si esegue moltiplicando scambievolmente i numeratori ed i denominatori; e la frazione che avrà per numeratore il primo prodotto e per denominatore il secondo è il prodotto cercato. P. e.

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{24};\quad e\ \frac{2}{3} \times \frac{8}{9} = \frac{16}{27}$$

Ma se le frazioni sono unite agli interi, l'operazione si esegue moltiplicando l' intero per l'intero, ciascuno intero per la

frazione dell' altro, e le frazioni fra loro; o più facilmente si riducono gl' interi e rotti a frazioni e si fa la moltiplicazione delle frazioni per rilasciarne di poi gl' interi. P. e.

$$3\frac{4}{5}\times 4\frac{5}{6} = 3\times 4 + 3\times\frac{5}{6} + 4\times\frac{4}{5} + \frac{4}{5}\times\frac{5}{6}$$

cioè uguale a $12 + \frac{15}{6} + \frac{16}{5} + \frac{20}{30} = 12 + \frac{75}{30} + \frac{96}{30} + \frac{20}{30} = 12 + \frac{191}{30} = 18\frac{11}{30}$. Ed operando nel secondo modo si ha $3\frac{4}{5}\times 4\frac{5}{6} = \frac{19}{5}\times\frac{29}{6} = \frac{551}{30} = 18\frac{11}{30}$

Divisione.

45. La divisione delle frazioni si esegue moltiplicando il numeratore della frazione dividendo, pel denominatore della frazione divisore, ed il prodotto sarà il numeratore della frazione quoziente; si moltiplichi poi il denominatore della frazione dividenda pel numeratore della frazione divisore, e si avrà il denominatore della frazione quoziente P. e.

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{6} = \frac{3\times 6}{4\times 5} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10} \text{ e } \frac{2}{3} : \frac{7}{8} = \frac{16}{21}$$

O pure in altra guisa, si rovesci la frazione divisore, ed indi si moltiplichi numeratore con numeratore denominatore con denominatore, e si avrà il quoziente richiesto P. e.

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3}\times\frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Dato poi il caso che le frazioni sono accompagnate dagli interi, si riducono a semplici espressioni frazionarie e quindi si esegua la divisione P. e.

$$7\frac{3}{4} : 6\frac{4}{5} = \frac{31}{4} : \frac{34}{5} = \frac{155}{136} = 1\frac{19}{136}$$

46. Conosciute le quattro regole di fratti è ben facile il determinare esattamente il valore di una vera espressione frazionaria che si rapporta ad un qualunque denominato, operazione che molto frequentemente si presenta in pratica. Basta moltiplicare il numeratore per le parti contenute nel denominato più prossimo alla sua unità, ed il prodotto dividerlo pel denominatore. Che se dopo una tale divisione rimane un residuo, si continui l'operazione come abbiamo indicato nel paragrafo 37 parlando della divisione de' denominati. Si voglia per esempio conoscere il valore di $\frac{3}{5}$ di ducato.

Ogni ducato è 10 carlini quindi si ha $\frac{3 \times 10}{5} = \frac{30}{5} =$ 6 carlini.

Così pure per sapere $\frac{3}{4}$ di una canna a quanto equivale. Poichè ogni canna è otto palmi, si ha $\frac{3 \times 8}{4} = 6$ palmi.

Si voglia determinare il valore di $\frac{3}{5}$ di botta. Ogni botta è 12 barili, sicchè si ha $\frac{3 \times 12}{5} = \frac{36}{5} = 7$ ed $\frac{1}{5}$ di barile.

Il fratto $\frac{1}{5}$ di barile si riduce a carafe, e poichè ogni barile è 60 carafe così si ha $\frac{1 \times 60}{5} = \frac{60}{5} = 12$ carafe. Quindi $\frac{3}{5}$ di una botta è l'istesso che 7 barili e 12 carafe.

CAPITOLO IV.

Delle frazioni decimali.

47. Si dicono *rotti* o frazioni decimali quelli i di cui denominatori sono i numeri 10, 100, 1000, ec. ec. cioè a dire

$$\frac{1}{10},\ \frac{2}{100},\ \frac{3}{1000}\ \text{ec.}$$

E poichè i denominatori delle frazioni decimali crescono secondo i numeri 10, 100, 1000 ec. è facile il vedere che esse serbano l'istessa legge degli interi; e quindi si può con facilità passare dagli interi alle frazioni decimali; in fatti siccome dieci unità fanno una decina, e dieci decine un centinajo così $\frac{10}{1000}$ fanno $\frac{1}{100}$, $\frac{10}{100}$ fanno $\frac{1}{10}$ e $\frac{10}{10}$ una unità.

48. Nelle frazioni decimali se il numeratore ha tante cifre quanti zeri sono nel denominatore, il primo carattere a sinistra dinota parte decime dell'unità, il secondo centesime, il terzo millesime, il quarto diecimillesime ec. Sieno dati perciò le frazioni decimali $\frac{2}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{3}{1000}$, $\frac{8}{10000}$, le quali ridotte allo stesso denominatore equivalgono a $\frac{2000}{10000}$, $\frac{500}{10000}$, $\frac{30}{10000}$ $\frac{8}{10000}$ e la loro somma è $\frac{2538}{10000}$ cioè *due mila cinquecento trentotto diecimillesimi.*

Nella quale frazione il 2 dinota parte decime dell'unità, il 5 centesimi, il 3 millesime, l'8 diecimillesime.

Da siffatta ordinata successione che hanno i caratteri decimali si è tolto il vantaggio di scriverli senza denominatori, e per distinguerli dagli interi si tramezzano con una virgoletta, così per esempio 4, 336 si legge *quattro interi e trecento trentasei millesimi.* E se non vi sono interi si supplisce con un zero, così p. e o, 754 significa zero interi e *settecento cinquantaquattro millesimi.* Pongasi però sempre mente, che nel leggere i decimali, fa d'uopo supporvi il corrispondente denominatore, il quale si compone dell'unità seguita da tanti zeri quante

sono le cifre del decimale istesso; così per esempio $4 \frac{336}{1000}$ si scrive soltanto 4 , 336 , e la frazione $\frac{754}{1000}$ si scrive o , 754. Epperò dovendosi indicare de'decimali mancante di qualche parte p. e. $\frac{64}{1000}$, $\frac{98}{10000}$, affin di dare il giusto denominatore bisogna porvi tanti zeri alla sinistra delle cifre, per quante sono le parti mancanti; e perciò le citate frazione si scriveranno o, o64; e o , oo98.

In fine poichè $\frac{7}{10}$ è l' istesso che $\frac{70}{100}$, $\frac{700}{1000}$ è chiaro che si esprimerà l' istessa quantità decimale o che si scrive o , 7 ovvero o , 70 oppure o , 700. E perciò non si altera il valore di un decimale se a destra del medesimo si aggiungeranno quanti zeri si vogliono. In verità tanto è prendere sette decine di un ducato, cioè sette carlini , quanto settanta centesimi di un ducato cioè settanta grana.

Addizione dei decimali.

49. Per l'addizione delle frazioni decimali, si scrivono i dati decimali in guisa che le unità dello stesso ordine si trovino situate nelle stesse colonne verticali, cioè le parti decime colle decime, le centesime colle centesime le millesime colle millesime. Ma se i decimali sono uniti agli interi, questi separati da quelli mediante una virgola, si scrivono coll'ordine solito, cioè le unità sotto le unità le decine sotto le decine ec. Ciò fatto si sommano i caratteri delle serie verticali nella stessa guisa che si è detto de' numeri interi, e sarà così eseguita l' addizione. P. e.

	7, 8 0 4 4	0, 0 0 1 2 3
	6 4, 0 1 2	3, 6 5 3
	0, 3 2 5	4, 8 7 4 2
somma	7 2, 1 4 1 4	8, 5 2 8 4 3

Sottrazione de' decimali.

50. Si disponga il decimale minore sotto al maggiore, e nell' istesso ordine dell' addizione. Che se i decimali sono uniti agl' in-

teri, questi si separino colla solita virgola, e poi si fa la sottrazione come se fossero tutti interi. P. e.

	43, 33445		0, 74568
	21, 8743		0 43954
Residuo	21, 46015	*Residuo*	0, 30614

Moltiplicazione de' decimali.

51. Sieno i decimali soli o uniti agli interi, si moltiplicano tra loro come se fossero tutt' interi, e dopo si separano dal prodotto, verso la dritta, tanti caratteri decimali quanti son quelli di ambedue i fattori. Che se i caratteri del prodotto non sono sufficienti per togliere questi ultimi, si aggiungono de' zeri sulla sinistra del prodotto, e così sarà eseguita la moltiplicazione. P. e.

0, 3345	5, 028469
0. 0034	4, 23
13380	15085407
10035	10056938
0, 00113730	20113876
	21,27042387

Nel primo caso il prodotto contiene soltanto sei caratteri, giacchè è 113730, ma in ambedue i fattori ve ne sono otto, quindi si sono aggiunti due zeri a sinistra per avere il vero prodotto della moltiplicazione. E nel secondo si sono separate otto cifre cominciando dalla dritta.

Relativamente alla moltiplicazione de' decimali vi è da osservare.

I. Il prodotto che nasce moltiplicando un decimale per un decimale è sempre un decimale p. e. 0, 00022 × 0, 923 = 0, 00020306.

II. Il prodotto che si ha moltiplicando un decimale per un intero, può costare di decimali, e d' interi uniti a decimali p. e 0, 0032 × 44 = 0, 01408; e 0, 82 × 6 = 4, 92,

III. Il prodotto che si ha moltiplicando un decimale per un intero e decimale; può essere di decimali, e d' interi e decimali p. e. 55, 00014, × 0, 00051 = 0, 0280500714 e 0, 345 × 6, 81 = 2, 34945.

IV. Il prodotto che si ha moltiplicando interi e decimali, per interi e decimali: costa sempre d' interi e decimali p. e. 7, 0154 × 3, 21 = 22, 519434.

Divisione de' decimali,

52. Si esegua la divisione delle frazioni decimali, come se fossero numeri interi. e si nota solo la differenza, delle cifre decimali del dividendo su quelle del divisore. Ma se si voglia un quoziente più esatto, ovvero il divisore sia maggiore del dividendo, si aggiungono a questo dei zeri alla destra; finchè si creda necessario, e poi si esegua la divisione per avere il quoziente cercato P. e.

Dividendo	*Divisore*
243,5497	3256
22792	7, 4 8 *Quoziente.*
= 15629	
13024	
== 26057	
20648	
= ===9	

Dividendo	*Divisore*
0, 00075000	0, 0087
000696	0, 0862 *quoziente*
= 540	
522	
= 180	
174	
== 6	

Nel primo caso il quoziente è 748, ma le cifre decimali del dividendo sono quattro, quelle del divisore sono due, sicchè la differenza è di due cifre, e perciò si sono staccate l'8 ed il 4 ed il quoziente della divisione si dice essere 7, 48. Nel secon-

do esempio poi il quoziente da tre cifre, ma la differenza de' caratteri decimali; del dividendo su quella del divisore,è di quattro cifre decimali; sicchè si è aggiunto un zero a sinistra, ed il quoziente della divisione si dice essere o, o862.

È da osservarsi nella divisione de' decimali.

I. Il quoziente che si ha dividendo un decimale maggiore per un altro minore, costa d'interi, o d'interi e decimali p. e. o, 232 : o, oo29 = 80; e o, 294 : o, oo43 = 68, 37.

II Il quoziente di un decimale minore diviso per un altro maggiore, è sempre un decimale p. e.

$$0,000014 : 0\,6421 = 0002\,\frac{115800}{642100}$$

III. Il quoziente che si ha dividendo un intero per un decimale, è sempre d'interi, e d'interi e decimali p. e. 135 o, oo15 = 90000; e 84 : o, o74 = 1135, 13

IV. Il quoziente che si ha dividendo interi e decimali per decimali; è composto d'interi; o pure interi e decimali p. e. 87, 16 : o, 4358 = 200; e 14, o7 : o, 981 = 14, 45.

V. Il quoziente che si ha dividendo interi e decimali per interi e decimali; ma gl'interi del dividendo maggiori di quelli del divisore, si compone d'interi, o interi e decimali p. e. 1407 : 12, 191 = 1, 154.

VI. Il quoziente che si ha dividendo interi e decimàli per interi e decimali, ma gl'interi del divisore maggiori di quelli del dividendo, è sempre composto di soli decimali p. e.

$$14,4197 : 176,003 = 0,08\,\frac{339460}{1760030}$$

La verifica delle quattro operazioni de' decimali si esegue come quella degli interi, cioè l'una per l'altra.

CAPITOLO V.

Trasformazione delle frazioni ordinarie in decimali e di quelle decimali in ordinarie.

53. Si trasforma una frazione ordinaria in un decimale, aggiungendo alla dritta del numeratore, tanti zeri, per quanto è il valore del decimale che si cerca; dividendo il numeratore così alterato pel denominatore della frazione, e separando dal quoziente tante cifre quanti sono stati i zeri aggiunti. Così p. e.

il rotto $\frac{3}{4}$ volendo ridurlo a parti centesimi sarà $= 300 : 4 = 0,75$, così pure $\frac{2}{5} = 0,4$ riducendolo a parti decime, parimenti $\frac{5}{12}$ volendone il decimale in parti millesimi si ha $\frac{5000}{12} = 0,416$; e così pure $\frac{5}{7} = 0,714285$ riducendolo in parti milionesime.

Si osservi che se l' operazione si arresta alla prima cifra del quoziente, l' errore o la differenza della frazione ordinaria, relativamente a quella decimale è minore per $\frac{1}{10}$, se alla seconda cifra lo sarà per $\frac{1}{100}$ alla terza per $\frac{1}{1000}$, così finchè si rende trascurabile.

54. Volendo esprimere approssimativamente, con un minor numero di cifre decimali il valore di una frazione ordinaria; fa d'uopo osservare, che se sul decimale che ne risulta, si sopprimono delle cifre, e la prima di questo è maggiore di 5, in tal caso è mestieri accrescere di una unità l' ultima cifra della frazione ridotta P. e. $\frac{5}{12}$ volendone due cifre decimali, è uguale $0,42$ e non già $0,41$; perchè $0,41$ è minore di $0,416$ per $\frac{6}{1000}$, e $0,42$ è maggiore di $0,416$ per $\frac{4}{1000}$; quindi è molto meglio lasciare la differenza di $\frac{4}{1000}$ anzichè di $\frac{6}{1000}$. Al contrario se la cifra decimale è minore di 5 non si altera affatto P. e $0,3712$ volendone esprimere tre caratteri sarà $0,371$ e non $0,372$, perchè il primo numero manca dal suo valore per $\frac{2}{10000}$ ed il secondo eccede di $\frac{8}{10000}$.
Supprimendo poi un sol carattere, ed essendo questo precisamente il 5, vale l'istesso accrescere o rimaner tal quale le cifre P. e. $0,7485$ volendo esprimerne tre caratteri solamente, si può scrivere $0,748$ e $0,749$; giacchè nel primo caso la differenza è di

$\frac{5}{10000}$ in difetto, e nel secondo anche di $\frac{5}{10000}$ ma in eccesso.

55. Si è veduto che nel ridurre in parti centesimi le frazioni $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{5}$ non resta alcun residuo nella divisione, mentre così non avviene per le frazioni $\frac{5}{12}$ e $\frac{5}{7}$. Da ciò nasce la divisione che si fa delle frazioni ordinarie che si trasformano in decimali; dicendosi *frazioni finite* quelle che nel ridurle a decimali non lasciano residuo; e *frazioni* infinite quelle che lasciano un residuo nella divisione, e perciò non si esprimono esattamente, ma bensì con una approssimazione che può spingersi fino a rendersi trascurabile la differenza.

56. Potendosi ritrovare il quoziente di una divisione, anche quando il divisore è maggiore del dividendo, con aggiungere a destra di questi de'zeri, ed eseguire così l'operazione; è facile il vedere che in siffatta guisa si può ridurre qualsiasi frazione a frazione decimale. Eppeiò si ridurranno con esattezza quelle sole in cui i denominatori sono divisori esatti di uno de' denominatori delle frazioni decimali. Così p. e. i rotti $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$ si riducono il primo a o, 4 ed il secondo a o, 75 per essere i denominatori 5 e 4 esatti divisori di 10 e 100 che sono denominatori delle frazioni decimali.

Ma quantunque le altre frazioni privi di questa proprietà, non si possono ridurre con esattezza, si ridurranno sempre con una approssimazione che rende trascurabile ogni differenza. Così il rotto $\frac{2}{3}$ si riduce a o, 666 aggiungendo a destra del numeratore tre zeri, e poi dividendolo per il denominatore 3. E volendosi un valore che più si approssimi al vero, si aggiungeranno altri zeri, e si continuerà coll'istesso ordine la divisione, finchè l'ultimo residuo, essendo trascurabile riguardo all'unità, a cui si riferisce la data frazione, si possa tralasciare. Quindi aggiungendone altri due zeri, si ridurrà a 0,66666; e parimenti il rotto $\frac{3}{4}$ si ridurrà a o, 42 ponendo solo due zeri, ed a 0,428571 ponendo sei zeri a dritta del numeratore, ed eseguendo la divisione.

CAPITOLO VI.

De' quadrati e della estrazione della radice quadrata.

57. Se un numero qualunque si moltiplica per se stesso, il prodotto che ne risulta dicesi quadrato di questo numero; ed il numero rispetto al quadrato dicesi radice quadrata. Così p. e. il quadrato di 7 è 49 giacchè $7 \times 7 = 49$ e l'istesso 7 sarà la radice di 49; il quadrato di 49 è 2401 giacchè $49 \times 49 = 2401$ e l'istesso 49 è radice quadrata di 2401. E per indicare queste due operazioni si scrive.

$$\overline{7}^{2} = 49 \text{ e } \sqrt[2]{49} = 7$$

Quindi elevare un numero a quadrato, significa moltiplicarlo per se stesso, ed estrarne la radice quadrata, vale il determinare una quantità numerica tale, che moltiplicata una volta per se stessa, dia il quadrato, ossia il numero dato. Or poichè tutti i numeri possono moltiplicarsi per loro stessi, e non tutti i numeri sono veri quadrati; così la prima operazione è sempre eseguibile, e la seconda può farsi o esattamente, o con approssimazione, determinando il numero prossimo; cioè il massimo quadrato contenuto nel numero dato.

57. Ciò premesso il quadrato di una frazione si avrà facendo il quadrato tanto del numeratore quanto del denominatore, poichè p. e. per avere il quadrato di $\frac{3}{4}$ bisognerà moltiplicare $\frac{3}{4}$ per $\frac{3}{4}$, e conseguentemente 3 per 3 e 4 per 4, ed il quadrato cercato sarà $\frac{9}{16}$.

59. Che se la frazione è unito a qualche intero, per averne il quadrato, la maniera più breve, è di ridurre prima l'intero e la frazione a semplice espressione frazionaria, ed indi formare come nel precedente caso il quadrato tanto del numeratore che del denominatore p. e. si cerchi il quadrato di $9\ \frac{3}{4}$, perchè

$9\frac{3}{4}$ è l' istesso che $\frac{39}{4}$ il suo quadrato sarà

$$\frac{39 \times 39}{4 \times 4} = \frac{1521}{16} = 95\ \frac{1}{16}.$$

60. E per aversi il quadrato di una frazione decimale, ovvero di un intero unito ad una frazione decimale, si opererà come gli interi, però fatta la moltiplicazione, dal prodotto si staccheranno tante cifre da dritta a sinistra, quant' è il doppio de' zeri del corrispondente denominatore decimale. P. e. il quadrato di 0, 43 è 0, 1849 quello di 0, 15 = 0, 0225; quello di 14, 003 è 196,084009.

61. Indicheremo la regola pratica per estrarre da un numero intero composto la radice quadrata, ma a ben eseguire siffatta operazione, bisogna mandare a memoria i quadrati de' numeri semplici, i quali sono qui appresso indicati.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81

Per estrarre la radice quadrata da un numero composto fa d' uopo :

I. Dividere il dato numero in binarii incominciando dalla dritta alla sinistra.

II. Dall' ultimo binario a sinistra, si deve estrarre la radice quadrata esatta o prossima, e questa sarà il primo carattere della radice.

III. Di questa radice se ne formi il quadrato, e questo si sottrae dal primo binario.

IV. Si segna al lato del residuo il secondo binario, ma se ne separa con una virgoletta la prima cifra a dritta.

V. Si divide il numero che ne risulta, dopo di aver separata l' ultima cifra a destra, pel doppio del carattere della radice ritrovata, il quoziente sarà l' altro carattere della radice dimandata.

VI. Questo quoziente si scrive tanto a dritta che sotto al doppio della prima radice, e si moltiplicano questi due numeri, il prodotto si sottrae dal residuo più l'intero secondo binario.

VII Si cali l' altro binario, e se ne separa con una virgoletta l' ultima cifra a dritta, indi si dividano le cifre abbassate meno quella separata, pel doppio de' caratteri della radice già rinvenuta; il quoziente sarà l' altro carattere della radice. Fe-

nalmente si scrive a dritta e sotto del doppio dei due primi caratteri della radice, l' altro carattere rinvenuto; si moltiplichino questi due numeri, ed il prodotto si sottragga dall' intere cifre, e così di seguito P. e.

Si vogli la radice quadrata di 53949025, e quella di 15768974.

53, 94, 90, 25 = rad.(7345). e 15, 76, 89,74 = rad.(3971)

```
 49                               |   15 76 89 74
 ----                             |    9             69
 = 49,4            143            |   ----            9
  42 9             3              |    67,6          ----
 ------           ----            |    62 1          621
 = 659,0           429            |   ------         787
   585 6           1464           |  = 558,9            7
 --------             4           |    550 9         ------
  = 7342,5        -------         |   --------       5509
    7342 5         5856           |  = = 807,4       7941
  --------         14685          |      794 1          1
    00000             5           |   ---------      ------
                  -------         |   =    133       7941
                   73425          |
```

Nel primo caso si divida il num. 53949025 in quattro classi, ognuna di due caratteri, per mezzo delle virgole. S' estragga dalla prima classe 53 la sua radice quadrata prossima 7; e si noti il 7 nel posto della radice. Sotto il 53 si scriva il 49, quadrato del 7; poscia, fattane la sottrazione, si noti sotto la linea il residuo 4, ed a destra del 4 si scriva l'altra classe immediata 94, per avere il primo dividendo 49. A sinistra di 494 si scriva il primo divisore 14, ch'è il doppio della radice 7 si divida 49 per 14, e si noti il quoziente 3 sì a destra del 7, nella radice, che a destra del divisore 14. Sotto il 494 si scriva 429, ch' è il prodotto di 143 moltiplicato per 3; poscia, fattane la sottrazione, si noti sotto la linea il residuo 65, ed a destra di 65 si scriva l' altra classe immediata 90, per avere il secondo dividendo 659. A sinistra di 6590 si noti il secondo divisore 146, che è il doppio della radice già rinvenuta, ossia di 73 e fatta la divisione si noti il quoziente 4 sì a destra del 73 nella radice, che a destra del divisore 146. Sotto il 6590 si scriva 5856, ch' è il prodotto di 1464 moltiplicato per 4; poscia, fattane la sottrazione, si noti sotto la linea il residuo 734, ed a destra di tal numero si scriva l' altra classe 25, per avere il terzo dividendo 7342. A sinistra del terzo divi-

dendo si scriva il terzo divisore 1468, ch'è il doppio della radice 734; si divida il terzo dividendo pel terzo divisore, e si noti il quoziente, 5 si a destra del 734 nella radice, che a destra del divisore 1468. Finalmente sotto il 73425 si scriva 73425, ch'è il prodotto di 14685 moltiplicato per 5; e perchè, fattane la sottrazione, il residuo è zero, sarà 7345 la radice esatta del numero 53949025 Nel secondo esempio poichè vi resta il residuo 133 il numero 3971 sarà la radice prossimo di 15768974.

62. Per estrarre le radice quadrata da una frazione più casi si distinguono:

Quando ambo i termini della frazione sono quadrati perfetti; ed allora estratto la radice quadrata dal numeratore e dal denominatore, si avranno i due termini della frazione che si cerca. P. e.

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}; \quad \sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{5}{8}$$

Che se il solo denominatore è un quadrato perfetto, dal numeratore si estrarrà la radice quadrata prossima, e dal denominatore quella esatta P. e.

$$\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}, \quad \sqrt{\frac{3}{25}} = \frac{1}{5}$$

Se il denominatore neanche è un quadrato perfetto, si moltiplicheranno i due termini della frazione per il denominatore moltiplicato tre volte per se stesso (ossia pel cubo), il che non cangia in verun modo il valore della frazione, ed estratta sì dal numeratore come dal denominatore la radice quadrata, la quale sarà esatta pel solo numeratore, essa radice disterà dalla radice vera per una differenza trascurabile. P. e.

$$\sqrt{\frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{5 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6 \times 6 \times 6}} = \sqrt{\frac{1080}{1296}} = \frac{32}{36} = \frac{8}{9};$$

$$\sqrt{\frac{6}{25}} = \sqrt{\frac{6 \times 25 \times 25 \times 25}{25 \times 25 \times 25 \times 25}} = \sqrt{\frac{93750}{390625}} = \frac{306}{625}$$

63. Si estrae la radice quadrata da un intero unito ad una

frazione, riducendo tutto ad una espressione frazionaria, e poscia operando come nel paragrafo precedente. P· e.

$$\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

64. Si estrae la radice quadrata dalle frazioni decimali, o pure dagli interi uniti alle frazioni decimali, con l'istessa legge degli interi, ma nel dividerle in caselle o binarii, si procederà da sinistra a dritta per le cifre decimali, e se mai l'ultima casella rimane di un sol carattere, si compie il binario con un zero; e ciò vale anche quando vi sono più interi, i quali per altro si debbono dividere in binarii da dritta a sinistra, ed eseguita l'operazione si separano dalla dritta alla sinistra della radice ritrovata, tanti caratteri pe' decimali, quante sono state le caselle o binarii de' medesimi decimali. P. e.

$$\sqrt{0,00,00,38,44} = 0,0062;$$

```
                36
                ——
122            244
  2            244
———            ———
244            » » »
```

$$\sqrt{0,00,00,50,97,96} = 0,00714$$

```
141             49
  1             ——
———           » 19,7
141             141
1424           —————
   4            569,6
———             5696
5696           —————
               » » » »
```

E poichè i zeri posti alla dritta delle frazioni decimali non ne alterano il valore, ben si comprende che con questo mezzo si può la radice prossima di una frazione decimale, maggiormente approssimarla alla vera, badando però di aggiun-

gere alla frazione, per ogni ulteriore carattere che si vuole nella radice, una coppia o binario di zeri.

65. Ciò premesso se non si può sempre estrarre la radice quadrata esattamente, da un numero, o frazione qualunque, si può sempre assegnare un valore a tal radice, che differisca dal vero per qualsivoglia picciolissima quantità.

Quest' approssimazione si fa col mezzo de' decimali. A tal effetto si scrivono di seguito al numero dato, una quantità di zeri doppii delle cifre decimali che si vogliono nella radice, e poi si esegua l' operazione al solito, separando alla fine con una virgola sulla destra della radice, tanti decimali, per quante sono le coppie de' zeri aggiunti.

Si domanda p. e. la radice quadrata di 87567 prossima al vero, in guisa che l'errore sia minore di un millesimo, o che val lo stesso essa radice sia approssimata a millesimi. Si aggiungano sei zeri al numero dato, e si estrae la radice da 87567000000.

	$\sqrt{}$8, 75, 67, 00, 00, 00 = rad. 295,917
49	4
9	
441	47,5
585	441
5	= 346.7
2925	292 5
5909	= 5420,0
9	5318 1
53181	= 10190,0
59181	5918 1
1	427190,0
59181	4142789
591827	
7	= 12911 1
4142789	

Separato da 295917 tante cifre per la metà de' zeri aggiunti la radice cercata sarà 295, 917 e 295, 918; la differenza de' quali numeri è minore d' un millesimo.

Del pari se si chiede la radice quadrata di 2 approssimata a' milionesimi, si estrarrà la radice quadrata di 20000000000000 che si troverà essere 14142136, e separando le otto cifre a destra si avrà 1, 4142136 per la radice prossima di 2, e 1,7320508 per la radice prossima di 3.

Così volendo la radice quadrata di 21, 935 approssimata fino a millesimi, si cerca la radice quadrata di 21, 935000 che è 4, 683 e che lo sarà parimente di 21, 935. Similmente di 0, 542 la radice quadrata approssimata fino a' millesimi è 0, 736.

66. Ciò premesso volendosi la radice quadrata di un rotto che non è quadrato perfetto, si può ridurre il rotto a decimale, e poi si estrae dal decimale la radice. Così p. e. volendo la radice di $\frac{2}{3}$ si riduce questo rotto a decimale ed è 0, 666666.

È poichè la radice quadrata di 0, 666666, è 0. 0816 quella prossima di $\frac{2}{3}$ sarà benanche 0, 0816.

67. Per vedere se nell'estrarre la radice quadrata da un numero qualunque, siasi o no errato, converrà inalzare la stessa radice a quadrato, se un tal quadrato è uguale al numero da cui si è estratto la radice, è segno che non si è errato. Però se il numero da cui si è estratta la radice non è quadrato, converrà in tal caso aggiungervi anche il residuo rimasto nell' estrazione della radice. Così ne' due esempii messi al paragrafo 61. si è certo che 7345 è la radice di 53949025 perchè $7345 \times 7345 = 53949025$; e 3971 è la radice prossima di 15768974, giacchè $3971 \times 3971 = 15768841$ ed aggiuntovi il residuo 133 si ha il numero dato 15768974.

68. Perchè meglio si possa conoscere l' applicazione e l' uso dell' estrazione delle radici quadrate, si aggiungono taluni problemi i quali vengono, risoluti solo con tale operazione.

Problema I. Un maggiore vuole in una piazza d'arme ordinare i suoi 784 soldati in un quadrato pieno. Si cerca quanti soldati deve mettere di fronte.

Si estrae da 784 la radice quadrata, la quale è 28; dunque 28 soldati debbono essere sulla fronte In effetti $28 \times 28 = 784$.

Problema II. Un castello ha l' altezza di 480 piedi lineari, ed è circondato da un fosso della larghezza di 140 piedi lineari. Si vuole dall' estremità del fosso inalzare una scala, che giunga sino alla cima del castello, e si vuol sapere qual deve essere la lunghezza della scala.

Si facciano i rispettivi quadrati dell' altezza del castello 480 e della larghezza del fosso 140; e poscia i loro prodotti si sommano insieme. Or 480 $\times$ 480 = 230400 e 140 $\times$ 140 = 196000; sicchè la somma di questi quadrati è 250000. Si estrae da 250000, la sua radice quadrata la quale è 500, e quindi la lunghezza della scala deve essere di 500 piedi lineari.

Problema III. Dato un quadrato il cui lato sia lungo 10 pollici lineari, trovarne un altro che sia triplo di esso.

Si riducono i pollici a linee, e si avrà 10 $\times$ 12 = 120. Si faccia il quadrato di 120 e si avrà 120 $\times$ 120 = 14400. Si prenda il triplo di 14400 e si avrà 14400 $\times$ 3 = 43200. Si estrae da 43200 la radice quadrata la quale sarà 207,84 linee; ossia 16 pollici e $48\frac{2}{3}$. Dunque il lato del quadrato che si cerca deve esser lungo pollici 16 e $48\frac{2}{3}$.

CAPITOLO VII.

De' Cubi e dell' estrazione della radice cubica.

69. Per formare il cubo di un numero, bisogna moltiplicare il numero per se stesso, ed il prodotto risultante da tale moltiplicazione moltiplicarlo per l' istesso numero. Così p. e. il cubo di 3 è 27, giacchè 3 $\times$ 3 $\times$ 3 = 27 e di 27, il 3 si dice esser la radice cubica. Il cubo di 27 è 16983 giacchè 27 $\times$ 27 $\times$ 27 = 16983 e di questo numero 27 è la radice cubica. Per indicare queste due operazioni si scrive

$$\overline{3}^{3}, \text{ o pure } (3)^{3} = 27 \text{ e } \sqrt[3]{27} = 3.$$

Quindi elevare un numero a cubo, significa moltiplicarlo pel suo quadrato, ed estrarne la radice cubica, vale il determinare una quantità numerica tale, che moltiplicata due volte per se stessa, dia il cubo ossia il numero dato.

Or poichè tutti i numeri possono sempre moltiplicarsi pei loro quadrati, e non tutti i numeri sono perfetti cubi; così si può sempre trovar il cubo di un dato numero, e viceversa la radice cubica di un numero può aversi, o esattamente, o con appros-

simazione, cioè determinando il massimo cubo che esiste nel numero dato

70. Ciò premesso il cubo di una frazione, si avrà facendo il cubo tanto del numeratore quanto del denominatore; poichè p.e. per avere il cubo di $\frac{3}{4}$ bisogna moltiplicare $\frac{3}{4}$ per $\frac{9}{16}$ e conseguentemente 3 per 9 e 4 per 16, ed il cubo cercato sarà $\frac{27}{64}$.

71. Che se la frazione è unito a qualche intero, per averne il cubo, la maniera più breve, è di ridurre prima l'intero e la frazione, a semplice espressione frazionaria, ed indi formare come nel caso precedente, il cubo tanto del numeratore che del denominatore P. e. si cerchi il cubo di $2\frac{2}{3}$ perchè questa espressione è uguale a $\frac{8}{3}$ il suo cubo sarà

$$\frac{8 \times 8 \times 8}{3 \times 3 \times 3} = \frac{512}{27}.$$

72. E per aversi il cubo di una frazione decimale, ovvero di un intero unito ad una frazione decimale, si opererà come gli interi; però fatta la moltiplicazione, dal prodotto si staccheranno tante cifre da dritta a sinistra, quanto è il triplo de' caratteri della sua radice; e se i caratteri del cubo non saranno sufficienti, si supplirà con de' zeri posti a sinistra de' ritrovati caratteri. P. e. il cubo 2, 3 = 12, 167; quello di 0, 23 = 0, 012167.

73 Indicheremo la regola pratica per estrarre la radice cubica da un numero composto, ma per ben eseguire una tale operazione, fa d'uopo mandare a memoria i cubi de' numeri semplici, che sono quì appresso indicati.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	8	27	64	125	216	343	512	729

Volendosi da un numero intero qualunque, estrarre la radice cubica.

I. Si divide in ternarii incominciando dalla dritta alla sinistra, e per quanti sono i ternarii tante cifre avrà la radice. Dall'ultima casella o ternario, che può costare anche di un nu-

mero minore di cifre, si estragga la sua radice cubica esatta od approssimativa, e questa sarà il primo carattere della radice; indi la medesima si elevi a cubo si sottrae dalla prima casella, e si noti il residuo.

II. Si abbassi vicino al residuo il secondo ternario, e si separano con una virgoletta le due prime cifre a dritta, indi si prenda il triplo del quadrato del primo carattere della radice, e questo passi per divisore delle dette cifre, meno quelle separate, il quoziente sarà il secondo carattere della radice.

III. Si faccia il triplo quadrato del primo carattere della radice, e si moltiplichi pel secondo; il triplo quadrato del secondo e si moltiplichi pel primo; ed il cubo del secondo carattere; ma scritto in guisa questi numeri che ognuno de' prodotti particolari superi l'altro di un luogo a dritta, ed il loro prodotto totale si sottrae dalle intere cifre.

IV. Si cali vicino a questo residuo l' altro ternario, e si separino come sopra le due prime cifre, indi si prenda il triplo quadrato de' due caratteri della ritrovata radice, e questo va ad essere il divisore delle dette cifre, meno quelle separate, ed il quoziente esprimerà il terzo carattere della radice.

V. Si scrivono sotto del divisore con l' ordine detto di sopra, il triplo delle due prime cifre della radice moltiplicate pel terzo carattere della stessa, ed il quadrato del terzo carattere, e la loro somma si moltiplichi pel terzo carattere della stessa radice. O pure si faccia il triplo quadrato de' due primi caratteri della radice, e si moltiplicano pel terzo, ed il triplo quadrato del terzo e si moltiplica per le due prime cifre, ed il cubo del terzo carattere, scritti che ognun di questi parziali prodotti superi l' altro d' un luogo a dritta e così di seguito.

P. e. la radice cubica de'numeri 275386202216 e 65386239.

$\sqrt[3]{275,\ 386,\ 202,\ 216}$ = radice 6506.

	216
	593,
108	275386
	274625
12675	7612
	275 386 202
	274 625 000
1267500	761 2022
	275 386 202 216
	275 386 202 216
	000 000 000 000

$\sqrt[3]{65,\ 386,\ 239}$ = radice 402

	64
48	13
	65386
	64000
4800	13862
	65386239
	64964808
	421431

Nel primo esempio si estragga dalla classe 275 la radice cubica 6, e si noti nel luogo della radice. Si scriva sotto 275 il 216 cubo del 6, e fattane la sottrazione, a destra del residuo 59 si noti il 3 primo carattere della classe seguente, per avere il primo dividendo 593; si scriva il primo divisore 108 triplo prodotto del quadrato della radice 6; e poscia diviso il primo dividendo 593 pel primo divisore 108, si noti nella radice il quoziente 5 a destra del 6. Sotto a 275386 si noti il 274625, cubo del 65; e fattane la sottrazione, a destra del residuo 761 si noti il 2 primo carattere delle classe seguente, per avere il secondo dividendo 7612. A sinistra del secondo resi-

duo 7612 si noti il secondo divisore 12675, il quale nasce dal triplo quadrato di 65; e fattane la divisione, si scriva nella radice il quoziente zero a destra del 55. Sotto 275386202 si noti il 274625000 cubo della radice 650; e fattane la sottrazione, a destra del residuo 761202 si noti il 2 primo carattere della classe che siegue per avere il terzo dividendo 76120022. A sinistra dell' anzidetto terzo dividendo si noti il terzo divisore 12675000, che è il triplo quadrato di 650 e fattane la divisione, si noti il quoziente 6 ne la radice a destra del 650. Finalmente sotto 275386202216 si scriva il 275386202216 cubo di 6506, e fattane la sottrazione, non essendovi alcun residuo; ciò dinota che 6506 sia la radice cubica esatta del numero dato. Operando similmente nel secondo esempio, poichè vi rimane il residuo 421431, il 402 si dice essere la radice cubica prossima di 65386239.

74. Per estrarre la radice cubica da una frazione ordinaria tre casi bisogna distinguere.

I. Allorchè amendue i termini della frazione data sono cubi perfetti, ed in questa supposizione si estrae la radice cubica sì dal numeratore che dal denominatore, e di questi numeri se ne formerà una frazione che sarà la radice cercata p. e.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3} \;;\; \sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{4}{5}$$

II. Se della frazione proposta solamente il denominatore è un quadrato perfetto, allora bisogna moltiplicare ambo i termini della frazione proposta, per la radice quadrata del denominatore, e dalla risultante frazione, si estrarrà la radice cubica, la quale sarà esatta pel solo denominatore, P. e.

$$\sqrt[3]{\frac{7}{64}} = \sqrt[3]{\frac{7 \times 8}{64 \times 8}} = \sqrt[3]{\frac{56}{512}} = \frac{3}{8} \;;$$

$$\sqrt[3]{\frac{5}{9}} = \sqrt[3]{\frac{5 \times 3}{9 \times 3}} = \sqrt[3]{\frac{15}{27}} = \frac{2}{3}$$

III. Essendo amendue i termini non cubi perfetti, nè il denominatore un quadrato, in tal caso bisogna moltiplicare ambo i termini della frazione proposta, pel quadrato del denominatore, ed indi dalla risultante frazione, estrarne la ra-

dice cubica, la quale sarà esatta pel denominatore solamente P. e.

$$\sqrt[3]{\frac{32}{78}} = \sqrt[3]{\frac{32 \times 78 \times 78}{78 \times 78 \times 78}} = \sqrt[3]{\frac{194688}{474552}} = \frac{58}{78} = \frac{29}{39}$$

75. Se vi sono degli interi uniti alla frazione, si converte il tutto ad una espressione frazionaria e l' operazione si riduce allora ad estrarre la radice cubica di una frazione P. e. $3\frac{3}{8}$ è l'istesso che $\frac{27}{8}$ la cui radice cubica è $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

76. Per estrarre la radice cubica dalle frazioni decimali, ed anche dagli interi uniti a' decimali, si opererà come gli interi, però i decimali si divideranno in ternarii, o caselle da sinistra a dritta, e se l' ultimo ternario mancherà di cifre, vi si supplirà con uno o due zeri; gl' interi poi si divideranno in ternarii da dritta a sinistra; indi estratta la radice sì dagli interi come da' decimali, si staccheranno dalla dritta della radice rinvenuta, tante cifre pe' decimali, quanto è il terzo di quello che ne aveva il cubo. Che se la radice non avesse abbastanza cifre, perchè ciò si eseguisca, si pongono de' zeri alla sua sinistra. Così p. e.

Sia da estrarsi la radice cubica da 65386, 23.

	$\sqrt[3]{65,\ 386,\ 230}$ = rad. 40, 2
	64
48	13
	65386
	64000
	13862
4800	65386230
	64964808
	421422

Sicchè 40 interi e 2 decimi è la radice cubica prossima di 65386, e 23 centesimi.

E poichè i zeri posti alla dritta delle frazioni decimali non

ne alterano il valore, ben si comprende che con questo mezzo si può la radice prossima di una frazione decimale maggiormente approssimarla alla vera, badando però di aggiungere alla frazione, per ogni ulteriore carattere che si vuole nella radice tre zeri.

77. Ciò premesso se non si può sempre estrarre la radice cubica esatta da un numero, o da una frazione qualunque, si può sempre assegnare un valore a tal radice, che differisca dal vero per qualsivoglia piccolissima quantità.

Questa approssimazione si fa col mezzo de' decimali. A tal effetto si scrivono alla dritta del numero dato, una quantità di zeri tripla delle cifre decimali che si vogliono nella radice, e poi si esegua l' operazione al solito, separando alla fine con una virgola sulla destra della radice, tanti decimali per quante sono le terne de' zeri aggiunti P. e.

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2,000,000}, \text{ ec.} = 1,251 \text{ ec } \sqrt[3]{3} =$$

$$\sqrt[3]{3,000,000} \text{ ec.} = 1,442 \text{ ec.}$$

Parimente dovendo estrarre la radice cubica da una frazione ordinaria, di cui nè il numeratore nè il denominatore son cubi perfetti, la miglior cosa è di ridurre il rotto in decimali e quindi estrarre la radice cubica. Così riducendosi $\frac{2}{3}$ alla frazione decimale o, 666, la cui prossima radice cubica è o, 8 la medesima quantità esprimerà ancora la prossima radice cubica di $\frac{2}{3}$. E volendo vie più approssimarla alla vera, si risolverà $\frac{2}{3}$ in un numero maggiore di caratteri decimali, infatti riducendosi a o, 666666 sarà la sua radice cubica più prossima alla vera o, 87.

78. Se però si vuole estrarre la radice cubica da una frazione ordinaria, in dove i termini della stessa non sono cubi perfetti, nè il denominatore è un quadrato perfetto, e se ne vuole la radice molto approssimata, talchè la differenza dalla vera

radice sia trascurabile, senza per altro trasformare la frazione in decimali ; bisogna moltiplicare ambo i termini per cinque volte il denominatore. P. e.

$$\sqrt[3]{\frac{3}{5}} \quad \sqrt[3]{\frac{3\times5\times5\times5\times5\times5}{5\times5\times5\times5\times5\times5}}=\sqrt[3]{\frac{9375}{15625}}=\frac{21}{25}$$

Infatti volendo da una tal frazione estrarre la radice cubica col metodo detto di sopra si ha

$$\sqrt[3]{\frac{3}{5}}=\sqrt[3]{\frac{3\times25}{5\times25}}=\sqrt[3]{\frac{75}{125}}=\frac{4}{5}\text{ ; or }\left(\frac{21}{25}\right)^3=$$

$$\frac{9261}{15625}\text{ e }\left(\frac{4}{5}\right)^3=\frac{64}{125}\text{ e paragonando }\frac{64}{125}\text{ con }\frac{9261}{15625}$$

chiaramente si vede che la seconda è di differenza trascurabile dalla vera, anzichè la prima

79. Per vedere se nell'estrarre la radice cubica siasi o no errato, converrà inalzare la stessa radice a cubo. Se un tal cubo è uguale al numero, da cui s' è estratta la radice, è segno che non si è errato. Però se il numero da cui si è estratta la radice, non è cubo, converrà in tal caso aggiungervi il residuo così ne' due esempii citati al paragrafo 68, si è certo che 6506 è la radice cubica di 275386202216 giacchè 6506 $\times$ 6506 $\times$ 6506 = 275386202216 e 402 e la radice cubica prossima di 65386239 giacchè 402 $\times$ 402 $\times$ 402 = 64964808 ed aggiuntovi il residuo 421431 si ha 65386239 cioè il numero dato.

80. A meglio far conoscere l' uso e l' applicazione dell' estrazione della radice cubica, aggiungiamo qui taluni problemi che vengono risoluti con questa semplice operazione.

Problema I. Si vuole fabbricare una cisterna cubica la quale contenga 64000 piedi cubice d' acqua. Si cerca qual deve essere la sua lunghezza larghezza e profondità.

Si estrae da 64000 la sua radice cubica, la quale si troverà = 40. Dunque per avere una cisterna della sopra indicata capacità, bisogna che abbia 40 piedi di lunghezza 40 di larghezza e 40 di profondità.

Problema II. Dato il diametro di una palla da cannone

del peso di una libbra, trovare il diametro di un altra palla da cannone del peso di 10 libbre.

Sia il dato diametro della lunghezza di 5 pollici, e ciascun pollice diviso in parti centesime, si avranno 500 parti centesime. Si faccia il cubo di 500 il quale si troverà essere 125000000 si moltiplichi questo cubo per 10 peso della prima palla, ed estratto dal prodotto 1250000000 la sua radice cubica prossima la quale si troverà uguale 1070 = pollici 10, 7. Dunque pollici 10, 7 circa dovrà essere la lunghezza del diametro della palla cercato.

CAPITOLO VIII.

Delle ragioni e proporzioni.

Prima di esporre in qual guisa si risolvono i problemi aritmetici, fa d' uopo discorrere delle ragioni e proporzioni, cioè di quella teorica che ha per oggetto l' esame de' rapporti delle grandezze omogenee.

81. Se due numeri omogenei sono disuguali, il minore di essi dicesi esser *parte* del numero maggiore, e 'l maggiore *moltiplice* del minore. Se il minore misura esattamente il maggiore, il minore dicesi *parte aliquota* del maggiore, e 'l maggiore *moltiplice aliquota* del minore. Così del 12 il 4 è parte aliquota, e del 4 il 12 è moltiplice aliquota.

82. Se un numero minore misura esattamente più numeri maggiori, il minore dicesi *parte aliquota comune* di tutti i numeri maggiori. E se un numero maggiore è misurato esattamente da più numeri minori, il maggiore chiamasi *moltiplice aliquota comune* di tutti i minori.

Così il 3 è parte aliquota comune di 6, 9, 12, 15, ed il 12 è moltiplice aliquota comune di 3, 4, 6 ec.

83. Se più numeri minori misurano esattamente, per un ugual numero di volte, altrettanti numeri maggiori, i minori diconsi *parti aliquote simili* de' numeri maggiori, e questi *moltiplici simili* de' numeri minori.

Così 2. 3, 4 sono parte aliquote simili di 8, 12, 16; ed 8, 12, 16 sono moltiplici simili di 2. 3. 4.

84. Il paragone di due grandezze omogenee, fatto circa la loro quantità, dicesi *rapporto* o *ragione*. Le grandezze paragonate si dicono in generale *termini della ragione*, e più particolarmente, la prima si chiama *antecedente* della ragione, e la se-

conda *conseguente*. Quindi è che volendo paragonare due grandezze omogenee espresse co' numeri 6 e 3, sarà di esse 6 l'antecedente e 3 il conseguente. Il paragone si esprimerà dicendo la ragione di 6 a 3, e suole scriversi frapponendo due punti tra l' antecedente ed il conseguente cioè 6 : 3.

85. Or poichè due grandezze omogenee possono paragonarsi circa la quantità di esse, o osservando di quanto l'una ecceda l'altra, e perciò vi sono due specie di ragione *geometrica* cioè, per quoziente, ed *aritmetica* ossia per differenza. La prima indica quante volte l'antecedente contiene il conseguente e la seconda di quanto l' uno differisce dall'altro.

86. Si chiama *esponente quantità o denominatore* della ragione quel numero che indica questo quoziente o residuo. Così nella ragione di 6 : 3 il numero 2 sarà l'esponente, o la quantità della loro ragione geometrica, ciò che si ottiene dividendo l' antecedente 6 pel conseguente 3, o più in generale formando una frazione che ha per numeratore l' antecedente e per denominatore il conseguente cioè $\frac{6}{3}$. Sarà poi 3 la quantità della loro ragione aritmetica, che si ha sottraendo dall' antecedente il conseguente, cioè 6 — 3.

Da ciò ne siegue che non si cambia la quantità di una ragione geometrica moltiplicando, o dividendo, sì l' antecedente che 'l conseguente, per un numero qualunque. Nè tampoco cambia la quantità di una ragione aritmetica, aggiungendo o togliendo l'istesso numero dall'antecedente come dal conseguente.

87. Si dicono uguali due ragione, qualora i loro esponenti o quantità sono uguali, e si dirà una esser maggiore o minore dell' altra, secondochè la quantità o l' esponente dell' una sarà maggiore o pur minore di quella dell' altra. Così per esempio le ragioni geometriche di 9 : 3 e di 12 : 4 si diranno uguali perchè amendue hanno per quantità 3, e la ragion geometrica di 9 : 3 si dirà maggiore di quella di 8 : 4 poichè la prima ha per esponente il 3 e la seconda ha il 2. Similmente sono uguali le ragioni aritmetiche 8 : 2 e 16 : 10 essendo la quantità di ambedue 6 epperò; la ragione di 8 : 2 si dirà maggiore di quella di 5 : 3, stantechè la quantità della prima è 6 e quella della seconda è 2. Sicchè quando due ragioni sono uguali, gli antecedenti sono ambidue maggiori, uguali, o minori rispettivamente de' conseguenti.

88. Una ragione si dice *semplice*, se il paragone è di due sole grandezze: si dice poi *composta*, se la sua quantità è il prodotto della quantità di più ragioni semplici.

Contrasegnino intanto 12 a 4, e 4 a 2, due ragioni geometriche semplici; sarà $\frac{12}{4}$ ovvero 3 la quantità di 12 a 4; e sarà $\frac{4}{2}$ ovvero 2 la quantità di 4 a 2; sicchè la ragione che ha per quantità il prodotto di 3×2 ossia 6, si dice composta dalle ragioni di 12 a 4 e di 4 a 2. Ma la ragione di 12 a 2 ha per quantità il 6, ch'è il prodotto di 3×2, Quindi la ragione di 12 a 2 è composta dalle ragioni di 12 a 4 e di 4 a 2.

Contrasegnino 48, 12, 4, 2 ec. più grandezze omogenee, sarà 4 la quantità di 12 a 4, sarà 2 la quantità di 4 a 2 e finalmente 24 la quantità di 48 a 2. Ma il prodotto di $4 \times 3 \times 2 = 24$. Dunque la ragione di 48 a 2 pareggia la composta dalle ragioni di 48 a 12 di 12 a 4, di 4 a 2, E però se si hanno più grandezze omogenee, la ragione della prima all'ultima, è uguale alla composta dalle ragioni della prima alla seconda, della seconda alla terza, della terza alla quarta ec.

89. Una ragione composta da più ragioni uguali, si dice *duplicata*, *triplicata*, *quadruplicata* ec. di ciascuna delle ragioni componenti; secondochè il numero delle componenti è di 2, 3, 4, ec. Onde sarà una ragione duplicata, triplicata ec. di un altra data ragione, se la quantità di quella, sarà il quadrato, o il cubo ec. delle quantità di questa. E siccome in qualsivoglia ragione, formando il quadrato o il cubo sì dell'antecedente che del conseguente, la quantità della ragione, che ne risulta, è anche il quadrato, o il cubo della quantità della data ragione; perciò si avrà di una data ragione la sua duplicata triplicata ec. componendo il quadrato o il cubo ec. sì dell'antecedente come dal conseguente.

90. La ragione del conseguente all'antecedente, in ogni ragione geometrica o aritmetica, si dice *reciproca o inversa* di quella dell'antecedente al conseguente.

91. L'uguaglianza di due ragioni vien altrimenti detta *proporzione*, la quale del pari può essere *geometrica* o *aritmetica* secondochè le ragioni sono della prima o della seconda specie,

CAPITOLO IX.

Delle proporzioni geometriche.

92. Essendo uguali le ragioni geometriche di 6: 2 e di 10 : 5 formeranno esse una proporzione e si dirà 6 sta a 2, come

10 a 5 ciò che suole scriversi in tal guisa $6:2 = 10:5$ o pure $6:2::10:5$, o che val lo stesso $\frac{6}{2} = \frac{10}{5}$. Dove si rileva che l' antecedente corrisponde al numeratore, ed il conseguente al denominatore. Così parimente la proporzione $4:8::18:36$ si trasforma in $\frac{4}{8} = \frac{18}{36}$.

93. La proporzione relativamente a' termini che la compongono, dicesi *Discreta*, qualora ha quattro grandezze o siano termini tutti differenti tra loro, come in quella citata di $6:2 = 10:5$ *Continua* poi dicesi quella proporzione formata da tre termini, di cui quello di mezzo fa le veci di conseguente nella prima ragione e di antecedente nella seconda così p. e. $8:4::4:2$.

94. Le grandezze, che formano la proporzione si dicono *termini proporzionali*, e quello di mezzo nella proporzione continua, si dice medi proporzionale.

95. Due quantità si dicono essere in *ragion diretta* tra loro, qualora al crescere, o al diminuire di una, corrisponde un proporzionato accrescimento o diminuzione dell'altra. Così p. e. se una canna di panno costa 12 ducati, 5 canne dello stesso panno valeranno 60 ducati. Si dicono poi due quantità essere in ragione *reciproca*, o inversa, semprequando all' accrescimento di una, corrisponde una uguale diminuzione dell' altra; posto p. e. che una si raddoppi, o si tripla, l' altra si riduce ad una metà ad una terza parte, e viceversa. Così p. e. di un panno necessario per costruire degli uniformi, se ne prenderà un numero di canne doppio triplo, secondo che la sua larghezza sarà metà o terza parte di una prima specie, rimanendo tutte le altre cose uguale.

Da ciò nasce che nelle proporzioni le due ragioni si diranno dirette, se l' antecedente della prima ragione essendo maggiore o minore del suo conseguente, l' antecedente della seconda e puranco maggiore o minore del suo conseguente. E si dirà poi una ragione reciproca di un'altra, se a proporzione che l' antecedente della prima è maggiore, o minore del suo conseguente, l' antecedente della seconda è minore o maggiore del suo conseguente.

Teorema fondamentale.

96. La soluzione della più parte de' problemi aritmetici, tiene ad un teorema fondamentale, ed a poche illazioni derivanti dallo stesso. Cioè in ogni proporzione geometrica, il prodotto de' termini estremi, è uguale a quello de' termini medii. Che tanto avviene è facile a vedersi con degli esempj. Sia infatti la proporzione discreta $12:6=10:5$; saranno uguali le frazioni di $\frac{12}{6}$ e $\frac{10}{5}$, le quali rimarranno altresì uguali se si riducono alla medesima denominazione, cioè sarà $\frac{12\times5}{6\times5}=\frac{10\times6}{6\times5}$; ma le frazioni uguali che hanno lo stesso denominatore debbono avere uguali anche i numeratori, perciò $12\times5=10\times6$; ma 12×5 è il prodotto de' termini estremi della proporzione, e 10×6 è quello dei termini medii; sicchè è vero il teorema per le proporzioni discrete.

La stessa verità è per quelle continue, per esempio $12:6=6:3$ si ha $\frac{12}{6}=\frac{6}{3}$ e ridotte queste frazioni alla medesima denominazione, si ha $\frac{12\times3}{6\times3}=\frac{6\times6}{6\times3}$; cioè $12\times3=6\times6$, cioè il prodotto degli estremi, uguale al prodotto de' medii, o al quadrato del medio.

97. Le illazioni che si ricavono da questo teorema, e che menano alla più sollecita risoluzione de' problemi aritmetici, sono le seguenti.

I. Per conoscere se quattro grandezze formano una proporzione geometrica, basta moltiplicare i termini estremi ed i termini medii, e vedere se questi due prodotti sono uguali.

II. Si può cambiare l' ordine de' termini in una proporzione basta però che resti il prodotto degli estremi uguale a quello de' medii. Così p. e. nella proporzine geometrica $24:8=15:5$ si possono fare le seguenti trasposizioni.

$$24:8=15:5,\quad 24:15=8:5$$
$$5:15=8:24;\quad 5:8=15:24$$
$$8:24=5:15;\quad 8:5=24:15$$
$$15:24=5:8;\quad 15:5=24:8.$$

Ove si osserva sempre che tanto il prodotto degli estremi quanto quello de' medii, è formato da' medesimi fattori.

III. Si forma una ragion composta da più ragioni semplici dirette, moltiplicando gli antecedenti tra loro, ed i conseguenti tra loro. Così p. e. la ragion composta di 6 : 3 di 8 : 4 sarà quella di $6 \times 8 : 3 \times 4$ cioè 48 : 12, e quella di 4 : 2 di 8 : 6 di 10 : 4 sarà $4 \times 8 \times 10 : 2 \times 6 \times 4$ cioè 320 : 48.

IV. E si forma la ragion composta di più ragioni dirette e di altre reciproche, moltiplicando gli antecedenti di quelle dirette pe' conseguenti di quelle reciproche, ed i conseguenti delle ragioni dirette per gli antecedenti di quelle reciproche. Quindi la ragion composta della diretta di 10 : 5 e della reciproca 2: 3 sarà $10 \times 3 : 5 \times 2$ ossia 30 : 10; la quale può anche ottenersi trasmutando la ragion reciproca in diretta, e moltiplicando gli antecedenti tra loro ed i conseguenti tra loro; e ciò perchè in ambedue i casi la quantità della ragion composta è la stessa. Parimente la ragion composta della diretta di 2 : 3 e delle reciproche di 4: 8 e di 10 :6 sarà $2 \times 8 \times 6 : 3 \times 4 \times 10$ cioè quella di 96 : 120.

V. Si rinviene l'estremo ignoto in una proporzione geometrica discreta, moltiplicando i due medii, e dividendo il prodotto per l'altro estremo. Così p. e. 6 : 18 = 8 : x (1), $x = \frac{18 \times 8}{6} = 24$; ed x : 18 = 8 : 24 ; $x = \frac{18 \times 8}{24} = 6$.

VI. Si rinviene uno de' termini medii ignoti, in una proporzione geometrica discreta, dividendo il prodotto degli estremi pel medio noto. Così p. e. 6 : 18 : : x : 24 ; $x = \frac{6 \times 24}{18} = 8$; e 6: x = 8 : 24 ; $x = \frac{6 \times 24}{8} = 18$.

VII. Si rinviene l'estremo ignoto, in una proporzione geometrica continua, con moltiplicare il medio per se stesso, o pure che vale lo stesso, inalzarlo al quadrato, e dividerlo per l'estremo cognito. Così p. e. 16 : 8 : : 8 : x, $x = \frac{8 \times 8}{16} = \frac{64}{16} = 4$; ed x : 8 = 8 : 4 ; $x = \frac{8 \times 8}{4} = 16$.

VIII. Si rinviene il termine di mezzo ignoto, in una propor-

(1) I numeri ignoti s' indicano con le ultime lettere dell' alfabeto cioè x, y, z.

zione continua, con moltiplicare gli estremi, e dal prodotto estrarne la radice quadrata. Così p. e. $6 : x = x : 4$; $x = \sqrt{64} = 8$. E ben facile il vedere perchè si debba così operare; imperocchè moltiplicando i termini estremi, si viene ad avere un prodotto uguale al quadrato del termine medio, e quindi estraendo da questo, la radice quadrata, la stessa deve dare il medio proporzionale dimandato.

IX. In ogni proporzione geometrica, si possono moltiplicare per uno stesso numero i due antecedenti, o pure i due conseguenti, e benanche i due termini del primo rapporto, o quelli del secondo, senza che per niente si alteri la proporzione. In effetti sia la proporzione di $12 : 6 :: 4 : 2$; questa equivale a $\frac{12}{6} = \frac{4}{2}$. Or se due frazioni sono uguali, e si moltiplicano per l'istesso numero i soli numeratori, i risultati sono ancora uguali; perciò $\frac{12 \times 5}{6} = \frac{4 \times 5}{2}$, e formando con quest' ultime frazioni una proporzione si ha $12 \times 5 : 6 :: 4 \times 5 : 2$. cioè $60 : 6 :: 20 : 2$ la quale è una vera proporzione, giacchè $60 \times 2 = 20 \times 6$. Che se si moltiplicano i soli denominatori per uno stesso numero si ha $\frac{12}{6 \times 6} = \frac{4}{2 \times 6}$ dalla quale frazione si ricava la proporzione $12 : 6 \times 6 :: 4 : 2 \times 6$ cioè $12 : 36 :: 4 : 12$ la quale è una vera proporzione, giacchè 12×12 è uguale a 36×4; cioe il prodotto degli estremi è uguale a quello de' medii.

Dalla proporzione $12 : 6 :: 4 : 2$ espressa da $\frac{12}{6} = \frac{4}{2}$; se i due termini della prima frazione si moltiplicano per 5, si ha $\frac{12 \times 5}{6 \times 5} = \frac{4}{2}$. Lo stesso per i termini del secondo rapporto cioè $\frac{12}{6} = \frac{4 \times 5}{2 \times 5}$, e sempre si ha la proporzione $12 \times 5 : 6 \times 5 :: 4 : 2$; o $60 : 30 : 4 : 2$ o pure $12 : 6 :: 20 : 10$ le quali proporzioni son vere perchè regge il teorema premesso.

X. Lo stesso avviene se si dividono per uno stesso numero, o i soli antecedenti, o i soli conseguenti di una proporzione geo-

metrica, oppure i termini del primo rapporto, o quelli del secondo; giacchè la proporzione non cambia mai di valore p.e. $12 : 6 :: 48 : 24$ dividendo gli antecedenti per 4 si ha $\frac{12}{4} : 6 :: \frac{48}{4} : 24$; cioè $3 : 6 :: 12 : 24$, e dividendo i conseguenti per 3 si ha $12 : \frac{6}{3} :: 48 : \frac{24}{3}$ cioè $12 : 2 :: 48 : 8$; e dividendo i due termini della seconda ragione per 3, si ha $12 : 6 :: \frac{48}{3} : \frac{24}{3}$ cioè $12 : 6 :: 16 : 8$; nelle quali proporzioni è facile il vedere come il prodotto de' termini estremi è sempre uguale a quello de' termini medii.

XI. Se in una proporzione i due antecedenti, o i due conseguenti sono frazionarii, o pure lo sono tutti i quattro termini della stessa; si possono fare svanire queste frazioni, con ridurle prima allo stesso denominatore, tralasciare questo denominator comune, e tener conto solamente de' numeratori, senza che di nulla si cangia la detta proporzione.

In effetti la proporzione $\frac{5}{6} : 4 :: \frac{5}{8} : 3$, moltiplicando gli antecedenti pel prodotto di 6 per 8 si ha $\frac{5 \times 6 \times 8}{6} : 4 :: \frac{5 \times 6 \times 8}{8} : 3$, e togliendo il fattore comune sì a' numeratori che a' denominatori, si ha $5 \times 8 : 4 :: 5 \times 6 : 3$ cioè $40 : 4 :: 30 : 3$, o pure riducendo i fratti alla stessa denominazione si ha parimenti $40 : 4 :: 30 : 3$; la quale proporzione è vera, giacchè $40 \times 3 = 4 \times 30$. Lo stesso ragionamento è applicabile per i conseguenti frazionarii.

Essendo poi tutti e quattro i termini di una proporzione frazionarii p. e. $\frac{5}{6} : \frac{1}{4} :: \frac{2}{3} : \frac{1}{5}$ moltiplicando ciascuno di questi termini pel prodotto di tutti i denominatori, si ha $\frac{5 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5}{6} : \frac{1 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5}{4} :: \frac{2 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5}{3} :$

$\frac{1 \times 6 \times 4 \times 3 \times 5}{3}$ c togliendo il fattore comune sì a' numeratori che a'denominatori si ha $5 \times 4 \times 3 \times 5 : 1 \times 6 \times 3 \times 5 :: 2 \times 6 \times 4 \times 5 : 1 \times 6 \times 4 \times 5$ cioè la proporzione si cambia in questa 300:90 : : 240 : 72 ove il prodotto de'termini estremi è uguale a quello de' medii.

CAPITOLO X.

Proporzioni Aritmetiche.

98. La equidifferenza tra due ragioni date, si scrive 10. 6 : 18. 14 e vien profferita 10 sta a 6, per differenza, come 18 sta 14; perciò può la stessa proporzione contrasegnarsi $10 - 6 = 18 - 14$.

99. In tutte le proporzioni aritmetiche, avviene che la somma de' termini estremi, è uguale a quella de' termini di mezzo. In effetti nella proporzione 10. 6 : 18. 14 potendo essa rappresentarsi per $10 - 6 = 18 - 14$ è chiaro, che se a tali uguali quantità, si aggiungano di comune $6 + 14$ non cambiano affatto di valore. Quindi $10 - 6 + 6 + 14 = 18 - 14 + 6 + 14$ ossia $10 + 14 = 18 + 6$ cioè $24 = 24$; ma 10 e 14 dinotano i termini estremi della proporzione, e 18 e 6 dinotano quelli medii, dunque è vero che qualora due ragioni per differenza sono uguali, la somma degli estremi è uguale a quella de' medii.

100. Una tal verità fa ricavare i termini ignoti di qualsiasi equidifferenza. Nella proporzione discreta basta addizionare i due termini medii, e dalla somma di questi sottrarre l' estremo cognito, che il residuo sarà l' estremo ignoto. P.e. 10.6 : 18. x; $x = 6 + 18 - 10 = 14$. Essendo poi l' ignoto uno de' termini medii, si rinviene con addizionare i due estremi, e sottrarre dalla somma di questi, il medio noto; la differenza darà l' altro medio ignoto; p. e. 10.6 : x. 14. $x = 10 + 14 - 6 + 18$.

Nelle proporzioni continue, si determina un estremo ignoto, addizionando i due medii, e da questa somma sottraendo l' estremo cognito, la differenza darà l' altro estremo. P.e. 10. 6 : 6 : x; $x = 12 - 10 = 2$. E volendo rinvenire il termine medio bisogna addizionare gli estremi e prendere la metà. P. e. 10. x : x. 2; $x = \frac{12}{2} = 6$.

CAPITOLO XI.

Soluzione de' Problemi Aritmetici.

101. I problemi aritmetici quasi tutti fan parte delle proporzioni geometriche, e possono dividersi in quattro classi, che dalle varie regole mediante le quali si risolvono si chiamano

1. Del Tre ovvero Aurea.
2. Società.
3. Alligazione.
4. Falsa posizione.

Di queste quattro regole la principale, da cui le altre dipendono, è la regola del tre, così detta perchè ne' problemi con essa risoluti, i termini dati sono tre, o a tre possono ridursi, e da essi bisogna venire in cognizione del quarto proporzionale incognito. Essa si divide in quattro classi, cioè regola del tre semplice diretta, regola del tre semplice reciproca, regola del tre composta diretta, e regola del tre composta reciproca.

CAPITOLO XII.

Regola del tre semplice diretta.

102. I problemi appartenenti alla regola del tre semplice diretta, si risolvono con una proporzione geometrica, nella quale le due ragioni sono semplici e dirette. Cioè se il primo termine della proporzione è maggiore, o pur minore del secondo termine, il terzo parimenti è maggiore, o pur minore del quarto; o pure il primo termine essendo maggiore o minore del terzo, il secondo è parimenti maggiore, o minore del quarto. Ed è questo il ragionamento che conviene fare, prima che un dato problema si riconosca essere nella classe di quelli che si risolveno con la regola del tre semplice diretta.

Si avverti però, che non appena enunciato un problema aritmetico, dopo di aver veduto a qual regola appartenga, bisogna

I. Distinguere le grandezze date e quelle che si cereano.

II. Notare i numeri contrassegnanti le grandezze date separatamente, mettendo quelli che indicano le grandezze dell' istessa specie, in corrispondenza tra loro, e tralasciando quelli, che non possono variare il calcolo.

III. Si esaminerà la ragione che passa tra la grandezza

cercata, e la sua omogenea, se è semplice, o composta, diretta, o reciproca delle ragioni delle altre grandezze omogenee, espresse da' numeri notati.

IV. Da sì fatto esame si ricavino le proporzioni, che si possono avere, facendo in guisa che i numeri che si debbono ritrovare, sieno di ogni proporzione il quarto proporzionale.

V. Finalmente si trovino i quarti proporzionali, e così si avranno i valori delle grandezze cercate.

Problema I. Un sergente maggiore ha ricevuto dal quartier-mastro, per presto giornaliero di 75 soldati, la somma di 9 ducati; si domanda per 168 soldati quanto deve avere?

Si dispongono tutti i termini del problema, come qui sotto si osserva, ad oggetto di avere un idea chiara di quel che si conosce, e di quel che si va cercando.

1. Numero di soldati....... 75
2. Numero di. soldati....... 168
1. Somma avuta ducati....... 9
2. Somma che *si cerca*.

In seguito si vegga se le ragioni della proporzione, sono tra loro dirette, o inverse, il che facilmente si scorge ragionando in tal guisa. La somma da darsi per presto ai soldati è maggiore, se maggiore n'è il numero; ed al contrario è minore, se essi sono in minor numero; quindi la ragione delle somme per presto, è diretta di quelli de' soldati; in guisa che essendo il secondo numero di soldati maggiore de' primi, dovrà parimenti esser maggiore la seconda somma che si cerca. Per cui il problema appartiene alla regola del tre semplice diretta, e si risolve con la seguente proporzione, la quale è conseguenza del ragionamento seguente. Se 75 soldati hanno avuto per presto 9 ducati, 168 soldati quanto avranno, e quindi la proporzione sarà $75 : 168 :: 9 : x$: e quindi $x = \frac{168 \times 9}{75} = \frac{1512}{75} =$ 20 ducati e $\frac{12}{75}$; ovvero 2 ducati 1 carlino e 6 grana.

Per esser certo di aver bene operato, fa d'uopo osservare se il prodotto de' due estremi della proporzione, è uguale a quello de' medii; ma $75 \times 20 \frac{12}{75} = 1512$, e $16 \times 89 =$ 1512, quindi 20 ducati 1 carlino e 6 grana è la somma cercata.

Problema II. Per comprare canne $15\frac{1}{4}$ di un dato drappo, si sono pagati ducati $109\frac{1}{2}$; si cerca quanto bisogna pagare per avere 27 canne del medesimo drappo.

1. Quantità di drappo canne .... $15\frac{1}{4}$

2. Quantità di drappo canne..... 27

1. Prezzo della prima quantità... $109\frac{1}{2}$

2. Prezzo della seconda quantità si cerca.

Poichè se maggiore, o minore, è la quantilà di panno che si vuole, tanto più, o meno, danajo si deve pagare, è chiaro che la ragione del danajo è diretta di quella del panno. Laonde il problema si risolve come nell' esempio antecedente, cioè con fare.

$$15\frac{1}{4} : 27 :: 109\frac{1}{2} : \text{al quarto proporzionale.}$$

Qui però fa mestieri osservare, che essendovi nella proporzione alcuni termini composti d' interi e frazioni, conviene prima ridurli tutti ad espressioni frazionarie; per cui si ha

$$\frac{61}{4} : 27 :: \frac{219}{2} : \text{al quarto proporzionale}$$

il quale è uguale a $\frac{27}{1} \times \frac{219}{2}$ diviso per $\frac{61}{4}$; o sia a $\frac{5913}{2}$ diviso per $\frac{61}{4}$; cioè $\frac{5913}{2} \times \frac{4}{61} = \frac{23652}{122} =$ a ducati 193 e $\frac{53}{61}$. La quale frazione ridotta a carlini e grana, si avrà il quarto termine essere 193 duc. 8 car. 6 grana e $\frac{51}{61}$.

Problema III. Per fare 45 rotola di polvere ci vogliono rotola $36\frac{1}{2}$ di salnitro. Per farne cantaja 40, e rotola 32, quanto salnitro vi bisognerà?

S' istituisca la proporzione dicendo; $45 : 36\frac{1}{2} :: 40.32 : x$; e quindi $x = \frac{36\frac{1}{2} \times 40.32}{45} = 32.70\frac{2}{5}$. Sicchè per fare cantaja 40 e rotola 32 di polvere ci vorranno cantaja 32, e rotola $70\frac{2}{5}$ di salnitro.

Problema IV. Un capitale di 3800 ducati all' otto per cento che rendita annua da?

La proporzione da stabilirsi è

$$100 : 3800 = 8 : x \text{ e } x = \frac{8 \times 3800}{100} = \frac{30400}{100} = 304.$$

Problema V. Una rendita di ducati 304 all' otto per 100 da qual capitale proviene?

La proporzione sarà

$$8 : 100 :: 304 : x \text{ e quindi } x = \frac{304 \times 100}{8} = \frac{30400}{8} = 3800.$$

Regola del tre semplice inversa.

103. I problemi di questa regola, si risolvono fissando una proporzione nella quale le ragioni ambedue semplici, sono però inversa l' una dell' altra; come si vede da' qui soggiunti problemi.

Problema I In una piazza assediata, si è alimentato per 5 mesi un presidio di 5200 uomini; si vuol sapere in un anno coll' istessa provvisione quanti soldati si potranno alimentare?

Primo tempo mesi....... 7
Secondo tempo mesi 12
Primo presidio.......... 5200
Secondo presidio *si cerca.*

Poichè è chiaro che quanto maggiore è il numero de' soldati componenti il presidio, tanto meno è il tempo che può durare la provvisione, ed in contrario se minore è il numero de' soldati, maggiormente dura la provvisione; la ragione de' tempi è reciproca di quella de' soldati. Quindi

per fissare la proporzione, si riduce prima la ragione reciproca a diretta, facendo il conseguente antecedente, e l'antecedente conseguente e si avrà così $12 : 5 = 5200 : x$ quarto proporzionale, cioè al numero di soldati che si vuol sapere. Ed operando nel solito modo, cioè moltiplicando il secondo termine pel terzo, e dividendo il prodotto pel primo si ha $x = \frac{5 \times 5200}{12} = \frac{26280}{12} = 2190$. Sicchè il numero de' soldati che si cerca è 2190.

Problema II. Un sotto uffiziale per un cappotto, di un panno largo palmi $5\frac{3}{4}$ vi ha impiegato palmi $11\frac{2}{3}$. Si desidera sapere per farsene un altro consimile, ma di un panno largo soltanto palmi $3\frac{1}{2}$, quanti palmi vi vogliono?

Larghezza del primo panno palmi	$5\frac{3}{4}$.
Larghezza del secondo panno palmi	$3\frac{1}{2}$
Quantità del primo panno palmi	$11\frac{2}{3}$

Quantità del secondo *si cerca.*

Essendo chiaro, che quanto più è largo il panno, tanta minor quantità vi s'impiega, ed al contrario quanto meno è largo il panno, tanto più ce ne vuole per formare uno stesso cappotto; si vede bene che le quantità de' panni sono in ragion inversa delle larghezze de' medesimi panni. Quindi si risolverà questo problema facendo come nel precedente esempio $3\frac{1}{2} : 5\frac{3}{4} :: 11\frac{2}{3} : x$, e riducendo tutti i termini ad espressioni frazionarie, si ha $\frac{7}{2} : \frac{23}{4} :: \frac{35}{3} : x$, ed il quale quarto termine si trova moltiplicando $\frac{23}{4}$ per $\frac{35}{3}$ ed il prodotto $\frac{805}{12}$

dividerlo per $\frac{7}{2}$, ciò che da per quoziente $\frac{1610}{84}$ che ridotto a palmi è uguale a palmi $19\frac{14}{84}$; o sia palmi 19 ed once 2 sarà il panno che si desiderava conoscere.

Problema III. Conoscendosi che il rapporto tra la lira di Francia ed il ducato Napolitano, è come 24 : 100; si cerca quanti ducati fanno 2786 lire.

Essendo la lira di Francia minore del nostro ducato, è chiaro che la medesima quantità di danajo dovrà più volte contenere la lira che il ducato; e tanto maggior numero di volte, per quanto il 100 contiene il 24. Laonde il numero delle lire è in ragion reciproca di 24 a 100, e perciò bisognerà fare come

$100 : 24 :: 2786 : x$, ed $x = \frac{24 \times 2786}{100} = 668$ duc. e 64 gra.

Problema IV. Quaranta soldati in 22 ore hanno costruito un trinceramento di campagna, si domanda un simile trinceramento volendo costruirsi in 7 ore; quanti soldati fa d'uopo impiegarvi?

Nel fare lo stesso trinceramento, quant'è minore il numero de' soldati, tant'è maggiore il tempo da impiegarvi. Sicchè la ragione de' tempi è reciproca di quella de' soldati, e la proporzione da fissarsi è $7 : 22 :: 42 : x$ e quindi $x = \frac{22 \times 42}{7} = 66$.

Regola del tre composta diretta.

104. Si risolvono i problemi di tal fatta, fissando una proporzione, in cui una ragione è composta da due, entrambe dirette come qui appresso si vede.

Problema I. Quindici soldati hanno scavato in 2 giorni di tempo 19 canne di fosso; si vuol sapere 36 soldati in 9 giorni quante canne ne scaveranno?

1. Numero di soldati	15
2. Numero di soldati	36
1. Tempo giorni	2
2. Tempo giorni	9
1. Scavamento canne	19
2. Scavamento *si cerca.*	

Per ben comprendere come van risoluti tali problemi, si paragoni in prima la ragione della quantità di scavamento con quella de' soldati, supponendo per un momento che il tempo sia sempre lo stesso. E poichè quanto maggiore è il numero de' soldati, tanto è più lo scavamento, e quanto minore si è il numero, meno è lo scavamento che possono fare nel medesimo tempo, quindi gli scavamenti sono nella ragione diretta de' soldati. Si paragoni in seguito l'istessa ragione degli scavamenti col tempo, supponendo che il numero de' soldati sia l'istesso. E perchè più è il tempo che s' impiega maggiore è la quantità dello scavamento che si ha, e quanto meno è il tempo che s' impiega dal medesimo numero di soldati, tanta minor quantità di lavoro si ha; si vede che la quantità di scavamento, è in ragion diretta de' tempi.

Or nel presente caso, essendo disuguali tanto il numero dei soldati che i tempi, la quantità dello scavamento sarà in ragion composta della diretta de'soldati, e della diretta de'tempi.

Ma la ragion composta si ha moltiplicando antecedente con antecedente, e conseguente con conseguente delle ragioni componenti; quindi la proporzione da fissarsi; è come il primo numero di soldati moltiplicato pel tempo primo, sta al secondo numero di soldati moltiplicato pel tempo secondo, così la quantità del primo scavamento, sta al quarto proporzionale che si cerca cioè

$15 \times 2 : 36 \times 9 :: 45 : x$ ed $x = \frac{36 \times 9 \times 45}{15 \times 2} = \frac{324 \times 45}{30}$ uguale $\frac{14580}{30} = 486$ ciò che indica il numero di canne del fosso che scaveranno 36 soldati in 9 giorni.

Problema II. Ducati 75 in due anni han dato il guadagno di ducati 12, si cerca ducati 300 in quattro anni qual guadagno daranno?

Trattandosi di guadagni simili, saranno essi in ragion composta dalla diretta ragione del numero de' ducati 75 e 300, e dalla diretta ragione de' tempi 2 a 4. S' istituisca dunque la proporzione, dicendo $75 \times 2 : 12 :: 300 \times 4 :$ ad x numero cercato; ed $x = \frac{12 \times 300 \times 4}{75 \times 2} =$ ducati 96. Sicchè ducati 300 in quattro anni daranno il guadagno di ducati 96.

Problema III. Dieci mortari in 8 ore, hanno lanciato in una piazza assediata 230 bombe; si vuol sapere in 9 ore con 16

mortari, quante bombe si potranno gettare nella stessa piazza?

1. Il numero de' primi mortari ... 10
2. Il numero de' secondi mortari . 16
1. Il tempo primo ore 8
2. Il tempo secondo ore 9
1. Il numero delle prime bombe .. 230
2. Il numero delle seconde bombe *si cerca.*

Con un ragionamento simile all'antecedente si giunge a vedere, che la ragione del numero delle bombe lanciate, a quello che si cerca, è composta dalla ragione diretta de' mortari e de' tempi, cioè

$$10 \times 8 : 16 \times 9 :: 230 : x \text{ ed } x = \frac{230 \times 16 \times 9}{10 \times 8} \text{ uguale } \frac{33120}{80}$$

$= 414$ bombe.

Regola del tre composta reciproca.

105. I problemi che appartengono a tal regola, si risolvono, fissando una proporzione, in cui v' ha una ragion composta da una diretta e da un' altra reciproca.

Problema I. Un fosso lungo 60 canne, è stato scavato da 24 soldati in 22 ore; si vuol sapere in quanto tempo 15 soldati ne scaveranno uno 96 canne lungo?

1. Fosso canne 60
2. Fosso canne................. 96
1. Numero di soldati........... 24
2. Numero di soldati 15
1. Tempo ore 22
2. Tempo *si cerca.*

Si supponga per un momento, che il numero de' soldati sia l' istesso in ambedue i casi, e si paragoni la lunghezza dei fossi con quella de' tempi. E poichè quanto più lungo è il fosso, più è il tempo che s' impiega a scavarlo, e quanto è meno lungo, tanto meno tempo ci vuole per scavarlo, sono dunque i tempi in ragion diretta della lunghezza de' fossi. Si suppongono ora di uguale lunghezza i fossi, e si paragoni la ragione de' soldati con quella de' tempi. E chiaro che maggiore è il numero de' soldati, meno tempo ci vuole per scavare il fosso, ed al contrario diminuendo i soldati, il tempo conviene che cresca; quindi la ragione de' soldati è inversa di quella de' tempi; ma essendo varj sì la lunghezza de' fossi che i soldati, la ragione del tempo dato a quello che si cerca, sarà composta dalla diretta della lunghezza de' fossi, e dalla inversa

del numero di soldati che s' impiega. E poichè la ragione inversa si riduce a diretta, con fare l' antecedente conseguente ed il conseguente antecedente, per cui la proporzione da fissarsi sarà, come la lunghezza del primo fosso moltiplicato pel secondo numero di soldati, sta al secondo fosso moltiplicato pe'primi soldati; così il tempo primo, a quel che si cerca, cioè.

$$60 \times 15 : 96 \times 24 : : 22 : x \text{ e quindi } x = \frac{96 \times 24 \times 22}{60 \times 15} = \frac{50688}{900} = 2 \text{ giorni } 7 \text{ ore } 15 \text{ minuti primi.}$$

Problema II. Con 6 cannoni di grosso calibro, si son tirati contro un villaggio trincerato, in cinque ore 200 colpi; si cerca in quanto tempo con 10 cannoni dello stesso calibro si tireranno 500 colpi?

1. Numero di cannoni.......... 6
2. Numero di cannoni.......... 10
1. Numero di tiri.............. 200
2. Numero di tiri.............. 500
1. Tempo ore.................. 5
2. Tempo si cerca.

Con un ragionamento simile a quello fatto nel problema antecedente, si vedrà che la ragione de' tempi, è la composta della diretta de' tiri, e della reciproca del numero de' cannoni sicchè la proporzione sarà

$$200 \times 10 : 500 \times 6 : : 5 : x \text{ ed } x = \frac{500 \times 6 \times 5}{200 \times 10} = \frac{15000}{2000} = 7 \text{ ore } \frac{1}{2}.$$

Problema III. Per fare gli uniformi a 128 soldati di un panno largo palmi $6\frac{1}{4}$, si sono impiegate canne 162. Si vuol sapere per far de' simili uniformi a 486 soldati, con un panno largo palmi $4\frac{1}{2}$ quante canne si richiedono?

1. Numero di soldati......... 128
2. Numero di soldati......... 486
1. Larghezza del panno palmi. $6\frac{1}{4}$

2. Larghezza del panno....... $4\frac{1}{2}$

1. Numero delle canne....... 162
2. Numero delle canne si cerca.

Esaminando questo problema, si vede facilmente che le canne date, sono a quelle che si cercano, in ragion composta dalla diretta de' numeri de'soldati, e dalla reciproca della larghezza de' panni. Laonde bisognerà stabilire questa proporzione, trasmutando la ragion reciproca in diretta

$$128 \times 4\frac{1}{2} . 486 \times 6\frac{1}{2} :: 162 : x \text{ ed } x = \frac{486 \times 6\frac{1}{2} \times 162}{128 \times 4\frac{1}{2}} =$$

$855\frac{1368}{4608}$ di canna; cioè uguale a 855 canne 2 palmi 4 once e $\frac{1}{2}$.

106. La pruova per esaminare, se siasi operato bene nella regola del tre composta diretta o reciproca, la quale dal numero dei termini nel quesito, volgarmente si chiama *règola del cinque, del sette* ec., è la medesima che quella del tre semplice; poichè tutti i termini cogniti si riducono parimenti a tre, ed il quarto si ritrova similmente con moltiplicare il secondo pel terzo, e dividere il prodotto pel primo. Laonde è chiaro che anche in questa, il prodotto degli estremi esser deve uguale a quello de' medii.

CAPITOLO XIII.

Della regola di società.

107. A questa regola appartengono tutti que' problemi, i quali mirano a dividere un numero, in parti che abbiano tra loro una data ragione.

Ha preso un tal nome, dall' uso grandissimo che se ne fa nelle compagnie di commercio, e si distingue in *semplice* quando le somme contribuite da' socj, non hanno differenza di tempo, e *composta* se v' ha differenza nel tempo che le date somme sono state impiegate.

108. I seguenti problemi faranno conoscere, come si risolvono quelli spettanti alla regola di società semplice.

Problema I. Tre negozianti han costituito una banca di ducati 2000. Il primo vi ha impiegato ducati 658, il secondo 300 ed il terzo 842. Essendosi guadagnato 280 ducati si domanda quanto spetta ad ognuno.

Il lucro 280 ducati, si è fatto per l'aggregato di tutti e tre i capitali impiegati; e poichè la ragione de' lucri è diretta di quella de' capitali, e chiaro che il guadagno di ciascuno di essi, deve essere contenuto nel guadagno totale, quanto il suo fondo è contenuto nel fondo totale; giacchè è chiaro che chi avesse fornito per esempio la metà, o il terzo del fondo, avrebbe evidentemente dritto alla metà, o al terzo del guadagno. Per avere quindi il guadagno che spetta a ciascun socio, si farà la proporzione seguente, il fondo totale, al fondo particolare, come il guadagno totale, al guadagno relativo che spetta a quel tale fondo. Nell'esempio proposto si avrà dunque

2000 : 658 : : 280 : al guadagno del primo mercante.
2000 : 300 : : 280 : al guadagno del secondo.
2000 : 842 : : 280 : al guadagno del terzo.

Moltiplicando il secondo termine di ciascuna proporzione pel terzo, e dividendo il prodotto pel primo termine, si troverà spettare al primo negoziante 92 duc. 1 car. 2 gra., al secondo 42 duc. ed al terzo 145 duc. 8 car. ed 8 grana, i quali guadagni uniti insieme fanno l'intero lucro di 280 ducati.

Problema II. Un quartier mastro, deve distribuire la somma di 150 ducati a 320 soldati, i quali sono divisi in tre campagnie, delle quali la prima ne ha 96, la seconda 100, e la terza 124. Si vuol sapere quanto spetta a ciascuna compagnia.

Si fissano le seguenti proporzioni
320 : 96 : : 150 : a quel che spetta alla prima compagnia.
320 : 100 : : 150 : a quel che spetta alla seconda compagnia.
320 : 124 : : 150 : a quel che spetta alla terza compagnia.
e fatte le operazioni si vede che la prima compagnia deve avere 45 ducati, la seconda 46 ducati 8 carlini e 7 grana e $\frac{1}{2}$, e la terza 58 ducati 1 carlino 2 grana $\frac{1}{2}$.

Problema III. Tre negozianti A, B, C, mettono in società la somma di ducati 300; però convengono tra essi, che sulla perdita, o guadagno, percepir dovessero A per metà, B pel

terzo, e C pel quarto. Terminata la società, si trova che sull' anzidetta somma, siasi fatto il guadagno di ducati 36. Si cerca quale è il guadagno spettante ad A, B, C.

Si notino i rotti $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, e si moltiplichino insieme tutti i loro denominatori. Sarà il prodotto di $2 \times 3 \times 4 = 24$.

Del 24 si prende il 12 per la sua metà, 18 pel suo terzo, e 'l 6 pel suo quarto. Sarà la somma di $12 + 8 + 6 = 26$.

S' istituisca la proporzione dicendo

$$26 : 12 :: 36 : \text{sta al quarto} = \frac{12 \times 36}{26} = 16\frac{16}{26} = 16\frac{8}{13}.$$

$$26 : 8 :: 36 : \text{sta al quarto} = \frac{8 \times 36}{26} = 11\frac{2}{26} = 11\frac{1}{13}.$$

$$26 : 6 :: 36 : \text{sta al quarto} = \frac{6 \times 36}{26} = 8\frac{8}{26} = 8\frac{4}{13}.$$

Sicchè sarà il guadagno di $A = 16\frac{8}{13}$, quello di $B = 11\frac{1}{13}$, quello di $C = 8\frac{4}{13}$; le quali tre porzioni sommate insieme fanno i 36 ducati.

Della regola di società composta.

109. ***Problema I.*** Tre negozianti han fatto una banca di negozio, il primo vi ha posto ducati 14 per 5 mesi, il secondo ducati 190 per tre mesi, il terzo ducati 72 per 18 mesi. Essendosi guadagnato 200 ducati, ciascuno domanda il suo guadagno relativo al capitale impiegato, ed al tempo che l' ha tenuto in società.

In questo problema il guadagno spettante a ciascun socio, è proporzionale al prodotto del suo capitale, pel tempo che lo ha tenuto in commercio; cioè quando son diversi i capitali ed i tempi, i guadagni sono in ragion composta della diretta de' capitali e de' tempi; quindi fa d' uopo moltiplicare ciascun capitale pel tempo che si è impiegato, e formar di tutti i prodotti una somma prima di fissare le proporzioni. Ciò che eseguito nel nostro esempio si ha pel

I. $14 \times 5 = 70$
II. $190 \times 3 = 570$
III. $72 \times 18 = 1296$

e la somma sarà 1936. Le proporzioni allora saranno

$$1936 : 70 :: 200 : x \text{ ed } x = \frac{70 \times 200}{1936} = 723,1\frac{576}{1936}$$

$$1936 : 570 :: 200 : x \text{ ed } x = \frac{570 \times 200}{1936} = 5888,4\frac{576}{1936}$$

$$1936 : 1296 :: 200 : x \text{ ed } x = \frac{1296 \times 200}{1936} = 13388,4\frac{576}{1036}$$

le quali spettanze particolari, sommate tutte danno 20000 grana, cioè 200 ducati.

Problema II. Tre giuocatori A, B, C fanno insieme nel giuoco un banco di ducati 1300, con mettere A ducati 300, B ducati 430, C ducati 570. Terminata la prima ora del giuoco; A ritira la sua porzione, B se la ritira terminata la terza, e C finalmente si alza dal giuoco, terminata l'ora quinta. Si cerca sapere essendo stata per tutte le cinque ore, sempre l'istessa la fortuna del giuoco; ed essendosi in tutto il giuoco perduta la somma di ducati 400, quant'è la perdita di ciascuno de' tre giuocatori A, B, C.

Essendo le perdite, qualora sono diverse le quantità poste, e diversi i tempi, in ragion composta della diretta delle somme impiegate, e della diretta de' tempi; si deve in questo caso, distribuire l'intera perdita, nella ragione, che ha la somma de' prodotti delle quantità poste, moltiplicata per i tempi rispettivi. Sicchè essendo

$$300 \times 1 = 300$$
$$430 \times 3 = 1290$$
$$570 \times 5 = 2850$$

$$\text{Somma} = 3440$$

le proporzioni saranno le seguenti

$$3440 : 300 = 400 \text{ alla perdita di A}$$
$$3440 : 1290 = 400 \text{ alla perdita di B}$$
$$3440 : 2850 = 400 \text{ alla perdita di C.}$$

Per la qual cosa saranno le perdite

$$\text{di A} = \frac{300 \times 400}{3400} = 27 \text{ duc. } 2 \text{ gra. } 8 \text{ cav.}$$

$$\text{di B} = \frac{1290 \times 400}{3400} = 116 \quad 21 \quad 7$$

$$\text{di } C = \frac{2850 \times 400}{3440} = 256 \text{ duc. } 75 \text{ gra. } 8 \text{ cav.}$$

Le quali perdite sommate insieme, danno la perdita totale di 400 ducati.

CAPITOLO XIV.

Regola di alligazione o legamento.

110. Una tal regola, ha per oggetto la risoluzione di que' problemi, in cui date più merci di varj prezzi, si vuole con un prezzo intermedio, tra il maggior ed il minore, avere un composto con parti proporzionate a quelle date. Eccone gli esempj.

Problema I. Si vuole un barile di vino di 24 carlini, e poichè vi sono due qualità, cioè di 30 e di 16 carlini, così nell' aversi un barile misto delle due qualità, si cerca sapere qual parte vi debba essere della prima e quale della seconda, perchè il composto costi 24 carlini.

Per ben comprendere come vanno risoluti siffatti problemi, si rifletti, che se le differenze del prezzo intermedio, da' prezzi delle date qualità di vino, fossero uguali, il barile si dovrebbe comporre, mezzo con quello della miglior qualità, e mezzo con la qualità inferiore, e ciò perchè di quanto il valore di mezzo barile della prima qualità, supera la metà del prezzo dato, altrettanto il valore del mezzo barile della seconda qualità manca dall' altra metà. Ma essendo tali differenze disuguali, la porzione del vino migliore, deve essere tanto maggiore della porzione del vino inferiore, quanto la differenza del prezzo di quello del medio, è minore della differenza del prezzo di questo dall' istesso medio valore. E per l' opposto, tanto più piccola, quanto l'anzidetta differenza prima, è maggiore della seconda differenza. Quindi le porzioni che debbono comporre il tutto debbono essere fra loro in ragion reciproca di tali differenze.

Ciò premesso nel problema enunciato, si ritrovi la differenza tra il prezzo medio 24, ed il massimo 30 ch' è 6, e si scriva tal cifra a lato del prezzo minimo 16; e la differenza 8 tra il medio ed il minimo, si scriva vicino al prezzo massimo. La quantità del vino migliore; esser dee a quella dell' inferiore qualità, come 8 a 6; e se il tutto come nell' esempio è un barile, questo diviso in 14 parti uguali quanto appunto indica la somma di tali differenze, di queste parti $\frac{8}{14}$ saranno

del vino migliore, e $\frac{6}{14}$ della qualità inferiore, o che val l'istesso $\frac{4}{7}$ della prima qualità e $\frac{3}{7}$ della seconda. Che poi il barile debba effettivamente comporsi delle indicate porzioni, si vede osservando se i prezzi di $\frac{4}{7}$ del miglior vino, e $\frac{3}{7}$ di quello della qualità inferiore, uniti insieme danno i 24 carlini. Ciò si ottiene fissando le proporzioni; se un barile del vino migliore costa 30 carlini, $\frac{4}{7}$ quanto costerà? E se un barile dell'inferior vino, costa 16 carlini, $\frac{3}{7}$ quanto costerà?

$$1 : 30 :: \frac{4}{7} : x \text{ ed } x = \frac{120}{7} = 17\frac{1}{7}$$

$$1 : 16 :: \frac{3}{7} : x \text{ ed } x = \frac{48}{7} = 6\frac{6}{7}$$

E poichè la somma de' due quarti proporzionali, o sia dei ritrovati prezzi $17\frac{1}{2}$ e $6\frac{6}{7}$ è uguale a 24 carlini, il problema è stato esattamente risoluto.

Problema II. Un negoziante ha comprato diverse specie di vini, cioè

130	caraffe	a 10 grana l'uno
75		a 15
221		a 12
27		a 25

e dopo gli mescola; si domanda quanto gli costa una carafa del vino mescolato.

È facile vedere che per la soluzione del problema, basta vedere quanto costa il mescuglio totale, e quante carafe forma, e dividere il primo di questi risultati pel secondo, per avere il prezzo ricercato.

Ora le 130 carafe	a 10 grana	fanno	1300 grana
le 76	a 15	fanno	1125
le 221	a 12	fanno	2772
le 27	a 20	fanno	540

Dunque 463 carafe costano 5737 grana.

Dividendo 5737 per 463 il quoziente 12 grana, 4 calli, e $\frac{421}{463}$ è il prezzo di una carafa del liquore misto.

Problema III. Si vuol formare un cannone di bronzo. Ogni cantaro di rame puro, costa ducati 87, e quello di stagno purificato ducati 67. Si cerca sapere quanto rame purificato, e quanto stagno anche purificato si deve mettere, per ogni cantaro, acciò il bronzo del cannone costa 85 ducati il cantaro.

	Prezzi	Differenze
	87	18
85		
	67	2

Somma delle differenze 20

E poichè la porzione di rame per ogni cantaro, deve stare alla porzione di stagno, come 18 : 2, o come 9 : 1 perciò se si suppone un cantaro diviso in 10 parti, 9 di tale parti dovranno essere di rame, ed una di stagno, cioè $\frac{9}{10}$ di rame, e $\frac{1}{10}$ di stagno.

111. Ma quando le sostanze da mescolarsi son più di due (come si osserverà nel problema qui appresso) in tal caso bisogna prendere ad arbitrio una di esse, paragonare il prezzo medio costantemente col prezzo di questa, e con quelli di tutte le altre, indi notare le differenze, e formare le solite frazioni. E perchè il prezzo di ognuna delle date sostanze, si può paragonare con quello medio, e con quelli delle rimanenti, perciò ne segue che qualora le sostanze miscibili son molte, questi problemi possono avere diverse soluzioni; bisogna badare però che se mai stabilito già per fisso, il prezzo di una delle date sostanze, maggiore, o pur minore del medio, talvolta accade che il prezzo di qualcune delle altre, sia benanche maggiore, o minore, val quanto dire, tutto al contrario di quello che dovrebbe accadere, perciò la differenza di questo sul medio si noti col segno —, per dinotare che non si deve addizionare, ma bensì sottrarre dall' altra.

Problema IV. Si desidera una libbra di metallo per grana 38; ma misto di piombo che costa grana 29, di rame che costa grana 52, e di stagno che costa grana 43; or si desidera conoscere che quantità di rame, di piombo, e di stagno vi debbe entrare, per formare la dimandata libbra.

Per quel che nel precedente paragrafo abbiam detto, si prenda il 29 per prezzo fisso, da paragonarsi col medio e con ciascuno degli altri, e poscia si trovi la differenza tra 29 e 38 che è 9, e si scriva al lato del 52; trovata la differenza tra 38 e 52 che è 14, si scriva al lato del 29; indi la stessa differenza 9 tra 29 e 38, si noti al lato del 43, e quella tra 38 e 43 ch' e 5 si noti al lato di 29. Finalmente ritrovata la somma di tutte queste differenze, si costituiscono le frazioni come nel precedente problema: cioè

	Prezzi dati	Differenze	Frazioni
	52	...... 9	$\frac{9}{37}$
Prezzo medio 38	43	...... 9	$\frac{9}{37}$
	29	...... 14 + 5	$\frac{19}{37}$
Somma delle differenze		37	

Ed ecco che in ogni libbra del metallo richiesto vi sarà $\frac{9}{37}$ di rame, $\frac{9}{37}$ di stagno, e $\frac{19}{37}$ di piombo. E volendo verificare l'operazione, si farà come nel primo problema

grana

$$1 : 52 = \frac{9}{37} : x,\ x = \frac{468}{37} = 12\,\frac{24}{37}$$

$$1 : 43 = \frac{9}{37} : y,\ y = \frac{387}{37} = 10\,\frac{17}{37}$$

$$1 : 29 = \frac{19}{37} : z,\ z = \frac{351}{37} = 14\,\frac{33}{37}$$

$$\overline{38}$$

Se poi si prenda il 52, per prezzo fisso, da paragonarsi col medio e con tutti gli altri, la differenza 14 (tra 52 e 38) si noti al lato del 29, la differenza 9 (di 38 e 29) al lato del 52, la differenza 14 (di 52 e 38) al lato del 43; e perchè 38 non è intermedio tra 52 e 43, ma minore di ambedue, e non si può per conseguenza togliere il 43 dal 38, si prenda la differenza del 43 dal 38 ch' è 5, ma si noti al lato del 52 col segno — per dinotare che deve sottrarsi dal 9, cioè vi rimarrà 4; ed eccone l' esecuzione

	Prezzi	Differenze	Frazioni
	52	...... 9—5=4	$\frac{4}{32}=\frac{2}{16}$
Prezzo medio 38	43	...... 14	$\frac{14}{32}=\frac{7}{16}$
	29	...... 14	$\frac{14}{32}=\frac{7}{16}$
		32	

E per verificare l' operazione si stabiliscono le proporzioni

$$1:52=\frac{2}{16}:x,\ x=\frac{114}{16}=6\frac{8}{16}$$

$$1:43=\frac{7}{16}:y,\ y=\frac{381}{16}=18\frac{13}{16}$$

$$1:29=\frac{7}{16}:z,\ z=\frac{203}{16}=12\frac{11}{16}$$

$$38$$

Ed ecco che la detta libbra, può esser formata benanche da $\frac{7}{16}$ di rame, $\frac{7}{16}$ di stagno, e $\frac{7}{16}$ di piombo.

Finalmente volendo prendere il 43 per prezzo fisso, da paragonarsi col medio e con gli altri dati, operando come ne' casi precedenti, si ritrova che la porzione dello stagno, come negativa, invece di aggiungersi si deve togliere dalla intera somma; e non potendosi eseguire una tal combinazione, l' esposto problema, si può risolvere solamente, con i ritrovati de' due casi precedenti.

CAPITOLO XV.

Regola di falsa posizione.

112. Con una tal regola, si risolvono que' problemi, in cui divider si debba un dato numero in parti, che abbiano tra loro alcune determinate ragioni, ma vi manca però qualche termine per poterle ridurre alla regola generale di proporzione. E siccome il detto termine può idearsi a volontà, e quasi sempre è falso, ma è di guida, per lo scovrimento di quel che si cerca, così dagli Arabi inventori, una tal regola fu detta *Cattaino*, cioè falsa posizione.

113. Per risolvere tali problemi, si prenda un numero ad arbitrio, che sarà la prima posizione, si vede se sodisfa alle condizioni del problema, il che se avviene, un tal numero sarà quello che si cerca; in caso contrario se ne noteranno gli errori. Indi si faccia un'altra posizione, e dopo di averlo osservato in quanto alle condizioni del problema, si segneranno benanche gli errori: e questi errori se saranno ambedue in più, od in meno dal numero di ciascuna posizione, si diranno *simili*; *dissimili* poi se uno è in più, e l'altro in meno. Ciò posto, di questi errori se ne prende la differenza se son simili, e la somma se dissimili, e si stabilisca la proporzione; come questa differenza, o somma degli errori, alla differenza delle due posizioni, così uno degli errori al quarto proporzionale, il quale aggiunto a quella posizione da cui è derivato l'errore, che fa le veci di terzo termine nella proporzione, se mai è stato in meno, o pure tolto dal medesimo s'è stato in più; darà il vero numero dimandato.

Problema I. Un uffiziale spedito per ricognizione in un paese nemico, fa un quinto del viaggio a piedi, un terzo a cavallo, e si sa che così caminando ha percorso 64 miglia. Si vuol sapere di quante miglia era l'intero viaggio, quante miglia ha fatto a piedi, e quante a cavallo.

In questo problema il termine mancante è il numero delle miglia dell'intero viaggio, il quale conosciuto che si è riesce facile determinare le miglia percorse a piedi e quelle a cavallo, giacchè si sa che queste due quantità sono nella ragione di $\frac{1}{5}$ ad $\frac{1}{3}$.

Si supponga essere stato l'intero viaggio di 15 miglia; e poichè di 15 la quinta parte è tre, e la terza è 5, perciò

altrettante sarebbero state le miglia percorse a piedi, che quelle a cavallo, e per conseguenza la somma loro sarebbe di 8; ma doveva secondo l'enunciazione del problema essere di 64, perciò si è errato in *meno* 56. Si supponga ora che il viaggio sia stato di 30 miglia, e poichè il suo quinto è 6, ed il suo terzo è 10, perciò si avrebbe 16 e non 64, dunque si è anche questa volta errato in *meno* 48, ed essendo gli errori simili si stabilisce la proporzione.

Diff. degli errori. Diff. di posizione. Un errore.

$$8 \quad : \quad 15 \quad = \quad 56 : x; \text{ ed } x = 105.$$

il quale aggiunto alla posizione 15 da cui l'errore è derivato si ha 120. Ed in verità il quinto di 120 è 24, il terzo è 40; e sommati questi due numeri si ha 64. Se invece di prendere 56 si fosse preso 48 la proporzione sarebbe stata

$8 : 15 :: 48, x$, ed $x = 90$ ed aggiunto alla posizione 30 da cui l'errore è derivato, si sarebbe parimenti avuto 120.

Problema II. Domandato ad un capitano, qual fosse la forza della sua compagnia, rispose, due terzi sono i soldati, tre quarti i sotto uffiziali, e solo otto gli uffiziali.

Si supponga che la forza che si cerca sia di 120 uomini, i due terzi saranno 80, il quarto 30, e gli uffiziali non sarebbero più 8, ma bensì 10, in conseguenza l'errore è di $+ 2$. Si supponga che sia la forza di 84, i due terzi sono 56, il quarto è 21, che sommati fanno 77, e di unito agli 8 uffiziali si ha 85, per cui l'errore è in più uno, ed essendo le differenze dissimili la proporzione sarà

Somma degli errori. Diff. di posiz. Un errore.

$$3 \quad : \quad 36 \quad :: 2 : x \text{ ed } x = \frac{72}{3} = 24.$$

E poichè l'errore è stato in più, il 24 si deve sottrarre da 120 per cui 96 è il numero cercato.

Un risultamento simile si ottiene fissando l'altra proporzione

Somma degli errori. Diff. di posiz. Un errore.

$$3 \quad : \quad 36 \quad :: 1 : x \text{ ed } x = \frac{36}{3} = 12.$$

il quale unito ad 84 dà parimente 96.

Che 96 poi adempie alle condizioni del problema, è ben facile il vederlo; giacchè i due terzi sono 64, più il quarto che è 24, più 8 si ha 96.

Problema III. Un gentiluomo, volendo far l'elemosina a'poveri; si avvede che il denajo che ha, è tale, che se dà tre grana per ciascuno, gli mancano otto grana, e dandone due, gli avanzano cinque grana. Or si brama sapere il numero de'poveri, e la quantità del danajo che ha.

Si supponga nella prima posizione, che i poveri siano 3, onde dando 3 grana per ciascheduno, ci vorrebbero 9 grana, e poichè ce ne mancano 8, quindi il gentiluomo non avrebbe che un grano; se dà a' poveri 2 grana per cadauno, ha bisogno di 6 grana, e poichè ce ne avanzano 5, ecco che avrebbe non più 1 grano, ma bensì 11; si è dunque errato in più 10. Si supponga colla seconda posizione, che i poveri sieno 4, dando loro tre grana per uno, ce ne vorrebbero 12, ma per la mancanza di 8, egli appena ne avrebbe quattro grana: che se ne da loro 2 per ognuno, ce ne bisognano 8, le quali colle 5 di avanzo, farebbero non 4, ma 13; quindi si è di nuovo errato in più di 9. Ed essendo gli errori simili, ed ambedue in più, se si fissa la proporzione; come sta la differenza degli errori, alla differenza delle posizioni, così uno degli errori al quarto proporzionale, questo aggiunto alla posizione, da cui un tale errore è derivato, c' indicherà il numero de' poveri; il quale conosciuto, si verrà ben presto in cognizione della quantità del danajo e perciò

Diff. er.		Diff. pos.		Er. primo.
1	:	1	: :	10 : al quarto = 10

ovvero

Diff. er.		Diff. pos.		Er. secondo.
1	:	1	: :	9 : al quarto = 9

In effetti, o si aggiunga 10 alla posizione 3, o 9 alla posizione 4, in ambedue i casi si ritroverà che 13 erano i poveri. Il quale numero moltiplicato per 3, e toltone dal prodotto 8; o pure moltiplicato per 2 ed aggiuntovi 5, si vedrà che il gentiluomo aveva in tasca 31 grana.

I problemi di tal fatta si risolvono pure col seguente metodo. Dopo di essersi trovati gli errori nascenti dalle diverse posizioni, si moltiplichi la posizione prima per l' errore secondo, e viceversa l' errore primo per la posizione seconda; e se gli errori son simili, si divide la differenza di questi prodotti per la differenza degli errori; se dissimili si divida la somma de' detti prodotti per la somma degli errori, il quoziente sarà il numero che si cerca. Che se gli errori son uguali, il numero

che si domanda, è sempre la metà della somma delle due posizioni, e la ragione è chiara, perchè essendo gli errori uguali e di segno contrario, la quantità che si cerca differisce ugualmente dalle due posizioni, e quindi si ha prendendo la metà della loro somma.

Problema IV. Il presidio di una piazza di guerra, si compone di fanteria cavalleria ed artiglieria. La forza della fanteria è di 4000 uomini, quella della cavalleria è la metà dell'infanteria e dell'artiglieria uniti insieme, e l'artiglieria è la terza parte della fanteria, e della cavalleria presi insieme. Si vuol sapere la forza della cavalleria e quella dell'artiglieria.

Si supponga per un momento che la forza dell'artiglieria sia di 1500, sarà in conseguenza la cavalleria e la fanteria 4500, e poichè si sa che i soldati di fanteria sono 4000, saranno perciò 500 quelli di cavalleria. Ed il doppio cioè 1000 dovrà uguagliare i soldati di fanteria e di artiglieria; ma questi giusta la supposizione sono 5500, dunque si è errato in — 4500. Si suppongono i soldati di artiglieria 3000, quelli di fanteria e cavalleria saranno 9000; ma la sola fanteria si compone di 4000, quindi la cavalleria sarà di 5000; ma il doppio 10000 deve essere uguale alla fanteria ed artiglieria cioè a 7000, quindi si è errato in più 3000. Or se la prima posizione moltiplicato pel secondo errore è $1500 \times 3000 = 4500000$, la seconda posizione moltiplicato pel primo errore è $3000 \times 4500 = 13500000$, sommati questi due prodotti si ha 18000000, il quale numero diviso per 7500 somma degli errori, darà la forza degli artiglieri cioè 2400. Unito questo numero a quello dinotante la fanteria del presidio cioè a 4000, e presone la metà, la forza della cavalleria sarà di 3200.

Problema V. Un sergente ed un caporale, han fatto tale guadagno al lotto, che se il caporale avesse guadagnato 8 ducati di meno, ed il sergente 8 di più, il sergente avrebbe guadagnato il doppio del caporale; o se il sergente avesse guadagnato 8 ducati di meno, ed il caporale 8 di più, amendue avrebbero fatto l'istesso guadagno. Si cerca quanto ha guadagnato il sergente, e quanto il caporale.

Si supponga con una prima posizione, che il guadagno del caporale sia stato di ducati 18, da' quali toltone 8, per aggiungerli al guadagno fatto dal sergente, rimarranno 10 ducati. E poichè il sergente deve avere il doppio di questi, ne avrà perciò 20, e togliendone gli 8 aggiunti il suo guadagno sarà di dodici ducati. Or se da dodici ne togliamo 8 per aggiungerli a' 18 del caporale, rimarrà il guadagno del sergente di 4 ducati, e sarà quello del caporale di 26, cioè il primo

avrà 22 ducati meno del secondo; ma dovevano in questo caso avere l'istesso, si è quindi errato in meno 22. Si supponga con una seconda posizione, che il guadagno del caporale sia stato 19 ducati, da' quali toltone 8 per aggiungerli a quelli del sergente rimarranno 11, e quelli del sergente come doppj saranno 22; se però da un tal numero toglieremo gli 8 aggiunti, resterà l'effettivo guadagno del sergente di 14 ducati. Che se poi da questi se ne leveranno altri 8, e si aggiungeranno a' 19 del caporale, rimarrà il guadagno del sergente a ducati 6, e quello del caporale a 27; laonde il primo supera il secondo per 21; ma dovevano essere uguali i guadagni; sicchè si è errato ancora in meno 21. Essendo quindi amendue gli errori in meno si farà la proporzione: come la differenza degli errori a quella delle posizioni, così uno degli errori al quarto proporzionale; ed aggiungendo questo alla rispettiva posizione da cui è nato l'errore, assunto per terzo termine nella proporzione, si avrà il vero ed effettivo guadagno del caporale.

Diff. er.		Diff. pos.		Er. primo.
1	:	1	: :	22 : al quarto = 22

ovvero

Diff. er.		Diff. pos.		Er. secondo.
1	:	1	: :	21 : al quarto = 21.

Ed in vero con aggiungere 22 alla prima posizione 18, ovvero 21 alla seconda posizione 19, si ottiene sempre l'istesso numero 40, pel guadagno del caporale; il quale essendo conosciuto, si vede subito che quello del sergente è di 56 ducati.

Che se poi si moltiplicheranno gli errori per le opposte posizioni, e la differenza de' loro prodotti 418 e 378, ch'è 40, si divide per la differenza degli errori 1, per essere gli errori simili, si troverà con quest'altra maniera anche l'istesso risultato.

Diamo fine alla soluzione de' problemi, essendo persuasi che quelli sinora esposti, sono sufficienti per porre qualsiasi sotto uffiziale nel caso di risolvere tutti gli altri, che nel dissimpegno del suo mestiere gli si potranno presentare, i quali apparterranno sempre ad una delle suddette classi, o a più di esse unite insieme. Epperò aggiungiamo alquante nozioni, pel calcolo pratico delle piramidi de' projetti, indispensabile a conoscersi da' sotto uffiziali di artiglieria, richiesto ne' loro esami, e che sarebbe loro impossibile il valutarlo con le sole teoriche esposte.

CAPITOLO XVI.

Calcolo pratico delle piramidi de' projetti.

114. Per tenere le palle di cannone, le bombe, le granate con un certo ordine nelle piazze, nelle batterie, negli arsenali ec. si usa disporle in cataste (*piles*) conosciute dagli artiglieri sotto il nome di piramidi.

115. Tre specie di piramidi di palle si distinguono, *triangolare*, cioè quella la di cui base è un triangolo equilatero; *quadrangolare* che ha per base un quadrato, e *rettangolare* di cui la base è un rettangolo.

116. La piramide triangolare, si compone di strati orizzontali che sono tutti triangoli, i di cui lati diminuiscono successivamente di una unità, talchè essa piramide termina alla cima con un sol projetto; e le altre tre facce della piramide sono parimenti triangolari.

117. La piramide quadrata, ha per strati orizzontali, tanti projetti disposti in quadrati, di cui i lati diminuiscono di una unità; il vertice della piramide è una linea retta, e le quattro facce laterali sono due rettangoli e due triangoli.

118. La piramide rettangolare, si compone di strati orizzontali i quali sono tanti rettangoli, i di cui lati diminuiscono di una unità, sicchè alla cima vi è una linea retta; e le quattro facce poi sono due rettangoli e due triangoli.

119. Poichè una tal disposizione mira a non far che facilmente crollassero i projetti, per la stessa ragione nell'ordinarle si ha cura di disporre i projetti che formano la base, allo stesso livello, ed alquanti interrati.

120. È sovente necessario numerare i projetti che formano una piramide qualunque, senza che si disordina, ciò che recherebbe perdita di tempo, e somma fatica. Il calcolo pratico che si usa per tanto ottenere è fondato sulla disposizione che hanno i projetti nelle diverse piramidi, e che noi abbiamo accennate.

CAPITOLO XVII.

Della piramide triangolare.

121. Per conoscersi il numero de' projetti di una piramide triangolare, atteso la sua formazione, basta numerar quanti projetti sono in un lato della base; poichè moltiplicato questo numero per se stesso più una unità, e poi un'altra volta per

I •

se stesso più due, e diviso il prodotto di queste moltiplicazioni per sei, si conoscerà quanti projetti sono nella piramide.

Esempio I. Siano 7 i projetti che sono alla base di una piramide triangolare, si avrà 7 moltiplicato per 8 uguale a 56, e moltiplicato per 9 uguale a 504, il quale diviso per 6 dà per quoziente 84 che sarà il numero che si vuole sapere.

Esempio II. Così pure supposto esser 10 il numero de' projetti che sono in un lato della base, il numero de' projetti della piramide sarà 10 moltiplicato per 11, moltiplicato per 21 diviso per 6, uguale cioè 220.

122. Si ottengono gli stessi risultamenti, facendo uso della formola $n\left(\frac{n^2+3n+2}{6}\right)$ in dove n indica il numero de' projetti che sono in un lato della base. Infatti nel primo esempio si ha

$$7\left(\frac{7^2+21+2}{6}\right)=7\left(\frac{49+21+2}{6}\right)=7\times\frac{72}{6}=7\times 12$$

$= 84$. E nel secondo

$$10\left(\frac{10^2+30+2}{6}\right)=10\left(\frac{100+30+2}{6}\right)=10\times\frac{132}{6}=$$

$10\times 22=220$.

CAPITOLO XVIII.

Della piramide quadrangolare.

123. Per aver la somma de' projetti contenuti in una piramide quadrangolare, atteso la sua formazione, si moltiplica il numero de' projetti che sono in un lato della base, per se stesso più uno, e per il doppio più uno, e diviso il prodotto per 6, il quoziente darà il numero cercato.

Esempio I. Sieno 12 i projetti che sono in un lato della base, si avrà 12 moltiplicato per 13 uguale 156, moltiplicato per 25 uguale 3900, e diviso per 6, il quoziente 650 sarà il numero che si cerca.

Esempio II. Così parimenti il numero delle palle contenute in una piramide quadrata, il cui lato sia di 18; sarà 18 moltiplicato per 19 moltiplicato per 37 e diviso per 6 uguale 2109.

124. Questi stessi risultamenti si ottengono usando la formola $n\left(\frac{n+1)(2n+1}{6}\right)$ dove n dinota precisamente il numero de' projetti che sono in un lato della base. In effetti nel primo esempio posto $n=12$ si ha $\frac{12\times13\times25}{6}=650$ e nel secondo posto $n=18$ la formola si cambia in $\frac{18\times19\times37}{6}=2109$.

CAPITOLO XIX.

Della piramide rettangolare.

125. La somma de' projetti contenuti in una piramide rettangolare, atteso la sua formazione, si ha moltiplicando il numero de' projetti che sono nel lato minore, per l'istesso numero più uno, pel doppio dell'istesso numero, aggiunto al triplo numero di projetti che sono alla cima della piramide minorato di 2; ed il prodotto finale diviso per 6.

126. Se i projetti che sono alla cima, per una troppo altezza della piramide, non fosse possibile di numerarli, si possono conoscere aggiungendo una metà alla differenza che v' ha tra i projetti del lato maggiore e quello minore della base.

Esempio I. Sieno 10 i projetti nel lato minore della base, 16 quelli nel lato maggiore; alla cima ve ne saranno 7. E perciò 10 moltiplicato per 11 uguale 110, moltiplicato per $20+21-2$ ossia per 39 uguale 4290 e diviso per 6; si avrà 715 per il numero de' projetti della piramide.

Esempio II. Con un calcolo simile si troverà, che la piramide rettangolare il di cui lato maggiore della base ha 14 projetti, ed il minore 8, contiene 420 projetti.

127. Questi stessi risultamenti, si possono avere usando la formola $\left(\frac{3m^2+1-n)(n+n}{6}\right)$ dove m indica i projetti che sono nel lato maggiore della base, ed n quelli nel lato minore. Infatti nel primo esempio si ha $\left(\frac{48+1-10^2)(10+10}{6}\right)=$

$\frac{39 \times 110}{6} = \frac{4290}{6} = 715$. E nel secondo $\left(\frac{(42 + 1 - \overset{2}{8})(8 + 8)}{6}\right)$

$= \frac{35 \times 72}{6} = \frac{2520}{6} = 420.$

128. Avviene però talvolta, che si conosce il numero de'projetti di una piramide, e per formarla conviene determinare qual ne debba esser il lato della base. Epperò un tal problema non sempre, anzi spesso si risolve per approssimazione; e poichè esige delle conoscenze algebriche, così ci asterremo di discorrerne, avvertendo solo che nella raccolta delle pratiche di Artiglieria, compilata da Mario Capece Minutolo, vi sono all'oggetto riunite numerosissime tavole, mercè le quali tali problemi ottengono una soluzione perfetta, o alquanto approssimativa.

Fine dell' Aritmetica.

NOZIONI

DI

GEOMETRIA PIANA

DEFINIZIONI

CAPITOLO I.

1. D. *Di che tratta la Scienza che dicesi Geometria?*

R. La Geometria è una Scienza, che ha per oggetto la misura dell' estensione.

2. D. *Come distinguesi questa Scienza relativamente agli usi a' quali si destina?*

R. Si distingue la Geometria, in geometria sublimá ed in geometria elementare. Questa poi si partisce in geometria teoretica ed in geometria pratica.

3 D. *Di che tratta la geometria teoretica e la geometria pratica?*

R. La Geometria teoretica, tratta del modo come risolvere, e dimostrare le verità delle proposizioni geometriche: la geometria pratica, poi, ha per oggetto d' insegnare ed eseguire, col soccorso degl' istrumenti, sul terreno ed in grande, quelle operazioni che la geometria teoretica insegna ad eseguire sulla carta, colla riga e 'l compasso.

4 D. *Quali e quanti sono le dimensioni dell' estensione?*

R. L'estensione ha tre dimensioni, cioè lunghezza, larghezza, ed altezza.

5 D. *Cosa s' intende per punto matematico?*

R. Per punto matematico, s'intende il minimo oggetto che si possa immaginare, e per conseguenza invisibile. Esso non ha estensione, ma si considera come il principio d' ogni lunghezza.

6 D. *Che cosa è il punto fisico?*

R. Il punto fisico, è la più piccola parte della materia, o il più piccolo oggetto che la vista possa distinguere, e si marca perciò colla punta d' un lapis, o di altro strumento aguzzo.

7 D. *Cosa s' intende per punto dato, o per punto di vista?*

R. Per punto dato, s' intende quel punto, che comunque si assegna in qualche luogo; punto di vista, poi, s' intende un' oggetto che si osserva in un luogo qualunque, e che serve per effettuire una misura, per dirigere il movimento di una colonna di truppa qualunque ec. ec.

8 D. *Che cosa vuol significare, un punto inaccessibile?*

R. Una marca un segno un oggetto, che si osserva in un sito dove non vi si può pervenire; dicesi punto inaccessibile.

9 D. *Che cosa è la linea matematica?*

R. La linea matematica, è quella che s' immagina passare da un' oggetto ad un' altro, senza percepire altro che la sola estensione in lunghezza.

10 D. *Che cosa è la linea fisica, o visibile?*

R. La linea fisica, o visibile, è una seguela di punti fisici, prodotta dallo scorrere d' un punto fisico, e che sulla carta si rappresenta con dell' inchiostro, del lapis ec., e sul terreno, con un cordino, con un solco ec.

11 D. *Cosa s' intende per linea data?*

R. Linea data, s' intende quella linea di cui ne sono assegnati i limiti.

12 D. *Cosa s' intende per linea indefinita?*

R. Linea indefinita, è quella che non ha limite, e perciò può tracciarsi di quella lunghezza che si vuole, essendo ad arbitrio di farla più lunga, o più corta.

13 D. *Come si chiamano i termini di una linea?*

R. Si chiamano punti.

14 D. *I punti che terminano una linea formano parte di essa?*

R. Poichè la terminano non possono formarne parte.

15 D. *Cosa è la linea retta?*

R. La linea retta è il più corto cammino da un punto ad un' altro.

16 D. *Ogni linea che non è retta, nè composta di linee rette, come si chiama?*

R. Si chiama linea curva. Così A B (fig. 1) è una linea retta, A C D B una linea spezzata, o composta di linee rette, ed A E B è una linea curva.

17 D. *Cosa s' intende per una superficie?*

R. La superficie è ciò che ha lunghezza e larghezza, senz' altezza o grossezza.

18 D. *Quali sono i termini di una superficie?*

R. Sono le linee.

19 D. *Le linee che terminano una superficie formano parte di essa?*

R. Nò certamente, poichè la terminano.

20 D. *Cosa è la superficie piana, o altrimenti detto, il piano?*

R. È quella superficie, nella quale prendendo due punti a piacere, ed unendoli con una linea retta, questa linea sta tutta intera in essa superficie.

21 D. *Cosa è la superficie curva?*

R. Ogni superficie che non è piana, nè composta di superficie piane, è una superficie curva.

22 D. *Cosa è il solido o corpo?*

R. Il solido o corpo, è ciò che riunisce le tre dimensioni dell' estensione; cioè lunghezza larghezza ed altezza.

23 D. *Cosa è l' angolo piano?*

R. È l' inclinazione che nel piano hanno tra loro due linee le quali scambievolmente si toccano e non son poste per dritto, ossia non formano una sola linea. Tale sarebbe lo spazio compreso tra le due linee A B, A C che si toccano nel punto A (fig. 2.)

24 D. *Quali qualità si richiedono, per essere un angolo piano rettilineo, curvilineo, o mistilineo?*

R. Un angolo piano è rettilineo, allorchè è racchiuso da due linee rette (fig. 2, a), è curvilineo, allorchè è racchiuso da due linee curve (fig. 2, b), è mistilineo allorchè è racchiuso da una linea retta e da una linea curva (fig. 2, c).

25 D. *Come si chiamano le linee che formano un' angolo, e come il punto ov' esse s' incontrano?*

R. Le linee che formano un'angolo, si chiamano lati dell'angolo, ed il punto ov' esse s' incontrano, si chiama vertice dell' angolo. Le linee A B, A C sono perciò i lati dell' angolo (fig. 2), ed il punto A n'è il vertice.

26 D. *Come s' indica l' angolo?*

R. L' angolo s' indica, talvolta colla sola lettera del vertice A, talvolta con tre lettere BAC, o CAB; avendo cura di mettere in mezzo la lettera del vertice.

27 D. *Le proprietà delle quantità, sono esse comuni anche agli angoli?*

R. Gli angoli sono come tutte le quantità, suscettibili cioè d' addizione, di sottrazione, di moltiplicazione, e di divisione: così l' angolo D B A' (fig. 3) è la somma de' due angoli D B A, A B A', e l' angolo D B A è la differenza de' due angoli D B A', A B A'.

28 D. *Quando è che una linea retta dicesi perpendicolare ad un' altra?*

R. Quando una linea retta incontra un'altra, in guisa che gli angoli conseguenti sieno fra loro uguali; l'una dicesi perpendicolare all'altra, e gli angoli di cui è parola si dicono angoli retti. Così se la retta AB (fig. 3) incontra l'altra CD e gli angoli conseguenti A B C, e A B D, sono fra loro uguali, ognuno di questi angoli è un angolo retto, e la linea A B vien detta perpendicolare sopra C D.

29 D. *Cosa si richiede per essere una linea retta, obliqua ad un' altra?*

R. Una linea retta è obliqua ad un' altra, allorchè l' incontra in un punto, ed è ad essa inclinata, più da un lato che dall'altro. Così le rette A'B BF (fig. 3) sono oblique alla retta CD.

30 D. *Allorchè una linea retta cade obliquamente su di un altra, gli angoli formati dalle due linee nel punto dell' incontro, come sono?*

R. Uno di essi è ottuso, l'altro è acuto.

31 D. *Cosa s'intende per angolo ottuso, e per angolo acuto?*

R. Ogni angolo A'BD (fig. 3) maggiore del retto ABD, è un angolo ottuso; ogni angolo A'BC minore dell' angolo retto ABC è un' angolo acuto.

32 D. *Cosa si richiede per essere due linee tra loro parallele?*

R. Due linee rette si dicono parallele, allorchè essendo situate nel medesimo piano, non possono incontrarsi a qualunque distanza si prolunghino l' una e l' altra, d' ambo i sensi. Tali sono le rette A B, C D, e le altre AC, DB (fig. 4.)

33 D. *Cosa s' intende per figura piana?*

R. È un piano terminato per ogni parte da linee.

34 D. *Cosa s' intende per perimetro d' una figura piana?*

R. Si chiama perimetro, il limite intero di una figura piana, ossia la somma di tutte le linee da cui essa figura è terminata.

35 D. *Quali circostanze si richiedono per essere una figura piana, rettilinea, curvilinea, o mistilinea?*

R. Una figura piana è rettilinea, allorchè il suo perimetro è formato da linee rette, è curvilinea allorchè il suo perimetro è formato da linee curve, è mistilinea, allorchè il suo perimetro è formato da linee rette e da linee curve.

36 D. *In una figura rettilinea, quali sono le linee che si chiamano lati del perimetro, e quale quella che si chiama base?*

R. Qualunque linea, che forma parte del perimetro di una figura, è chiamato lato di esso, quella poi ch' è considerata come parte inferiore del perimetro, si chiama base del perimetro.

37 D. *Una figura rettilinea qualunque da chi prende il nome?*

R. Dal numero de' lati che la compongono, compresa benanche la sua base; si chiama perciò, trilatera, o triangolo, ogni figura rettilinea, di cui il suo perimetro è formato da tre lati, ed è questa la più semplice di tutte le figure; si chiama quadrilatera allorchè è formato da quattro lati; pentagono, se è formato da cinque lati; esegono, se è formato da sei lati; e finalmente si chiama moltilatera o poligona, ogni figura di cui il suo perimetro è formato da più di quattro lati.

38 D. *Qual' è il triangolo equilatero, il triangolo isoscele, ed il triangolo scaleno?*

R. Il triangolo equilatero, è quello che ha i suoi tre lati uguali, così (fig. 5) il triangolo ABC è equilatero, giacchè i tre lati AB, BC, CA sono uguali tra loro. Il triangolo isoscele è quello di cui due soli lati sono uguali, così (fig. 6), il triangolo ABC è isoscele, giacchè AB è uguale a AC. Il triangolo scaleno è quello che ha i suoi tre lati disuguali così è (fig. 7) il triangolo ABC, il quale ha tutti i tre lati disuguali.

39 D. *Per chiamarsi un triangolo rettangolo, ottusangolo, o acutangolo, quali circostanze si richiedono?*

R. Un triangolo dicesi rettangolo, allorchè ha un' angolo retto; acutangolo, allorchè ha tutti e tre gli angoli acuti; ed ottusangolo, quando ha uno de' suoi tre angoli ottuso.

40 D. *Quale altra denominazione si dà a' lati del triangolo rettangolo?*

R. Il lato del triangolo rettangolo, opposto all'angolo retto, si chiama ipotenusa, e gli altri due lati che comprendono l' angolo retto del triangolo rettangolo, diconsi cateti. Così supposto che il triangolo ABC sia (fig. 8) rettangolo in A, il lato BC opposto a quest' angolo n' è l' ipotenusa, ed AB, AC i cateti.

41 D. *Quali e quante sono le figure che si distinguono fra i quadrilateri?*

R. Fra i quadrilateri, si distingue il quadrato, il quale ha gli angoli retti ed i suoi lati uguali, così (fig. 9) ABCD è un quadrato, giacchè i quattro lati AB, BC, CD, DA sono uguali tra loro, e gli angoli ABC, BCD, CDA, DAB sono retti. Il rettangolo, ha gli angoli retti senz' avere i lati uguali, così (fig. 10) ABCD è un rettangolo, giacchè gli angoli ABC, BCD, CDA, DAB sono retti. Il parallelogrammo o rombo, ha i lati opposti paralleli così (fig. 11) ABCD è un parallelogrammo, perchè AB è parallela a DC, ed AD è parallela a CB. La losanga o romboide, ha i lati uguali senza che gli angoli sieno retti, così (fig. 12) ABCD è un romboide, perchè i lati AB, BC, CD, DA son tutti uguali; e finalmente il tra-

pezio, ha due soli lati paralleli, così (fig. 13) ABCD è un trapezio, sol perchè AB è parallela a CD.

42 D. *Cosa è la diagonale di una figura?*

R. Si chiama diagonale la linea, che unisce i vertici di due angoli non adiacenti: tali sono le linee AC BD (fig. 9, 10, 11, 12 ec.)

43 D. *Quali sono i poligoni che diconsi equilateri?*

R. Un poligono si dice equilatero, quando ha tutti i lati uguali.

44 D. *Quali sono i poligoni che diconsi equiangoli?*

R. Dicesi equiangolo quel poligono, i di cui angoli sono uguali fra loro.

45 D. *Quali condizioni si richiedono, per dirsi due poligoni equilateri tra loro?*

R. Allorchè due poligoni hanno i lati rispettivamente uguali, e situati nel medesimo ordine, vale a dire, allorchè seguitando i loro contorni in un medesimo senso, il primo lato dell'uno, è uguale al primo lato dell'altro, il secondo dell'uno al secondo dell'altro, il terzo al terzo, e così di seguito, essi poligoni diconsi equilateri.

46 D. *Quali condizioni si richiedono per dirsi due poligoni equiangoli tra loro?*

R. Due poligoni diconsi equiangoli tra di loro, quanto hanno gli angoli rispettivamente uguali fra di loro, e situati nel medesimo ordine.

47 D. *Quali sono i lati e gli angoli che diconsi omologhi?*

R. I lati uguali de' poligoni equilateri, diconsi lati omologhi, e gli angoli uguali de' poligoni equiangoli diconsi angoli omologhi.

48 D. *Cosa s' intende per altezza di un parallelogrammo, d'un triangolo, d'un trapezio, d'un quadrato e d'un rettangolo?*

R. L'altezza d'un parallelogrammo, è la perpendicolare (fig. 11) che misura la distanza di due lati opposti, ovvero che vale lo stesso, è la perpendicolare abbassata da uno de' vertici degli angoli del parallelogrammo sul lato opposto. Tali sono le perpendicolari DF, CO, AG, DH. L'altezza d'un triangolo è la perpendicolare abbassata dal vertice d'uno de'suoi angoli sul lato opposto ad esso angolo che si prende per base del triangolo. Così nel triangolo ABC (fig. 7) la perpendicolare AD esprime la sua altezza, qualora considerasi per base del triangolo il lato BC, del pari, le perpendicolari BD, CD dinoteranno l'altezza del triangolo, se si prendono AC, AB per basi. L'altezza del trapezio è la perpendicolare tirata fra i suoi lati paralleli, o che vale lo stesso, è la perpendicolare abbassata da uno de' vertici de'suoi angoli, sul lato opposto parallelo. Nel tra-

pezio adunque DABC (fig. 13) la perpendicolare EF ne dinota la sua altezza, come del pari le perpendicolori DO, e CO. Nel quadrato ciascuno de'suoi lati può dinotare la sua altezza; e nel rettangolo si può prendere per altezza, ogni lato adiacente a quello che si considera per base. Così nel rettangolo ABCD (fig. 10) se si prenda AB, o pur CD per base, AD o BC ne dinoterà la sua altezza; e se si prenda A D o B C per base, A B o C D ne indicherà l'altezza del rettangolo.

49 D. *Che cosa è il cerchio?*

R. Il cerchio, o circolo, è lo spazio racchiuso da una linea curva descritta nell'intero giro, che fa una linea retta intorno ad uno de' suoi estremi, ch' è fisso, ed immobile, e che si chiama centro del cerchio. La linea curva che determina il cerchio, si chiama circonferenza, o periferia del cerchio; la linea retta, che restando immobile con uno de' suoi estremi nel punto chiamato centro, e coll'altro estremo ha descritto l'intero giro, si chiama raggio del cerchio. La (figura 14) rappresenta un cerchio, la di cui linea AHBDE è la circonferenza, il punto C è il centro, e la retta A C è il raggio (1).

50 D. *Tutte le rette, che partono dal centro di un cerchio, e terminano ad un punto qualunque della sua periferia, sono esse tra loro uguali, e come si chiamano?*

R. Tutte le linee rette, le quali partono dal centro di un cerchio, e vanno a terminare alla periferia, sono uguali fra loro, poichè si è detto, che il centro è ugualmente distante da qualunque punto della periferia; e queste rette tutte si chiamano raggi, o semidiametri.

51 D. *Cosa è il diametro del cerchio; e nell' istesso cerchio sono i diametri uguali fra loro?*

R. Si chiama diametro del cerchio, quella linea retta che passa pel centro, e termina da ambe le parti alla circonferenza di esso cerchio. In conseguenza della definizione del cerchio tutti i diametri di un medesimo cerchio, sono uguali fra loro, e doppj del raggio. La linea retta AB è dunque un diametro del cerchio AHBDE (fig. 14.)

52 D. *Cosa è il mezzo cerchio?*

R. Si chiama mezzo cerchio, quella figura contenuta dal diametro e dalla metà della circonferenza. Tal' è la figura A H B o pure A E D B (fig. 14.) la quale si racchiude tra il diametro AB e la semicirconferenza AHB, o l'altra ADB.

(1) Talora nel discorso, si confonde il cerchio colla sua circonferenza, ma sarà sempre facile ristabilire l'esattezza dell'espressione, ricordandosi che il cerchio è una superficie, e perciò ha lunghezza e larghezza, mentre la circonferenza non è che una linea.

53 D. *Cosa s' intende per arco di cerchio?*

R. L' arco del cerchio, è una porzione qualunque della circonferenza, come sarebbe FHG, AED (fig. 14.)

54 D. *Quali sono quelle rette che si chiaman corde o sottese dell' arco?*

R. La corda, o sottesa dell'arco, è la linea retta FG, o pure AD (fig. 14) che uniscono le due estremità degli archi FHG, e DEA.

55 D. *Cosa è il segmento del cerchio?*

R. Il segmento del cerchio, è la superficie, o porzione di cerchio, compresa fra l' arco e la corda (1).

56 D. *Cosa è il settore del cerchio?*

R. Il settore del cerchio, è quella porzione, che resta comprese fra un' arco e due raggi tirati all' estremità dell' arco. Così CDE (fig. 15) è un settore del cerchio, perchè formato dall' arco DE e da' raggi CD, CE.

57 D. *Quando è che una linea dicesi iscritta in un cerchio?*

R. Si chiama linea iscritta nel cerchio, quella le di cui estremità sono alla circonferenza, così la linea AB è iscritta nel cerchio ACM, ed è anco corda degli archi AA'B, AMNB (fig. 16).

58 D. *Cosa si richiede, perchè un' angolo d'un triangolo, ed in generale una figura qualunque, possa dirsi iscritta in un cerchio, e questo circoscritto ad una figura?*

R. Un' angolo dicesi iscritto in un cerchio, se ha il vertice alla circonferenza, ed è formato perciò da due corde. Tal' è l' angolo BAC (fig. 16). Un triangolo dicesi iscritto in un cerchio, quando i suoi tre angoli hanno i loro vertici alla circonferenza, così è il triangolo ABC (fig. 16). In generale una figura dicesi iscritta nel cerchio, quando tutti gli angoli hanno i loro vertici alla circonferenza; e nel tempo stesso si dice allora che il cerchio è circoscritto ad una tal figura.

59 D. *Cosa è la secante e la tangente del cerchio, ed il punto di contatto della tangente col cerchio?*

R. Si chiama secante del cerchio, una linea che incontra la circonferenza in due punti; tal'è AB (fig. 17). Si dice tangente del cerchio quella linea retta, che si stende tutta fuori della circonferenza di un cerchio, e toccandola in un punto solo se si prolunga da ambi le parti di tal punto, non più incontra la circonferenza, tal' è la retta BD (fig. 17). Il punto A nel quale la linea BD tocca la circonferenza, si chiama punto di contatto.

(1) Alla medesima corda FG (fig. 14) corrispondono sempre due archi FHG, FEDG; e per conseguenza anco due segmenti, ma s'intende sempre parlare del minore, a meno che non si esprime il contrario.

60 D *Quando due circonferenze sono tangenti l'una dell' altra?*

R. Le circonferenze le quali hanno un sol punto di comune si dicono tangenti. Tali sarebbero le due circonferenze AMNLB e QLPK che hanno il solo punto L di contatto (fig. 16 e 17).

61 D. *Quando è che un poligono dicesi circoscritto ad un cerchio, e questo iscritto in un poligono?*

R. Un poligono dicesi circoscritto ad un cerchio, quando tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza, ed in questo caso si dice che il cerchio è iscritto nel poligono; così (fig. 18) il poligono ABCDE si dice circoscritto al cerchio Amnp, e questo cerchio si dice iscritto nel poligono ABCDE.

62 D *Come si divide la circonferenza di un cerchio?*

R. Ogni circonferenza grande o piccola, si divide in 360 parti uguali (I francesi la dividono in 400 parti uguali), che si chiamano *gradi*; ogni grado si divide in 60 parti uguali che si chiamano *minuti*; ogni minuto si divide in 60 parti uguali, che si chiamano *minuti secondi* e così di seguito. S'indica il grado col segno o, il minuto col segno ' il *minuto secondo* col segno '', ec. così 4 gradi, 6 minuti primi, 3 minuti secondi, si segnano 4°, 6', 3''.

63 D. *Quando due figure si dicono equivalenti?*

R. Si dicono equivalenti due figure, quando hanno uguali superficie. Quindi è che due figure possono essere equivalenti quantunque sieno affatto dissimili; p e. un cerchio può essere equivalente ad un quadrato, un triangolo ad un rettangolo ec.

64 D. *Quando due figure diconsi simile, e nel generale cosa s'intende per lati ed angoli omologhi?*

R. Due figure diconsi simile, quando hanno gli angoli rispettivamente uguali, ed i lati omologhi proporzionali. Per lati omologhi s'intendono quelli, che hanno la medesima posizione nelle due figure, o pure che sono adiacenti agli angoli uguali, e questi medesimi angoli si chiamano angoli omologhi tra loro. Così i due triangoli ABC, DEF (fig. 19) che hanno gli angoli rispettivamente uguali, cioè BAC = EDF, ABC = DEF, ed ACB = DFE, ovvero i lati omologhi, o adiacenti agli angoli uguali sono proporzionali, cioè BC : FE = AB : ED = AC : DF, diconsi simili tra loro.

65 D. *Quali sono gli archi, i settori ed i segmenti simili di due cerchi differenti?*

R. In due cerchi differenti, cioè di diversi raggi, si chiamano archi simili, settori simili, segmenti simili, quelli che corrispondono ad angoli uguali, i di cui vertici sono al centro,

e che perciò diconsi angoli al centro. Così essendo l'angolo mcn (fig. 16, 17) uguale all'angolo MON, l'arco mn è simile all'arco MN, il settore cmn è simile al settore OMN.

CAPITOLO II.

Degli assiomi.

66. D. *Quanti sono gli assiomi nella geometria?*
R. Gli assiomi in geometria possono ridursi a sette, e propriamente I. Le grandezze uguali ad una terza sono uguali tra loro.
II. A grandezze uguali, aggiunte grandezze uguali, le somme sono uguali.
III. A grandezze uguali, tolte grandezze uguali, i residui sono uguali.
IV. A grandezze uguali, aggiunte grandezze disuguali, le somme sono disuguali.
V. A grandezze uguali, tolte grandezze disuguali, i residui sono disuguali.
VI. Il tutto è uguale alle sue parti presi insieme.
VII. Il tutto è maggiore di ciascuna sua parte.

CAPITOLO III.

Di alquante verità su gli angoli che formano due rette che s' intersecano.

67 D. *Come sono fra loro gli angoli retti?*
R. Gli angoli retti sono tutti uguali fra loro. La retta DC essendo perpendicolare ad AB, e l'altra GH, perpendicolare ad EF (fig. 20) gli angoli ADC BDC EHG FHG saranno retti ed uguali fra loro.
68 D. *A chi è uguale la somma de' due angoli adiacenti, che fa una linea retta quando ne incontra un' altra qualunque?*
R. È uguale a due angoli retti. La retta CD per esempio (fig. 21) incontrando la retta AB, fa con questa i due angoli ADC, BDC adiacenti, la di cui somma è uguale a due angoli retti. Quindi se un angolo di questo è retto, l'altro lo sarà del pari, e se la linea DE è perpendicolare ad AB, reciprocamente AB sarà perpendicolare a DE, e finalmente tutti gli angoli consecutivi (fig. 22) BAC, CAD, DAE, EAF essendo la loro somma uguale a quella de' due angoli adiacenti BAC CAF, sono dunque presi insieme anche uguali a due angoli retti.

69 D. *Che si richiede perchè una retta faccia con due altre rette, due angoli uguali a due angoli retti?*

R. È mestieri che queste due rette formino una retta continuata. Vale a dire, la retta CD (fig. 20) formando colle due AD, DB i due angoli ADC, CDB che insieme equivalgono a due angoli retti, le rette AD, DB, debbono essere l' una un prolungamento dell' altra, cioè debbono formare una sola retta ADB, e non due rette come AD, DB'.

70 D. *Come sono fra loro gli angoli opposti al vertice di due rette che si tagliono?*

R. Sono uguali fra loro. Le due rette AB, DE (fig. 23) secandosi tra loro nel punto C, formano quattro angoli ACE, ACD, DCB, BCE; di essi gli angoli ACE, DCB opposti al vertice C sono uguali fra loro, del pari che gli angoli ACD, ECB anco opposti al vertice C sono uguali tra loro.

71 D. *A chi equivalgono i quattro angoli formati intorno ad un punto, da due rette che si tagliono; ed in generale da un qualunque numero di rette che s' incontrano?*

R. Equivalgono insieme a quattro angoli retti; poichè gli angoli ACE, BCE (fig. 23) presi insieme equivalgono a due angoli retti (§. 68) e gli altri due ACD, BCD hanno lo stesso valore, i quattro angoli, dunque, ACE, BCE, ACD, BCD sono uguali a quattro angoli retti. Ed in generale se quante rette si vogliano AE, CD, CB etc. (fig. 24) s' incontrano in un punto C, la somma di tutti gli angoli ACB, BCD, DCE ECF, FCA sarà uguale a quattro angoli retti. Poichè se si formassero al punto C quattro angoli retti, col mezzo di due linee perpendicolari tra loro, lo stesso spazio sarebbe occupato tanto dai quattro angoli retti, che da tutti gli angoli successivi ACB, BCD DCE ECF FCA.

CAPITOLO IV.

Delle proprietà de' triangoli.

72 D. *In ogni triangolo un lato qualunque com' è per rispetto alla somma degli altri due?*

R. È minore. Nel triangolo ABC (fig. 7) il lato AB è minore di AC + CB, il lato AC è minore di AB + CB, ed il lato CB è minore di AB + AC.

73 D. *A quanti angoli retti è uguale la somma de' tre angoli di un triangolo?*

R. È uguale a due angoli retti. Così (fig. 7) nel triangolo ABC, la somma de' tre triangoli ABC BCA, CAB è uguale a due angoli retti.

74 D. *Quali conseguenze possono dedursi dall' esposta verità?*

R. 1. Che due angoli d'un triangolo essendo dati, o solamente essendo dato la loro somma, si conoscerà il terzo, sottraendo la somma di questi angoli, da due angoli retti: 2. Se due angoli d'un triangolo sono rispettivamente uguali a due angoli di un'altro triangolo, sarà il terzo dell' uno eguale al terzo dell' altro, ed i due triangoli sono per conseguenza equiangoli fra loro: 3. In un triangolo non vi può essere che un solo angolo retto, poichè se ve ne fossero due, il terzo dovrebbe essere nullo; e con più ragione, un triangolo non può avere che un solo angolo ottuso: 4. In ogni triangolo rettangolo, la somma di due angoli acuti è uguale ad un angolo retto: 5. In ogni triangolo equilatero, ogni angolo è il terzo di due angoli retti, o due terzi di un retto. Dunque se l'angolo retto è rappresentato da 1, l'angolo del triangolo equilatero sarà rappresentato da $\frac{2}{3}$.

75 D. *Due lati qualunque d'un triangolo, o due angoli, come sono tra loro?*

R. Di due lati d'un triangolo il maggiore, è quello ch'è opposto all'angolo maggiore; e reciprocamente di due angoli d'un triangolo, il maggiore è quello ch'è opposto al lato maggiore. Così nel triangolo ABC (fig. 7) se l'angolo CBA è maggiore dell' angolo ACB, il lato AC opposto al primo angolo, è maggiore del lato AB opposto all'angolo minore. Se il lato AC è maggiore del lato AB, l'angolo ABC sarà maggiore dell' angolo ACB. Se il lato AB è uguale al lato AC l' angolo ABC è uguale all'angolo ACB, e viceversa essendo l' angolo ABC uguale all' angolo ACB il lato AB è uguale al lato AC.

Quindi ne segue per conseguenza che nel triangolo isoscele ABC (fig. 5) gli angoli alla base ABC ed ACB sono uguali tra loro.

76 D. *Dalla qui sopra enunciata verità, e da quella esposta nel § 73, quali altre verità se ne deducono?*

R. Se ne deduce, che se da un punto A (fig. 25) situato fuori di una retta DE, si abbassa la perpendicolare AB su questa retta, e si tirano differenti rette oblique, come AE, AD, AC etc. a differenti punti della medesima retta 1. La perpendicolare AB sarà più corta d'ogni altra retta obliqua, perchè opposta sempre agli angoli ACB, AEB, ADB etc. minori sempre degli angoli retti ABC ABD. 2 Di due oblique AC ed AD, o pure AE ed AD, quella che si allontana più dalla perpendicolare, è la più lunga, cioè AE è maggiore di AC. 3. finalmente le ugualmente lontane dalla perpendicolare, come per esempio, le rette AC, AD sono uguali fra loro.

77 D. *In ogni triangolo, se si prolunga un lato qualunque, l'angolo esterno a chi sarà uguale?*

R. L'angolo esterno è sempre uguale alla somma de' due angoli interni ed opposti. Nel triangolo ABC (fig 26) prolungando un lato qualunque AB, l'angolo esterno CBD sarà uguale alla somma de' due interni ed opposti BAC + BCA. Ciò è assai chiaro giacchè essendo i due angoli CBD e CBA, uguale a due angoli retti, come lo è parimente la somma de' tre angoli del triangolo ABC, saranno per conseguenza i due angoli ABC e CBD uguali a tre angoli ABC, BCA, CAB, e tolto quindi l'angolo ABC che è comune, rimane l'angolo DBC uguale a' due BCA, CAB.

78 D. *A chi è uguale il quadrato fatto sull' ipotenusa di un triangolo rettangolo?*

R. È uguale alla somma dei quadrati fatti sopra gli altri due lati, ossia sopra i cateti. Sia ABC (fig. 8) un triangolo rettangolo in A, il quadrato costruito sul lato BC, è uguale alla somma dei quadrati costruiti sopra gli altri due lati AB ed AC. Quindi il quadrato costruito sopra uno di questi due cateti, è uguale al quadrato dell'ipotenusa, meno il quadrato dell'altro cateto.

79 D. *In un triangolo ABC* (fig. 27) *se l'angolo C è acuto, il quadrato del lato opposto all' angolo C, com' è rispetto alla somma de' quadrati de' due lati AC, CB che comprendono il detto angolo?*

R. È minore; e se si abbassi AD perpendicolare sopra BC, la differenza, sarà uguale al doppio del rettangolo BC × CD, in modo che si avrà $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2\,BC \times CD$ (1). Questa uguaglianza ha luogo tanto nel caso che la perpendicolare cade dentro del triangolo ABC (fig. a) come quando cade fuori (fig. b).

80 D. *In un triangolo ABC* (fig. 28), *se l'angolo C è ottuso, il quadrato del lato opposto a quest' angolo, com'è relativamente alla somma de' quadrati dei due lati AC, BC, che comprendono l'angolo ACB?*

R. È maggiore; e se si abbassi AD perpendicolare sopra BC, la differenza sarà uguale al doppio del rettangolo BC × CD; sicchè si avrà $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CB}^2 + 2\,BC \times CD$.

(1) $\overline{AB}^2, \overline{AC}^2$ etc. indica il quadrato che ha per lato AB, AC etc. Il prodotto poi della linea BC per CD, che si chiama ancora il rettangolo che si forma con esse rette, non è altro che il numero delle unità lineari contenuto in BC, moltiplicato pel numero delle unità lineari contenute in CD, come più chiaramente faremo vedere parlando della misura delle superficie.

81 D. *Se fra' lati d'un triangolo, si tira una retta parallela alla sua base, come resteranno divisi i lati del triangolo da questa parallela?*

R. Resteranno divisi proporzionalmente. Nel triangolo ABC (fig. 29) se si conduce la retta bc parallela alla base BC, i due lati AB, AC resteranno divisi proporzionalmente, si avrà cioè Ab : Bb = Ac : cC ; AB : Ab = AC : Ac ; ed AB : Bb = AC : Cc.

CAPITOLO V.

Dell' uguaglianza de' triangoli.

82 D. *Quando due triangoli si dicono perfettamente uguali, vale a dire che se s' immaginano soprapposti l' uno all' altro combaciano tra loro?*

R. 1. Quando hanno un' angolo uguale, compreso però tra due lati rispettivamente uguali. Nei triangoli ABC, DEF (fig. 29) se l'angolo BAC è uguale all'angolo EDF ed il lato AB = DE, il lato AC = DF; oppure l'angolo ABC uguale all' angolo DEF il lato AB = DE, ed il lato BC = EF; o finalmente se l'angolo BCA è uguale all'angolo EFD, il lato AC = DF il lato BC = EF i due triangoli saranno perfettamente uguali: 2. Quando hanno un lato uguale, il quale però è adiacente a due angoli rispettivamente uguali, i due triangoli sono perfettamente uguali. Vale a dire se il lato BC è uguale al lato EF, l' angolo ABC uguale all' angolo DEF, e l' angolo ACB uguale all' angolo DFE; ovvero se il lato AB è uguale al lato DE, l' angolo ABC uguale all' angolo DEF, e l'angolo BAC uguale all'angolo EDF oppure se il lato AC è uguale al lato DF, l' angolo BAC uguale all' angolo EDF l' angolo ACB uguale all' angolo EFD 3. Due triangoli che hanno i tre lati rispettivamente uguali, sono perfettamente uguali. Cioè se il lato AB è uguale al lato DE, BC = EF, ed AC = DF ; i due triangoli ABC, DEF sono uguali 4. Due triangoli rettangoli sono uguali, quando hanno l' ipotenusa ed uno de' cateti uguali rispettivamente. Vale a dire se l' ipotenusa BC del triangolo rettangolo ABC (fig. 30) è uguale all' ipotenusa EF dell' altro triangolo rettangolo DEF, ed il cateto AB = DE oppure l' altro AC = DF i due triangoli rettangoli sono uguali.

83 D. *Quando due triangoli sono equivalenti?*

R. 1. Quando poggiano sull' istessa base, ed i loro vertici trovansi allogati in una stessa retta parallela alla base comune. I due triangoli ABC, DBC (fig. 31) sono dunque equivalenti, perchè hanno l' istessa base BC, e perchè la retta AD che passa per i vertici, è parallela alla base BC. 2. Quando poggiano su

di uguali basi messe a dirittura, ed i loro vertici sono in una retta parallela alle loro basi. I due triangoli p. e. DBC, DEF (fig. 32) sono equivalenti, perchè hanno la base BC = DF entrambe queste basi formano una retta continuata BF, ed i vertici di essi triangoli sono nella retta AE parallela a BF.

CAPITOLO VI.

Delle rette parallele.

84 D. *Due linee rette perpendicolari ad una terza, come sono tra loro?*

R. Sono parallele tra loro. Le rette AC, BD (fig. 33) sono dunque parallele, perchè perpendicolari alla stessa retta GH.

85 D. *Se due linee rette fanno con una terza due angoli interni, la di cui somma è uguale a due angoli retti, sono esse parallele?*

R. Se due linee rette AC, BD (fig. 33) fanno con una terza EF due angoli interni CGF, DFG, oppure AGF, BFG, la di cui somma sia uguale a due angoli retti, le linee AC, BD saranno parallele (1).

86 D. *Se due rette parallele, sono incontrate da una terza, la somma de' due angoli interni a chi equivale?*

R. Equivale a due angoli retti. Le due linee rette parellele AC, BD (fig. 34) essendo incontrate da una terza EF, la somma de' due angoli interni CEF, DFE oppure AEF, BFE sarà uguale a due angoli retti.

87 D. *Se due rette parellele vengono incontrate da una terza retta, gli angoli esterni a chi saranno uguali?*

R. Saranno rispettivamente uguali agl' interni ed opposti. Le due parallele AC, BD (fig. 34) intersecate dalla retta EF, formano gli angoli esterni CEG, GEA, OFD, OFB che sono rispettivamente uguali agl' interni ed opposti EFD, EFB, FEC, FEA, vale a dire l' angolo CEG è uguale all' angolo GFD, GEA = GFB, OFD = OEG, OFB = OEA.

88 D. *Gli angoli alterni formati da due rette parallele che vengono incontrate da una terza, come sono fra loro?*

R. Sono uguali fra loro, cioè l' angolo EFD, è uguale all' angolo AEF (fig. 34) e l' angolo BFE è uguale all' angolo CEF.

89 D. *Due rette che incontrate da una terza, hanno l' angolo esterno uguale all' interno ed opposto, oppure gli angoli alterni uguali, come sono fra loro?*

---

(1) Ne segue da ciò che il quadrato ed il rettangolo hanno i lati opposti paralleli, e quindi entrano nella classe de' parallelogrammi.

R. Sono parallele. Così (fig. 34) le due rette AC, BD essendo incontrate dalla retta GO, se avviene che l'angolo esterno GEC è uguale al suo interno ed opposto GFD, o pure gli angoli alterni AEF ed EFD sono uguali tra loro, la retta AC è parallela alla retta BD.

90. D. *Due linee rette AC, BD* (fig. 35) *parallele ed una terza GH, come sono fra loro?*

R. Sono parallele tra loro.

91 D. *Se due rette sono parallele, e da due punti ad arbitrio presi in una di esse, s'innalzano due perpendicolari che incontrano l' altra, come saranno tra loro queste perpendicolari?*

R. Uguali fra loro; donde si desume che le rette parallele sono da per tutto egualmente distanti. Così se le due rette BD, AC (fig. 33) sono parallele, ed alla AC si sono alzate le due perpendicolari gh, GH queste saranno nel medesimo tempo eguali fra di loro, e perpendicolari alla retta BD.

CAPITOLO VII.

Di talune proprietà de' quadrilateri e de' poligoni in generale e dell' uguaglianza de' quadrilateri e de' poligoni regolari.

92 D. *I lati e gli angoli opposti d' un parallelogrammo, come sono fra loro?*

R. Sono uguali fra loro. Nel parallelogrammo ABCD, (fig. 11) il lato AB è uguale al lato CD, ed il lato AD è uguale al lato CB; l' angolo ADC è uguale all' angolo ABC, e l' angolo DCB è uguale all' angolo DAB.

93 D. *Se in un quadrilatero, i lati opposti sono uguali, come saranno tra di loro?*

R. Se i lati opposti d' un quadilatero sono uguali, saranno ancora paralleli, e la figura sarà un parallelogrammo. Se nel quadrilatero, ABCD (fig. 11.), si ha AB = DC, AD = CB, sarà benanche AB parallela a CD, AD parallela a CB, e la figura ABCD sarà un parallelogrammo.

94 D. *Se in un quadrilatero, due de' suoi lati opposti sono uguali e paralleli, come saranno gli altri due?*

R. Saranno anco eguali e paralleli. Così se nel quadrilatero ABCD (fig, 11) se il lato AB è uguale e parallelo al lato CD, anco il lato BC sarà uguale e parallelo ad AD, e la figura ABCD sarà un parallelogrammo.

95 D. *A chi è uguale la somma di tutti gli angoli interni d'un poligono qualunque?*

R. È uguale a tanti angoli retti, quanto è il doppio numero

de'suoi lati, meno quattro. Nel triangolo adunque, la somma de' suoi tre angoli, sarà uguale a $2 \times 3 - 4 = 2$ angoli retti (§. 73), nel quadrilatero la somma degli angoli, sarà uguale a $2 \times 4 - 4 = 8 - 4 = 4$ angoli retti; la somma degli angoli di un pentagono sarà uguale a $2 \times 5 - 4 = 6$ angoli retti, sicchè quando il pentagono è equiangolo, ciascuno de'suoi angoli, sarà uguale al quinto di sei angoli retti, ovvero a $\frac{6}{5}$ di un angolo retto. La somma degli angoli di un esagono sarà uguale a $2 \times 6 - 4 = 12 - 4 = 8$ angoli retti, e perciò nell' esagono equiangolo, ogni angolo è il sesto di 8 angoli retti, ovvero $\frac{4}{3}$ di un angolo retto: e così via discorrendo.

96 D. *Come resta diviso il parallelogrammo da ciascuna delle sue diagonali, e come restano queste intersecate fra loro?*

R. Le diagonali dividono il parallelogrammo in due triangoli uguali. Così nel parallelogrammo ABCD (fig. 11) la diagonale AC lo divide ne' due triangoli ABC ed ADC uguali fra di loro, e la diagonale DB lo divide ne' due triangoli eguali ADB, DBC. Inoltre esse diagonali si secano in parti uguali, talchè DO è uguale ad OB, ed AO = OC. Che se la figura ABCD è un quadrato, in tal caso le diagonali lo dividono in quattro triangoli uguali tra loro, ed esse s' intersecano in guisa che (fig. 9) DO = OB = OA = OC.

97 D. *Quando due parallelogrammi sono equivalenti?*

R. 1. Allorchè sono costituiti sopra l' istessa base e fra le medesime parallele. Tali sono i due parallelogrammi ABCD e ABEF (fig. 36.) 2. Quando sono costituiti su di uguali basi, e fra le medesime parallele. Così i due parallelogrammi ABCD, EFGH, le di cui basi AB, GH sono fra loro uguali, e la retta AH è parallela a CF (fig. 37.) sono equivalenti tra loro.

98 D. *Quando due parallelogrammi sono perfettamente uguali?*

R. Quando hanno i lati rispettivamente uguali. Così se i due parallelogrammi ABCD, EFGH (fig. 37) hanno il lato AB uguale al lato GH, il lato AC = EG, e per conseguenza DC = EF, DB = FH, saranno perfettamente uguali.

99 D. *Quando due quadrati sono uguali tra loro?*

R. Quando sono costruiti sopra lati uguali.

100 D. *In generale due pentagoni regolari, due esagoni regolari ec. quando sono uguali tra loro?*

R. Quando sono costruiti sopra lati uguali.

Di alcune proprietà de' cerchi, delle corde, degli angoli al centro e di quelli iscritti ne' cerchi, delle tangenti, de' settori ec.

101 D. *Come resta diviso il cerchio e la circonferenza, da un diametro qualunque?*

R. Ogni diametro divide il cerchio e la sua circonferenza, in due parti uguali. Così il diametro A B divide il cerchio AFBE (fig. 14) nelle due parti A F B ed AEB uguali fra loro; come del pari la circonferenza A F B è uguale alla ciconferenza A E B.

102 D. *Nel cerchio com' è la corda rispetto al diametro?*

R. Ogni corda è minore del diametro, donde se ne deduce che la più grande linea retta, che si possa adattare in un cerchio, è uguale al suo diametro.

103 D. *In un medesimo cerchio, o in cerchi uguali, le corde che sottendono gli archi uguali, come sono fra loro; e viceversa come sono gli archi sottesi dalle corde uguali?*

R. Le corde che sottendono archi uguali, in un medesimo cerchio, o in cerchi uguali, sono uguali fra loro; e viceversa le corde uguali sottendono archi uguali nell' istesso cerchio, o in cerchi uguali. Sia il cerchio AHBK uguale al cerchio EGFN (fig. 38), o che vale lo stesso il raggio AC sia uguale al raggio EO. Se l' arco A M D è uguale all' arco ENG, la corda A D sarà uguale alla corda EG. Reciprocamente, supponendo sempre il raggio AC uguale al raggio EO, se la corda A D è uguale all' altra E G, l' arco AMD sarà uguale all' arco ENG. E nel cerchio AHBK essendo la corda AD uguale alla corda AK sarà l' arco AD uguale all' arco AK, e viceversa.

104 D. *Nel medesimo cerchio, o in cerchi uguali, le corde che sottendono gli archi disuguali, e gli archi sottesi da corde disuguali, come sono fra loro?*

R. Nel medesimo cerchio, o in cerchi uguali, un' arco maggiore, è sotteso da una corda maggiore; e reciprocamente purchè gli archi di cui si tratta, siano minori della semicirconferenza. Vale a dire essendo l' arco AMH maggiore dell' arco AMD (fig. 38), la corda AH sarà maggiore della corda AD. E se la corda AH vien supposta maggiore della corda AD, sarà l' arco AMH maggiore dell' arco AMD. Parimenti essendo l' arco AMH maggiore dell' arco ENG, sarà la corda AH maggiore della corda EG, e viceversa essendo la corda AH maggiore della corda EG, l' arco AMH è maggiore dell' arco ENG.

Gli archi di cui si parla, si sono supposti esser minori della mezza circonferenza, ma se dessi fossero maggiori, avrebbe

luogo la proprietà contraria ; cioè l'arco aumentandosi la corda diminuirebbe, e viceversa : così essendo nel cerchio AKBH l'arco AKBD maggiore dell'arco AKBH, la corda AD del primo, è minore della corda AH del secondo (fig. 38.)

105 D. *Il raggio CG perpendicolare ad una corda AB (fig 39), come divide l'arco AGB e la detta corda, e quali conseguenze se ne possono dedurre?*

R. La corda AB e l'arco AGB, restano divisi per metà dal raggio perpendicolare CG. Il centro C, il punto medio D della corda AB, ed il punto medio G dell'arco sotteso da questa corda, poichè sono tre punti situati su di una medesima retta perpendicolare alla corda, ne segue, che la perpendicolare innalzata dal punto medio di una corda, passa per lo centro, e pel punto medio dell'arco sotteso dalla medesima corda.

106 D. *Qual'è la maggiore e la minore di tutte le corde?*

R. Di tutte le corde tirate in un cerchio, la maggiore è quella che più si avvicina al centro, e la minore è quella che più se ne discosta, ed inoltre le ugualmente lontane dal centro sono uguali fra di loro. Sia la corda AB (fig. 40) eguale alla corda DE, esse saranno ugualmente lontane dal centro, vale a dire, le perpendicolari CG, CF che dal centro si abbassano su di esse, sono fra loro uguali. Sia inoltre la corda MH maggiore della corda DE, sarà questa più lontana dal centro, di quello che lo è la MA, cioè la perpendicolare CT abbassata dal centro su di MH, è minore della perpendicolare CF condotta dal centro sulla DE.

107 D. *Come sono fra loro le rette che si tirano ad un cerchio da punto preso fuori di esso?*

R. Di tutte le rette tirate ad un cerchio da un punto fuori di esso, la maggiore è quella che passa pel centro, e le altre diminuiscono a misura che si allontanano da questa retta. Così (fig. 42) al cerchio AEBD essendo tirate dal punto F le rette FB, FG, FH, FM, sarà FB la maggiore, perchè passa pel centro C, FG maggiore di FH, ed FH maggiore di FM.

Sono poi uguali tra loro quelle rette, che sono ugualmente distante dalla retta che passa pel centro. Così (fig. 42) la retta FK è uguale alla retta FG, perchè amendue sono ugualmente distante dalla retta FB, o che val lo stesso perchè le perpendicolari CP e CQ abbassate dal centro C su queste rette sono uguali, e parimente FL è uguale ad FH. Finalmente le due rette FO ed FN, le quali toccano il cerchio ne' punti O ed N, ossia le sono tangenti, e passano pel punto F, sono uguali tra loro, e minori di qualunque altra retta la quale interseca il cerchio, e passa pel punto dato.

108 D. *Come sono fra loro gli archi intercetti da due corde parallele?*

R. Sono uguali fra loro. Così le due parallele (fig. 40) AB, D'E' intercettano sulla circonferenza ABHED gli archi uguali AD', E'B.

109 D. *La perpendicolare inalzata all'estremità di un raggio qualunque, cosa è al cerchio?*

R. È tangente al cerchio. Tal'è la perpendicolare BL inalzata dall'estremo A del raggio AC (fig. 17).

110 D. *Da uno stesso punto della periferia, quante tangenti si possono condurre al cerchio?*

R. Una sola. Così (fig. 17) dal punto A si può tirare al cerchio AQL solo la tangente AD, e dal punto Q solo la tangente QR.

111. D. *Da un punto fuori la periferia di un cerchio, quante tangenti si possono condurre al cerchio?*

R. Due sole tangenti. Così (fig. 42) dal punto F si possono condurre al cerchio AEBD solo le tangenti FO ed FN.

112 D. *Nel medesimo cerchio, o in cerchi uguali, gli angoli intercetti dagli archi uguali al centro, e gli angoli al centro che intercettano sulla circonferenza archi uguali, come sono fra loro?*

R. Sono uguali fra loro, cioè essendo uguali gli angoli al centro ACB, ACD (fig. 41) intercetteranno sulla circonferenza gli archi uguali AB, DA. Reciprocamente, se gli archi AD ed AB sono uguali, gli angoli, ACB, ACD saranno parimente uguali. Così pure ne' due cerchi uguali ABMD e PQN, gli angoli al centro ACB e PCQ essendo uguali tra loro, l'arco AB sarà uguale all'arco PQ, e viceversa se l'arco AB è uguale all'arco PQ, l'angolo al centro ACB è uguale all'altro PCQ, che è puranche al centro.

113 D. *Se nel medesimo cerchio, o in cerchi uguali, due angoli al centro, stanno fra loro, come due numeri interi, come staranno fra loro gli archi da essi intercetti?*

R. Staranno fra loro come i medesimi numeri interi, e si avrà questa proporzione angolo ACB: angolo LCA = arco AB: arco LA (fig. 41); vale a dire supponendo che gli angoli ACB, LCA stieno fra loro come 8, 4, ovvero, il che torna lo stesso supponiamo che l'angolo M, che servirà di misura comune, sia contenuto otto volte nell'angolo ACB, e quattro nell'angolo LCA, l'arco AB starà all'arco LA come 8, 4 ossia l'arco AB sarà doppio dell'arco LA. Parimente se l'angolo ACB sta all'angolo PCE' come 8 sta a 4, l'arco AB starà pure all'arco PE' come 8 a 4, ossia l'arco AB sarà doppio dell'arco PE'.

114 D. *Essendo due angoli al centro dell' istesso cerchio, o di cerchi uguali, in un rapporto qualunque, come staranno fra loro gli archi intercetti da essi angoli, e quali conseguenze se ne possono derivare?*

R. Qualunque sia il rapporto de' due angoli LCB, PCE' (fig. 41) questi staranno sempre fra loro come gli archi LB, E'P intercetti fra i loro lati, e descritti dai loro vertici come centri e con raggi uguali. E poichè, l' angolo al centro del cerchio e l'arco intercetto fra i suoi lati, hanno un tal legame, che quando l'uno aumenta, o diminuisce, in un rapporto qualunque, l'altro aumenta, o diminuisce nel rapporto medesimo, si può dunque stabilire una di queste grandezze per misura dell' altra: laonde si può prendere l' arco LB per la misura dell' angolo LCB, e l' arco PE' per quello dell' angolo PCE'. Bisogna solamente fare attenzione quando si paragonano gli angoli fra loro, che gli archi, i quali servono loro di misura, siano descritti con raggi uguali. Or se nel cerchio ABED (fig. 42) si considerano due diametri AB, ED perpendicolari fra loro, la circonferenza resterà divisa in quattro parti uguali, poichè i quattro angoli ACE, ECB, BCD, DCA sono retti e perciò uguali (§. 67) e gli archi AE, EB, BD, AD che misurano essi angoli, come ora si è detto, e che hanno i loro vertici al centro saranno pure uguali fra loro (§. 112). Essendo quindi la circonferenza di 360 gradi, ciascuno di questi quattro archi, sarà uguale a $\frac{360}{4} = 90^{\circ}$, e perciò l' angolo retto ch' è misurato da uno di questi archi, sarà di 90°.

115 D. *Come stanno fra loro due settori presi nel medesimo cerchio, o in cerchi uguali?*

R. Stanno fra loro come gli archi di questi stessi settori. I due settori CAB, CFB perchè nel medesimo cerchio (fig. 41 (a)) stanno fra loro come gli archi AB ed FB. E similmente i due settori CAB e PE'C, ne' due cerchi uguali ABDE ed NPQ stanno fra loro, come l' arco AB all' arco PE'.

116 D. *L'angolo iscritto in un cerchio da chi vien misurato?*

R. L' angolo iscritto BAC (fig. 16), ha per misura la metà dell' arco BC compreso fra i suoi lati. Cosicchè se l' arco BC è la sesta parte della circonferenza BACM, sarà l' angolo BAC uguale alla metà di $\frac{360^{\circ}}{6}$ uguale cioè a 30°.

117 D. *L' angolo nel semicerchio a chi è uguale?*

R. È uguale ad un angolo retto. Imperocchè l' angolo ADB

(fig. 14) iscritto nel semicerchio, avendo per misura la metà della mezza circonferenza AHP (§. 110) ossia 90°, sarà un angolo retto.

118 D. *L' angolo formato da una tangente e da una corda da chi vien misurato?*

R. Dalla metà dell'arco compreso fra suoi lati. L'angolo KAD (fig. 17) formato dalla tangente DB è dalla corda AK, e misurato dalla metà dell' arco AK compreso fra'suoi lati AD, AK.

119 D. *Come sta la circonferenza del cerchio al suo diametro?*

R. La circonferenza del cerchio sta al suo diametro, approssimativamente come 22 a 7. La circonferenza del cerchio si suole indicare col simbolo Π (1). Chiamando, dunque d il diametro di un cerchio, si avrà $\Pi : d = 22 : 7$, e perciò $\Pi = \frac{22d}{7}$ Se $d = 1$, si avrà $\Pi = \frac{22}{7} = 3\frac{1}{7} = 3,14159$ etc. dandogli un'approssimazione in decimale. Per facilità ne' calcoli, si considera $\Pi = \frac{22}{7}$ o pure 3, 141.

CAPITOLO IX.

Problemi relativi alle esposte verità geometriche.

Problema I. Dividere la retta data AB (fig. 43) in due parti uguali.

Da' punti A e B come centri, e con un raggio approssimativamente maggiore della metà di AB, si descrivono due archi, che si tagliono nel punto D, il quale sarà ugnalmente lontano da' punti A e B Se si descrive nella stessa maniera, al di sotto della retta data, altri due archi che si tagliono tra loro, si otterrà un secondo punto E ugualmente lontano da'punti A e B; pei due punti D, E si tira la linea DE, questa taglierà la linea AB in due parti uguali nel punto C.

Problema II. Da un punto A (fig. 44) dato sulla retta CB alzare una perpendicolare a questa linea.

Si prendono i punti C e B ugualmente distanti dal punto dato A, dai punti C e B come centri, e con un raggio maggiore di BA, si descrivono due archi, che si tagliono in D; si unisca la retta DA, questa sarà la perpendicolare richiesta.

(1) È questa una parola greca la quale si pronunzia *pi.*

(Fig. 45.) Se però si dovesse elevare una perpendicolare dall'estremo della linea BC, allora si prolungherà questa linea in E e si alzerà, seguendo la costruzione ora esposta, la perpendicolare alla linea BE, dal punto C. Ma se la linea BA non si può prolungare, perchè termina all'orlo del foglio dove praticasi la costruzione, converrà prendere ad arbitrio (fig. 46) al di sopra della indicata linea AB, e fra i punti A B un punto E, dal quale come centro, e con la distanza EA come raggio, si descriva un cerchio ACF, il quale segherà la linea AB nel punto D, si congiungano i punti D e E con la linea DE, che prolungata va ad intersecare il medesimo cerchio ACF nel punto F, si congiunga la retta FA, questa sarà la domandata perpendicolare.

Problema III Da un punto A dato fuori della retta BD, abbassare una perpendicolare sopra questa retta (fig 47).

Dal punto A, come centro, e con un raggio sufficientemente grande, si descrive un' arco, che taglia la linea BD nei due punti B e D, si segna in seguito un punto E ugualmente distante dai punti B, e D, o che val l' istesso si divide BD per metà in E, e congiunta AE sarà essa la perpendicolare cercata.

Problema IV. Al punto A della linea AB (fig. 48) fare un angolo uguale all' angolo dato DKL.

Dal vertice K dell'angolo dato, come centro, e con un raggio ad arbitrio si descrive l'arco DL che termina ai due lati dell'angolo, dal punto A come centro, e con un raggio AB uguale a KD si descrivà l' arco indefinito BO; si prenda poi un raggio uguale alla corda LD; dal punto B, come centro, e con questo raggio si descriva un' arco, che taglia in O l' arco BO; si tira AO; l' angolo BAO sarà uguale all' angolo dato DKL.

Problema V. Dividere un' angolo, o un' arco dato, in due parti uguali.

1. Se bisogna dividere l' arco AB (fig. 49) in due parti uguali, dai punti A e B come centri, e con uno stesso raggio si descrivono due archi, che si tagliano ne' punti M ed N, congiunta MN questa retta dividerà l' arco AB per metà nel punto E.

2. Se poi bisogna dividere in due parti uguali l' angolo ACB (fig 49) si comincia dal descrivere, col vertice C come centro, e con un raggio qualunque l'arco AB, di poi diviso quest'arco per metà nel punto E la retta CE, la quale unisce il vertice col punto medio dell' arco, dividerà parimente l' angolo ACB in due parti uguali.

Potendosi coll' istessa costruzione suddividere ciascuno degli angoli o degli archi per metà, si divide in tal guisa l' angolo o l' arco in quattro in otto ec. parti uguali.

Problema VI. Per un punto dato E (fig. 50) condurre una parallela alla linea retta data AB.

Dal punto A, come centro, e col raggio AE si descriva l'arco indefinito EO; dal punto E, come centro e col medesimo raggio descrivete l'arco AF; si prenda EA = OF, ossia si faccia centro O ed intervallo un raggio uguale ad AE, si descrive un arco di cerchio il quale taglierà l'arco AF nel punto F, si unisca EF, questa sarà la parallela richiesta.

Problema VII. Sopra una data retta costituire un triangolo equilatero.

Sia (fig. 5) BC la retta data, si faccia centro B intervallo BC si descrive un arco di cerchio, similmente centro C intervallo BC un'altro arco di cerchio, il quale incontra il primo arco nel punto A; unite la retta AB, AC; sarà ABC il triangolo il quale è costruito sulla retta data, ed è equilatero, giacchè i suoi tre lati sono uguali.

Problema VIII. Sopra una data retta costruire un triangolo isoscele.

Sia (fig. 6) BC la retta data, fatto centro B ed un intervallo qualunque, si descrive un arco di cerchio, centro C l'istesso intervallo, si descrive un'altro arco, il quale incontra il primo nel punto A, unite le rette BA AC, sarà ABC il triangolo il quale è costruito sulla retta data, ed è isoscele perchè AB = AC.

Problema IX. Sopra una data retta costruire un triangolo scaleno.

Sia BC la retta data, si faccia centro B ed intervallo una retta disuguale a BC, si descrive un arco di cerchio, centro C ed intervallo una retta differente da BC, e da quella che si è preso per il primo raggio, si descrive un altro arco il quale incontra l'altro nel punto B; unite le rette AC, BC; sarà BAC il triangolo il quale è costruito sulla retta BC, ed è scaleno giacchè i suoi tre lati sono disuguali.

Problema X. Essendo dati due angoli di un triangolo A, e B, trovare il terzo (fig. 51).

Si tira la linea indefinita DEF; si costruisce al punto E della retta DE l'angolo DEN = all'angolo dato A, ed al punto E della retta EN l'angolo NEM uguale all'altro angolo dato B l'angolo restante MEF sarà il terzo angolo richiesto.

Problema XI. Essendo dati due lati A, e B (fig. 52) d'un triangolo e l'angolo C ch'essi comprendono, costruire il triangolo.

Dopo di aver tirata la linea indefinita DE, si faccia al punto D l'angolo EDF uguale all'angolo dato C; si prenda quindi DE = A, DH = B, e tirate EH; sarà DEH il triangolo cercato,

Problema XII. Essendo dato il lato A, ed i due angoli B e C d'un triangolo, costruire il triangolo (fig. 53).

I due angoli dati B e C possono essere o tutti dne adiacenti al lato dato A, o uno adiacente e l'altro opposto. In quest'ultimo caso, si cerca primo il terzo angolo (problema X) ed allora avendo i due angoli adiacenti, si tira la retta DE uguale al lato dato A (fig.54), e fatto al punto D l'angolo EDF uguale ad uno degli angoli adiacenti B, ed al punto E l'angolo DEG egnale all' altro che si è ritrovato, le due linee DF, FG poichè si tagliano in H, sarà DEH il triangolo richiesto.

Problema XIII. Essendo dati i tre lati A, B, C (fig.54) d'un triangolo costruire il triangolo.

Si tira la retta DE ugnale alla retta A; col punto E come centro, c con un raggio uguale al secondo lato B, si descriva un'arco qnalunque, dal punto D come centro, e con un raggio eguale al terzo lato C, si descriva un'altro arco, il quale taglierà il primo arco nel punto F; si tirano le rette DF, FE; sarà DEF il triangolo cercato.

Se uno de' lati fosse maggiore della somma degli altri due, gli archi non si taglieranno; e la soluzione del problema sarà impossibile, perchè il triangolo non può costruirsi sempre quando la somma de' due lati presi comunque non è maggiore del terzo.

Problema XIV. Essendo dati due lati A, e B (fig.55) d'un triangolo, e l'angolo C opposto al lato B, costruire il triangolo.

Vi sono due casi: 1. Se l'angolo dato C è retto o ottuso, allora si tira la retta DF, e si faccia al punto D l'angolo EDF uguale all'angolo dato C; si prenda DE = A, dal punto E, come centro, e con un raggio uguale all' altro lato dato B si descriva un'arco, che taglia in F la linea retta DF; si congiunga la retta EF; sarà DEF il triangolo richiesto. Bisogna in questo 1. caso che il lato dato B sia maggiore di A; poichè l'angolo C essendo retto, o ottuso, è il maggiore degli angoli del triangolo: dunque il lato opposto dev' essere parimente il maggiore.

2. Se l'angolo C (fig. 55) è acnto, ed i lato B è maggiore di A, ha sempre luogo la medesima costruzione, e DEF è il triangolo cercato. Ma se l'angolo C (fig.56) essendo acuto, il lato B fosse minore del lato A, allora l'arco descritto dal centro E col raggio EF = B, taglierà il lato DF, in due punti F e G, situati dalla medesima parte per rapporto al punto D; dunque vi saranno dne triangoli cioè DEF, DEG, che sodisferanno ugualmente al problema.

Il problema sarebbe impossibile, in tutti i casi, se il lato B fosse minore della perpendicolore abbassata dal punto E sulla retta DF.

Problema XV. Costruire sopra una data retta un quadrato. Sia (fig. 9) AB la retta data, si eleva dal punto A la perpendicolare AD, e si taglia AD uguale ad AB, si eleva da B la perpendicolare BC, e si taglia BC uguale ad AB, si uniscono i punti D e C, sarà ABCD il quadrato costruito sulla retta AB.

Problema XVI. Costruire sopra una data retta un rettangolo. Sia (fig. 10) AB la retta data, si eleva dal punto A la perpendicolare AD, e si taglia AD maggiore o minore di AB, si elevano da' punti D e B le perpendicolari DC, BC, alle rette AD ed AB; sarà ABCD il rettangolo costruito sul lato AB.

Problema XVII. Essendo dati i lati adiacenti A e B d'un parallelogrammo, e l'angolo C da essi compreso, costruire il parallelogrammo.

Si tira la linea retta DE=A (fig. 57) e fatto al punto D della retta DE l'angolo FDE= all'angolo dato C, si prenda DF=B; e descritti due cerchi, uno dal punto F, come centro e con un raggio FG=DE, l'altro dal punto E, come centro, e con un raggio EG=DF, al punto G, ove questi due archi si tagliono, tirate le rette FG, EG; sarà DEFG il parallelogrammo richiesto.

Se l'angolo dato è retto, la figura sarà un rettangolo; e se l'angolo è retto ed i lati sono uguali, sarà un quadrato.

Problema XVIII. Costruire su di una retta data, un poligono regolare.

Sia AB (fig. 58) la retta data, o che vale lo stesso il lato del poligono sul quale bisogna effettuire la costruzione. Supponiamo che vogliasi costruire un esagono. Poichè si è detto (§. 95) che ogni angolo dell'esagono è uguale a $\frac{4}{3}$ d'un angolo retto ovvero a 120 gradi, così a' punti A, e B della retta AB, si formano colle rette AC, BD, gli angoli BAC, ABD uguali ciascuno all'angolo dell'esagono (1). Si taglia AC=BD=AB, e da' punti C, D delle rette AC, BD, si facciano gli angoli ECA FDB, ciascuno uguale all'angolo dell'esagono, e si tagliono CE e DF uguale ad AB, si congiunga EF; sarà ABCDEF l'esagono regolare costruito sul lato AB. Se il poligono da costruirsi

---

(1) In altro capitolo mostreremo il metodo di formare un'angolo, di un dato numero di gradi, all'estremo di una retta data.

è un pentagono, la costruzione sarà la stessa; solo gli angoli che si costruiscono a' punti A e B della AB, e quelli successivamente a' punti C, D ec. dovranno essere uguali ciascuno all' angolo del pentagono, cioe a $\frac{6}{5}$ di un'angolo retto. L'istesso si praticherà per tutti gli altri poligoni regolari.

Problema XIX Trovare il centro di un cerchio, o d'un'arco dato.

Si prendano a piacere nella circonferenza, o nell'arco dato, tre punti A, B, C (fig. 59), si tirano, le rette AB, e BC, si dividono queste rette in due parti uguali ne' punti D ed F, si alzano da questi punti le perpendicolari DE, FG alle due rette AB, BC; il punto O, ove queste perpendicolari s' incontrano, sarà il centro del cerchio ABCP, o del arco dato ABC.

Problema XX. Per un punto dato nella circonferenza di un cerchio, condurre una tangente al cerchio dato.

Sia il punto dato A'(fig. 59) sulla circonferenza del cerchio A'mpn. Si ritrova il centro C del cerchio dato, si tira il raggio C'A', e dal punto dato A' innalzato a questo raggio la perpendicolare A'D, essa sarà la tangente richiesta.

Problema XXI. Da un punto dato fuori la circonferenza di un cerchio, tirare una tangente al cerchio.

Sia A'' il punto dato fuori del cerchio A'mpn (fig. 59.) Si ritrova il centro C' del cerchio dato, si unisca la retta C'A'' e si divide per metà nel punto O; dal punto O come centro, e col raggio OC' si descriva un cerchio il quale taglierà la circonferenza data nel punto n, si tira A''n, e sarà questa la tangente cercata. Essendo il punto A'' fuori del cerchio, vi sono sempre due tangenti uguali A''n, A'' m che passano pel punto A'', perchè il cerchio A''nC'm incontra il cerchio A'mpn in due punti; n, ed m.

Problema XXII. Adattare nel cerchio ABCD una retta uguale alla retta data E (fig. 60).

Si prende un punto qualunque A sulla circonferenza del cerchio ABCD, fatto centro A ed intervallo una retta uguale alla retta data E, si descrive un' arco di cerchio, il quale interseca il cerchio dato nel punto F, si unisca AF sarà questa la retta che si cerca.

Problema XXIII. Iscrivere un cerchio nel triangolo dato ABC.

Si dividono gli angoli (fig. 61) CAB e CBA per metà mediante le rette AO, e BO, le quali s' incontrano in O, da questo punto si abbassano le perpendicolari OD, OE, OF su

i tre lati del triangolo. Se dal punto O come centro e col raggio OD, oppure OE, od OF si descriva il cerchio EDF, questo sarà iscritto nel triangolo A B C.

Problema XXIV. Circoscrivere un cerchio al triangolo ABC, o che val l' istesso far passare una circonferenza per i tre punti A, B, C (fig. 61.)

Si dividono per metà due angoli qualunque del triangolo ABC, per esempio gli angoli ABC e CAB, mediante le rette AO e BO, e descritto centro O intervallo una di queste rette, il cerchio ACB sarà circoscritto al triangolo dato, ossia passerà per i punti A, B, C.

Problema XXV. Iscrivere al cerchio ABDC un triangolo equilatero (fig. 62.)

Si trova il centro E del cerchio ABDC, si tira un diametro qualunque AD, e poi centro D intervallo DE ossia il raggio, si descrive un cerchio il quale intersega il cerchio dato ne' punti B,C, si uniscano le AB,BC,CA; sarà ABC il triangolo equilatero iscritto nel cerchio ABDC.

Problema XXVI. Circoscrivere al cerchio ABDC un triangolo equilatero (fig. 62.)

Si trova il centro E del cerchio ABDC, si tira un diametro qualunque AD, e poi centro D intervallo DE, ossia il raggio si descrive un cerchio, il quale intersega il cerchio dato nei punti B, C, si tirano da' punti A, B, C le tangenti al cerchio AM, BN, CP sarà MNP il triangolo equilatero circoscritto al cerchio ABDC.

Problema XXVII. Iscrivere un cerchio nel quadrato ABCD (fig. 63.)

Si dividono i due lati AB ed AC per metà ne' punti E ed F, si elevano le perpendicolari EG ed FH, fatto centro O incontro di queste rette, ed intervallo OF o pure OE, OG, OH, il cerchio EFGH sarà iscritto nel quadrato ABCD.

Problema XXVIII Circoscrivere un cerchio al quadrato ABCD (fig. 63.)

Si tirano le due diagonali AD, e BC, e fatto centro O incontro di queste rette, ed intervallo AO, o pure OC, OD, OB, il cerchio ABCD sarà circoscritto al quadrato dato.

Problema XXIX. Iscrivere un quadrato nel cerchio ABCD (fig. 64.)

Si tirano al cerchio i due diametri AB e CD l' uno perpendicolare all' altro, si uniscono i punti A, C, B, D mediante le rette AC, CB, BD, DA; sarà ABCD il quadrato iscritto nel cerchio dato.

Problema XXX. Circoscrivere un quadrato al cerchio ABCD (fig. 64.)

Si tirano al cerchio i due diametri AB e CD l'uno perpendicolare all' altro, e tirate da' punti A, B, C, D le perpendicolari FE, GH, EG, FH a questi diametri, ossia le tangenti al cerchio, sarà EFGH il quadrato circoscritto al cerchio dato.

Problema XXXI. Iscrivere un cerchio nel petagono regolare ABCDE (fig. 65.)

Si dividono gli angoli ABD e BAC per metà mediante le rette AO, BO, dal punto O incontro di queste rette, abbassate le perpendicolari OF, OH, OI, OL, OK su' lati del pentagono, poichè esse son tutte nguali; così fatto centro O ed intervallo una di queste rette, il cerchio FGKLH sarà iscritto nel pentagono regolare dato.

Problema XXXII. Circoscrivere un cerchio al pentagono regolare ABCDE (fig. 65.)

Si dividono gli angoli ABD, e BAC per metà mediante le rette AO, BO, se fatto centro O ed intervallo OA si descrive il cerchio ABCDE; sarà questo cerchio circoscritto al pentagono dato, ossia passerà per i punti A, B, C, D, E.

Problema XXXIII. Iscrivere nel cerchio ABCDE un pentagono regolare (fig. 66.)

Si trova il centro O del cerchio dato ABCDE, si tira il raggio AO, dal punto O si eleva la perpendicolare OM ad AO, e si taglia OM nguale alla metà di AO, si congiunga AM, e si taglia MN nguale ad MO, sarà AN il lato del pentagono iscritto; sicchè fatto centro A intervallo AN, si descrive un' arco il quale incontra la circonferenza nel punto B, fatto centro B e l' istesso intervallo si ha il secondo punto C, e così seguitando si hanno gli altri punti D, E; ed allora uniti questi punti colle rette AB, BC, CD, DE, EA; sarà ABCDE il pentagono regolare iscritto nel dato cerchio.

Problema XXXIV. Circoscrivere al cerchio ABCDE un pentagono regolare (fig. 66.)

S' iscriva nel cerchio dato il pentagono regolare ABCDE, e poscia da' punti A, B, C, D, E tirate al cerchio le tangenti AF, BG, CH, DL, EI sarà FGHLI il pentagono regolare circoscritto al cerchio dato.

Problema XXXV. Iscrivere un cerchio nell' esagono regolare ABCDEF (fig. 67.)

Si dividono gli angoli ABD, BAC per metà mediante le rette AO, BO, dal punto O incontro di queste rette si abbassa la perpendicolare OM, ON, OP ec. sopra un lato qualunque dell' esagono, centro O ed intervallo una di queste perpendicolari descritto il cerchio MNPQR, sarà questo iscritto nell' esagono regolare dato.

Problema XXXVI. Circoscrivere un cerchio all' esagono regolare ABCDEF (fig. 67.)

Si dividono gli angoli ABD e BAC per metà mediante le rette AO, BO, se centro O ed intervallo OA si descrive il cerchio ABCDEF, questo cerchio sarà circoscritto all' esagono regolare dato, ossia passerà per i punti A, B, C, D, E, F.

Problema XXXVII. Iscrivere nel cerchio ABCDEF un esagono regolare (fig. 68.)

Si trovi il centro O del cerchio ABCDEF, e tirato il raggio AO si vada questo raggio adattando sulla circonferenza; cioè si faccia centro A intervallo AO si descrive un' arco il quale incontra la circonferenza del cerchio dato nel punto B, centro B intervallo il raggio si ha l' incontro C, e così per gli altri punti D, E, F; congiunti questi punti mediante le rette AB, BC, CD, DE, EF, FA; sarà ABCDEF l' esagono regolare iscritto nel cerchio dato.

Problema XXXVIII. Circoscrivere nel cerchio ABCDEF un esagono regolare (fig 68.)

S' iscriva nel cerchio dato l' esagono regolare ABCDEF, e poscia da' punti A, B, C, D, E, F tirate al cerchio le tangenti AG, BH, CK, DL, EM, FN, sarà GHKLMN l' esagono regolare circoscritto al cerchio dato.

Problema XXXIX. Iscrivere un cerchio in un poligono regolare qualunque.

Si dividono per metà due angoli del poligono, mediante due rette, e fatto centro il punto d' incontro di queste rette, ed intervallo la perpendicolare abbassata da questo punto sopra un lato qualunque del poligono, il cerchio così descritto, sarà iscritto al poligono.

Problema XL. Circoscrivere un cerchio ad un poligono regolare qualunque.

Si dividono per metà due angoli del poligono dato, mediante due rette, e fatto centro il punto d' incontro di queste rette, ed intervallo la retta che unisce questo punto col vertice di un angolo qualunque del poligono, il cerchio così descritto, sarà circoscritto al poligono.

Problema XLI. Iscrivere in un cerchio dato un poligono regolare di otto, dieci, dodici ec. lati.

Per iscrivere in un cerchio un poligono regolare di otto lati s' iscriva prima il quadrato, e di poi diviso per metà ciascuno degli archi, e congiunte con rette, questi punti medii ed i vertici del quadrato, si sarà iscritto nel cerchio un poligono di otto lati. Così (fig. 64) divisi ciascuno degli archi AC, CB, BD, AD per metà ne' punti m, n, o, p, e congiunte le rette Am,

mC, Cn, nB, Bo, oD, Dp, pA, sarà AmCnBoDp il poligono regolare di otto lati iscritto nel cerchio ABCD. Che se ciascuno degli archi Am, mC, Cn ec. si dividono per metà, e si uniscono con rette i punti contigui, si sarà iscritto nel cerchio un poligono regolare di sedici lati, e così per tutti gli altri poligoni, di cui il numero de' lati, è un' esatto moltiplice di quattro.

Se si dovesse iscrivere nel cerchio un poligono di dieci lati, s' iscriverebbe prima il pentagono regolare ABCDE (fig. 66), e di poi divisi gli archi AB, BC, CD, DE, EA per metà nei punti m, n, o, p, q, e congiunte le rette Am, mB, Bn, nC, Co, oD, Dp, pE, Eq, qA sarà AmBnCoDpEq il decagono iscritto nel cerchio ABCDE. L' istessa costruzione si praticherà per tutti gli altri poligoni, di cui il numero de' lati è un' esatto moltiplice di cinque.

Se si dovesse iscrivere un dodecagono nel cerchio dato, s' iscriverebbe prima l' esagono regolare ABCDEF (fig. 68), di poi divisi gli archi AB, BC, CD, DE, EF, FA per metà nei punti m, n, o, p, q, r, e congiunte le rette Am, mB, Bn, nC, Co, oD, Dp, pE, Eq, qF, Fr, rA; sarà AmBnCoDpEqFr il dodecagono iscritto nel cerchio ABCDEF. L' istessa costruzione si praticherà per tutti gli altri poligoni regolari, di cui il numero de' lati è un' esatto moltiplice di sei.

Problema XLII. Come si circoscriva ad un cerchio un poligono regolare di otto, dieci, dodici ec. lati.

S' iscriva prima nel cerchio, il poligono regolare di otto, dieci, dodici ec. lati, e da' vertici del poligono iscritto, tirate le tangenti al cerchio, si avrà il poligono circoscritto dell' istesso numero di lati di quello iscritto.

Problema XLIII. Sopra una linea retta AB (fig. 69) descrivere un segmento capace dell' angolo dato C, cioè un segmento tale che tutti gli angoli in essi iscritti, siano eguali all' angolo dato C.

Si prolunga AB verso D, si faccia al punto B della retta BD l' angolo DBE uguale all' angolo dato C, dal punto B si eleva alla retta BE la perpendicolare BO, e divisa AB per metà nel punto G si eleva da questo punto la perpendicolare GO alla retta AB, la quale incontra l' altra perpendicolare nel punto O, indi col centro O e col raggio OB, si descriva il cerchio AMBP; il segmento richiesto sarà AMB.

CAPITOLO X.

Della misura delle linee, e delle superficie.

120 D. *Come si misura una linea retta?*

R. Misurare una linea retta, vale lo stesso che trovare il rapporto numerico di essa retta con un' altra presa per unità di misura. Così supponiamo che cercasi di misurare la linea retta AB (fig. 70), e che l' unità di misura venga espressa dalla retta CD, vale a dire che questa rappresenta una tesa, una canna, un palmo, o dieci tese, quattro canne, tre palmi ec. Allora se la retta CD è minore di AB, si porterà la CD sulla AB tante volte quante può esservi contenuta, per esempio due volte e col resto BE. Si porterà in seguito il resto BE sulla linea retta CD tante volte quante può esservi contenuto; una volta, p. e. e col resto GD. Questo residuo si porterà su di EB tante volte quante può esservi contenuto. E così si continuerà finchè si abbia un resto che sia contenuto un numero esatto di volte nel suo precedente. Per esempio se si trova che GD è contenuto due volte esattamente in EB, DG sarà la comune misura delle due linee proposte. Sia DG uguale ad 1, si avrà $EB = 2$; ma CD contiene una volta $EB + GD$; dunque CD sarà $= 3$; e poichè AB contiene due volte $CD + EB$ dunque sarà uguale $6 + 2 = 8$; sicchè il rapporto delle due linee AB e CD è quello di 8 a 3. Se dunque CD rappresenta una tesa, AB sarà uguale a $\frac{8 \text{ tese}}{3} =$ cioè a 2 tese, 4 pollici. Se CD rappresenta 10 tese, AB sarà uguale $\frac{8 \times 10}{3} = 26$ tese, 4 pollici (1).

121. D. *Come si ottiene la misura del perimetro d' un poligono qualunque?*

R. La misura del perimetro di un poligono qualunque, si ha misurando separatamente ciascun lato di essa figura, la somma di tutte le unità esprimendo la misura di essi lati, darà il perimetro del poligono. Così p. e. (fig. 71) del poligono ABCDFFGH supposto che AB sia uguale a 4, $BC = 3$, $CD = 5$, $DE = 2$, $EF = 3$, $FG = 6$, $GH = 7$, $HA = 5$, il perimetro sarà $4 + 3 + 5 + 2 + 3 + 6 + 7 + 5 =$ cioè a 35. Ne' poli-

---

(1) Altrove si farà vedere come col soccorso delle scale geometriche si misurano con facilità le rette.

goni equilateri, basterà moltiplicare il numero esprimendo le unità di uno de' lati, pel numero de' lati. Così se uno de' lati di un triangolo equilatero, è uguale a 3, il perimetro di esso triangolo sarà uguale 9, se uno de' lati di un pentagono regolare è uguale a 5, il suo perimetro sarà uguale a 25, e così via discorrendo.

122. D. *Come si ottiene la circonferenza di un cerchio?*

R. Il contorno di un cerchio, o sia la sua circonferenza, si ha moltiplicando il diametro di esso cerchio per $\frac{22}{7}$. Quindi la circonferenza del cerchio il cui raggio è 5 sarà uguale a $10 \times \frac{22}{7} = \frac{220}{7} = 31\frac{3}{7}$.

123. D. *Come si misura un'arco qualunque?*

R. La misura di un arco qualunque, si ha rapportando quest' arco alla sua circonferenza, e notandone la ragione perchè così conosciuta la circonferenza, è facile venire in cognizione dell'arco. Così supposto che vogliasi conoscere un'arco di un cerchio il di cui raggio è 6 unità, e che questo arco sia la settima parte della circonferenza; poichè la circonferenza è uguale $12 \times \frac{22}{7}$, sarà l'arco eguale a $12 \times \frac{22}{49}$.

Ma se l' arco non è contenuto un numero esatto di volte, come ad esempio un'arco sia di 57°, non essendo 360°, ossia la circonferenza intera divisibile esattamente per 57, si cercherà allora il rapporto dell' arco alla circonferenza nel modo stesso che si è detto per le rette (§.120), conosciuto questo rapporto, e conosciuta la circonferenza, si conoscerà l' arco. Così ad esempio vogliasi misurare l'arco AB del cerchio ABCD (fig.47.) Si porta l' arco AB sulla circonferenza tante volte quante può esservi contenuto, p. e. 6 volte e col resto AE, quest' arco AE si porta sull' arco AB, e supponiamo che vi sia contenuto una volta e col resto FB, si porta quest' arco FB sul primo resto AE, e supposto che vi sia contenuto esattamente due volte, si avrà così trovato il rapporto dell' arco alla circonferenza in numeri. Difatti essendo FB contenuto in AE due volte, se si esprime FB con 1, AE sarà espresso da 2, ma l'arco AB contiene una volta AE più FB, sarà dunque espresso da 3, e la circonferenza contenendo l' arco AB, 6 volte più AE, sarà dunque espressa da $3 \times 6 + 2 = 20$, dunque la circonferenza sta all' arco come 20 : 3. Se quindi la circonfe-

renza ABCD è uguale a 30, l'arco AB sarà uguale $\frac{3}{20} \times 30 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$.

124 D. *Come si misura la superficie di un poligono in generale, ed in particolare quella di un rettangolo?*

R. Il quadrato è stato scelto per la misura delle superficie a cagione della sua regolarità. Si prende per unità quello che ha per lato, l' unità lineare; in tal guisa, una canna quadrata, è un quadrato che ha per lato una canna, o sia palmi otto, un passo quadrato ha per lato un passo; ed il metro quadrato ha un metro per lato. Ciò premesso, misurare una superficie qualunque, è lo stesso, che cercare quante volte essa contenga il quadrato preso per unità. Se questa superficie ha la figura del rettangolo ABCD (fig. 72) si potranno subito collocare nel senso della sua lunghezza, tanti quadrati eguali ad a b c d, quante volte il lato a b sarà contenuto in A B; in tal modo si formerà una fila di quadrati, che potranno ripetersi nel rettangolo, tante volte, per quanto la larghezza di esso rettangolo conterrà il lato del quadrato a b c d; e si conosceranno così le unità lineari contenute nel rettangolo A D. Il numero totale de' quadrati contenuti nel rettangolo ABCD, sarà quindi eguale al prodotto de' numeri contennti ne' due lati contigui di questo rettangolo. Sulla figura il primo lato contiene cinque parti, e l' altro due; sarà dunque il numero de' quadrati contenuti nel rettangolo 5 volte 2. Ne siegue da ciò, che la misura di qualsiasi rettangolo si ha moltiplicando la lunghezza per la sua larghezza (1).

Una semplice moltiplicazione adunque è sufficiente per ritrovare le superficie di siffatte figure; ma il calcolo richiede alcune particolari attenzioni, allorquando i lati non contengono un esatto numero di unità. Il più semplice mezzo è d'esprimerle mediante frazioni della più piccola specie, e di prendere allora per unità di superficie, il quadrato formato su questa piccola parte, come sarebbe il *palmo quadrato*, se siasi ridotta la lunghezza in palmi, o pure l'*oncia quadrata* nel caso che la riduzione siasi effettuita in once, e così di seguito. Imperocchè è sempre facile di convertire un numero di once quadrate in palmi quadrati, in canne quadrate.

Per esempio, diasi un rettangolo ch'abbia un lato di 5 canne

(1) Il quadrato essendo un rettangolo, la di cui larghezza è eguale alla lunghezza, la sua misura si avrà moltiplicando una delle due dimensioni per se stessa, ossia formando il quadrato del suo lato.

e 2 palmi, e l'altro di 6 canne e 4 palmi, riducendo tutto a palmi i due lati del rettangolo, saranno di 42 palmi l'uno, e 52 palmi l'altro; il prodotto di questi numeri è 2184 palmi quadrati. Per rapportare questa misura alla canna quadrata, bisogna dividerla pel numero de' palmi quadrati contenuti in una canna quadrata; e siccome la canna quadrata è un rettangolo, di cui ciascun de' due lati ha 8 palmi di lunghezza, essa contiene perciò 64 palmi quadrati: laonde dividendo 2184 per 64 si rinvengono 34 canne quadrate, ed un residuo di 8 palmi quadrati. Questa è la misura del proposto rettangolo.

Non deesi confondere il rapporto de' lati delle figure, con quello delle loro superficie; allorquando s' enuncia per esempio, 8 palmi in quadrato, ed 8 palmi quadrati; la prima superficie, ch' è la canna quadrata, avendo 8 palmi di lunghezza, sopra altrettanti di larghezza, contiene 64 palmi quadrati, nel mentre che l' altra superficie è equivalente solo ad 8 di questi palmi. Così del pari quando si raddoppia la lunghezza de' lati d' un quadrato, si rende quattro volte più grande la sua superficie, che prima non era: da che se esso avendo un palmo per lato, ne acquista due, la sua superficie sarà di 4 palmi quadrati, e non già due.

125 D. *Come si misura la superficie di un qualunque triangolo?*

R. La misura di un triangolo, o sia quella della sua superficie, si ottiene moltiplicando la base del triangolo, per la metà della sua altezza. Sia ABC (fig. 7) un triangolo qualunque, di cui cercasi misurare la sua aja, o superficie. Dal vertice A si abbassa la perpendicolare AD sul lato CB preso per base; il prodotto di CB per $\frac{1}{2}$ AD darà l' area o la superficie richiesta. O pure preso AC per base del triangolo, la superficie è uguale ad AC moltiplicato per la metà della perpendicolare BD; o finalmente è uguale a BA moltiplicato per la metà di CD. Supponendo quindi che il lato CB contenga 10 unità, e DA ne contenga 8, si avrà 4 volte 10, o sia 40 unità quadrate, per la superficie del triangolo dato ABC.

126 D. *A chi è eguale la superficie del parallelogrammo?*

R. La superficie d'un parallelogrammo qualunque, è uguale al prodotto della sua base per l' altezza. Sia ABCD (fig. 11) un parallelogrammo, la sua area o superficie, si ha moltiplicando il lato AB preso per base per l' altezza DF, o pure il lato BC per la perpendicolare o altezza AG. Cosicchè se AB contiene 8 unità, e DF, 6, l' area del parallelogrammo sarà uguale ad $8 \times 6 = 48$ unità quadrate.

127. D. *La superficie d' un trapezio a chi è uguale?*

R. La superficie d' un trapezio (s' intende a basi parallele) ha per misura il prodotto della somma de'suoi due lati paralleli per la metà della sua altezza. Sia ABCD un trapezio (fig. 13.), di cui i lati paralleli sieno CD ed AB; l'aja di questo trapezio si otterrà moltiplicando CD + AB per la metà dell' altezza OD. Se AB contiene p.e. 9 unità, DC, 3, DO, 4; si avrà l'area del trapezio sommando 9 e 3, e moltiplicando la loro somma 12 per la metà di 4, o sia 2, sicchè 24 unità quadrate è la superficie del trapezio dato ABCD.

128. D. *Come si ottiene la superficie d' un poligono qualunque?*

R. La misura della superficie d'un poligono qualunque si ha facilmente, risolvendolo in triangoli, per mezzo delle rette che si conducono da uno de' vertici de' suoi angoli, a' vertici degli altri angoli del poligono. Trovandosi così diviso il poligono in triangoli, si calcolerà di essi separatamente l'area misurando il lato sul quale s' abbassa la perpendicolare e la perpendicolare istessa: la somma delle superficie di tutti questi triangoli, dà la superficie del proposto poligono. Sia adunque ABCDEFGH (fig. 71) il poligono di cui cercasi misurarne la sua superficie. Si conducono dal vertice A le rette AC, AD, AE, AF, AG, resterà esso poligono diviso ne' triangoli ABC, ACD, ADE, AEF, AFG, AGH, la somma delle aree di tutti questi triangoli, darà quella del poligono proposto. Supponiamo che AC sia uguale ad 8 unità, AD uguale a 10, AE = 6, AF = 4, AG = 5, e che le perpendicolari BI, CK, EL, FM, FN, HO, dinotano le altezze de' triangoli suddetti; e siano eguali a 4, 8, 6, 10, 12, 6 unità; sarà l'area del triangolo ABC uguale 16 unità quadrate, quella del triangolo ACD = 40, ADE = 18, AEF = 20, AFG = 30, AGH = 15, sommando queste aree parziali si avrà 16 + 40 + 18 + 20 + 30 + 15 = 139 unità quadrate; la quale somma è l' area del poligono dato ABCDEFGH.

Vi è un'altro metodo per risolvere in figure semplici un poligono qualunque. Invece di tirare molte rette dal vertice di un angolo a' vertici di tutti gli altri, si conduce una linea retta come AD (fig. 73) che passa per la maggior lunghezza del poligono, e da ciascun angolo del poligono, si abbassa una perpendicolare su di questa linea retta: diviene allora diviso il poligono in triangoli rettangoli ed in trapezi, ne' quali due lati sono perpendicolari al terzo. In tal caso l'area di ciascun triangolo, si ha prendendo la metà del prodotto dell' altezza, ch' è la perpendicolare abbassata dal corrispondente vertice sopra la linea AD, per la sua

base la quale trovasi indicata dalla distanza del piede di tale perpendicolare, all'uno, o all'altro estremo della linea A D.

E per calcolare ogni trapezio, de' quali uno è Bb Co, che proponesi per esempio, si hanno i lati paralleli di questo trapezio Bb, Co, che sono pure le altezze de' triangoli AbB e CoD, e si prenderà bn per altezza di esso trapezio. Quindi la somma delle aree de' triangoli e di tutti i trapezi, che compongono il poligono, darà la misura della sua area, o superficie. Supponiamo adunque essere Ad $=4$, Ab$=12$, de$=6$, bo$=8$, ec$=6$, cD$=4$, oD$=2$, Bb$=7$, Co$=4$, Hd$=6$, Fe$=8$, Gc$=9$. L'aja del triangolo AHd è uguale Ad $\times \frac{1}{2}$ Hd, ovvero $4 \times 3 = 12$ unità quadrate, l'aja del triangolo ABb è uguale a Bb $\times \frac{1}{2}$ Ab$=7 \times 6 = 42$ unità quadrate, l'area del trapezio BbCo è uguale (Bb $+$ Co) $\times \frac{1}{2}$ bo$=11 \times 4 = 44$ unità quadrate, il triangolo CoD$=$Co $\times \frac{1}{2}$ oD$= 4 \times 1 = 4$ unità quadrate, il trapezio dHFe$=$(dH $+$ Fe)$\frac{1}{2}$de$=14 \times 3 = 42$ unità quadrate, il trapezio FGce$=$(Fe $+$ Gc) $\frac{1}{2}$ ec$=8+9 \times 3 = 17 \times 3 = 51$ unità quadrate, il triangolo GcD$=$Gc$\times \frac{1}{2}$ cD$= 9 \times 2 = 18$ unità quadrate. E perciò l'area del poligono sarà uguale $12 + 42 + 44 + 4 + 42 + 51 + 18 = 213$ unità quadrate.

129. D. *Come si ottiene la superficie de' poligoni regolari?*

R. Per ottenere la superficie di un poligono regolare qualunque, basta moltiplicare il suo perimetro, per la metà del raggio del cerchio iscritto. Il quale raggio, si ottiene elevando due perpendicolari dal mezzo di due lati contigui del poligono; il punto d'incontro di queste perpendicolari darà il centro del cerchio iscritto, ed ogni perpendicolare che da tal punto si abbassa su i lati del poligono, ne sarà il raggio. Sia adunque il poligono regolare ABCDE (fig. 18) un pentagono, di cui si cerca misurare la sua area. Si elevano dal mezzo m, ed n de' lati AB, BC le perpendicolari mO, nO, O sarà il centro del cerchio che può

iscriversi nel pentagono dato, ed Om, On sarà il raggio. L'area adunque del pentagono ABCDE sarà uguale ad $(AB + BC + CD + DE + EF) \times \frac{1}{2} Om$. Supposto che uno de' lati di esso poligono sia uguale a 10 unità, ed il raggio $Om = 4$, moltiplicando 50 per 2 si avrà 100 unità quadrate, per l'area del pentagono dato.

130 D. *A chi è uguale la superficie di un settore sferico?*

R. La superficie d'un settore sferico, è uguale all'arco di questo settore, moltiplicato per la metà del suo raggio. Vale a dire il settore CED (fig. 15) ha per misura l'arco $ED \times \frac{1}{2} EC$. Supponiamo adunque che il raggio EC sia uguale a 10 unità, e che l'arco ED sia l'ottava parte della circonferenza. Poichè la circonferenza è uguale al diametro moltiplicato per $\frac{22}{7}$ essendo il raggio uguale a 10 sarà uguale a $\frac{20 \times 22}{7} = \frac{440}{7}$, e l'arco EmD sarà dunque l'ottava parte di $\frac{440}{7}$; ovvero sarà uguale $\frac{440}{7 \times 8} = \frac{440}{56}$; moltiplicando dunque $\frac{440}{56}$ per la metà del raggio ossia per 5, il prodotto $\frac{2200}{56} = 39 \frac{2}{7}$ dinoterà quante unità quadrate contiene la superficie del settore dato.

131. D. *A chi è uguale la superficie di un cerchio?*

R. La superficie d'un cerchio, è uguale al prodotto del quadrato del suo raggio, moltiplicato per il numero costante $\frac{22}{7}$ ossia pel rapporto della circonferenza al diametro. Cercasi adunque la superficie del cerchio il di cui raggio è 10, si avrà la medesima, moltiplicando il quadrato di 10 per $\frac{22}{7}$, lo che darà $\frac{2200}{7} = 314 \frac{2}{7}$ unità quadrate.

NOZIONI

DI

GEOMETRIA SOLIDA (1).

DEFINIZIONI, NOMENCLATURA DE' PRINCIPALI CORPI, LORO PARTI, E LORO GENERAZIONE.

CAPITOLO I.

1. D. *Cosa è la linea orizzontale o di livello, e la linea che dicesi inclinata?*

R. *Linea orizzontale, o di livello apparente*, è quella che tocca, o che taglia ad angoli retti, una linea che s' immagina tiràta dal centro, alla superficie della terra.

La linea a b (fig. 74) è una linea orizzontale, perchè taglia ad angoli retti la linea c d, che dal centro c della terra, va al punto d della sua superficie, la quale superficie si considera essere propriamente quella del mare. Tutte le linee parallele alla a b, come sarebbero le EF, CD ec. sono anco delle linee orizzontali. Ed ogni linea che non è orizzontale dicesi *inclinata*.

2. D. *Due rette nello spazio, quante posizioni possono fra loro avere?*

R. Due rette le quali si trovano nello spazio, possono fra loro avere tre posizioni. La 1. cioè di essere concorrenti. La 2. di essere parallele, cioè che prolungate comunque si vogliano da ambi i sensi, non s' incontrano giammai. La 3. di non essere nè parallele, nè concorrenti.

3. D. *Una retta nello spazio quante posizioni può avere rispetto ad un piano?*

R. Una retta nello spazio, per rispetto ad un piano, può avere due sole posizioni, cioè o di concorrenza, o di parallelismo.

---

(1) Quando si espone in questo capitolo, e negli altri quattro che a questo seguono; è segnatamente essenziale a conoscersi da' sotto uffiziali di Artiglieria e del Genio, ed a quelli di fanteria e cavallería, i quali vogliono istruirsi ne' principii della fortificazione di campagna.

4. D. *Quando una retta è parallela ad un piano, e viceversa un piano ad una retta?*

R. Una retta è parallela ad un piano, quando non può incontrarlo, a qualunque distanza ambedue si prolungano; e reciprocamente il piano si dice in tal caso essere parallelo colla linea retta. Così per esempio (fig. 75) la retta MN è parallela al piano AB, e questi è parallelo alla retta MN.

5. D. *Quando una retta dicesi concorrente con un piano?*

R. Una linea retta dicesi concorrente con un piano, qualora essa ed il piano, o pure i loro prolungamenti s'incontrano.

6. D. *In quanti modi una retta può incontrare un piano?*

R. Una retta può incontrare un piano, o perpendicolarmente o obbliquamente.

7. D. *Quando è che una retta dicesi perpendicolare ad un piano?*

R. Dicesi una retta perpendicolare ad un piano, se è perpendicolare a tutte le rette che dal suo piede si tirano nel piano o solamente è perpendicolare a due rette le quali partendo dal suo piede, sono tirate nel piano, e poste tra loro ad angoli.

8. D. *Cosa è la retta obbliqua al piano?*

R. Una retta la quale concorrendo con un piano, ha con questo una posizione diversa dalla perpendicolare, vien chiamata per distinzione retta obbliqua.

Sia AB un piano e CD una retta con esso concorrente nel punto D (fig. 75). Questo punto si chiama piede della retta CD, se dunque dal punto D s'immaginano tirate nel piano quante rette si vogliono DE, DH, DG, DP, DQ; la linea retta CD sarà perpendicolare al piano AB, se risulta perpendicolare a tutte queste rette, o solamente se è perpendicolare alle due rette DE, DQ le quali dal piede D sono tirate nel piano AB, e sono tra loro messe ad angolo. Ed ogni altra retta DC' che passa pel punto C' ed è diversa dalla CD, dicesi obbliqua al piano AB.

9. D *Cosa s'intende per linea verticale?*

R. S'intende per linea verticale, quella retta perpendicolare al piano orizzontale; la direzione del filo a piombo da l'idea di una verticale.

10. D. *Quando un piano dicesi orizzontale?*

R. Dicesi piano orizzontale, la superficie delle acque tranquille, ed ogni altro piano ad esso parallelo.

11. D. *Quando tra loro due piani diconsi paralleli?*

R. Due piani diconsi paralleli tra loro, quando non possono incontrarsi a qualunque distanza si prolungano l'uno e l'altro. Tali sono i due piani AB, CD (fig. 76).

12. D. *Cosa è l' intersezione comune di una retta con un piano.*

R. L' intersezione comune di una retta con un piano è un punto. Così (fig. 75) l' intersezione della retta CD col piano AB è il punto D, e quello delle rette CE, CQ ec. col piano AB sono i punti E, Q ec.

13. D. *Cosa è l' intersezione comune di due piani*?

R. L' intersezione comune di due piani che s' incontrano, è una linea retta. Così (fig. 77) l' intersezione de' due piani AB DC, è la retta ME.

14. D. *Da chi viene misurato l' inclinazione di una retta con un piano?*

R. L' angolo CQD (fig. 75) formato dalla obliqua CQ e dalla retta QD, che unisce il piede D della perpendicolare col punto Q incontro della obliqua CQ col piano AB, si chiama angolo d' inclinazione della retta CQ col piano MN.

15. D. *Da chi vien misurato, l' inclinazione di due piani che s' incontrano, e quando due piani sono perpendicolari?*

R. L' inclinazione di due piani che s' incontrano, si misura dall' angolo formato da due rette, le quali partano da uno stesso punto della comune sezione di essi piani, e sono una in un piano e l' altra nell' altro, ed entrambe sono perpendicolare alla detta comune sezione. Se quest'angolo è retto, i piani si dicono perpendicolari tra loro, se non è retto, i due piani s' incontrano obliquamente.

Siano adunque i due piani AB, DC (fig. 77) che s' incontrano, e sia MC, la comune sezione de' due piani. Se da un punto qualunque G, preso nella retta MC, si conducono alla medesima due perpendicolari GF, GH, giacente l' una nel piano AB e l' altra nel piano CD, l' angolo FGH misurerà l' inclinazione de' due piani dati. Se quest' angolo FGH è retto, i due piani snoo perpendicolari l' uno all' altro.

16. D. *Cosa è l' angolo solido?*

R. Lo spazio angolare, compreso da tre o più angoli piani che si riuniscono in un medesimo punto, dicesi angolo solido. Il punto di comune concorso si chiama vertice, i lati degli angoli piani, diconsi facce dell' angolo solido. Così l' angolo solidi SACB (fig. 78) è formato dalla riunione degli angoli piani ASC, BSC, ASB, che ne sono le faccia, S è il vertice dell' angolo solido ed AS, SC, SB ne sono i lati.

17. D. *Cosa s' intende per triedo?*

R. L' angolo solido che vien formato da tre soli angoli piani si chiama triedo. Così (fig. 78) l' angolo solido SACB si chiama ancora triedo.

18. D. *Quando è che un' angolo solido dicesi rettilineo, curvilineo, o mistilineo?*

R. L'angolo solido dicesi rettilineo, se i lati sono delle linee rette, curvilineo, se i suoi lati sono delle linee curve, mistilineo, se i lati sono porzione linee curve, e porzione linee rette.

19. D. *Cosa è il solido detto poliedro?*

R. Si chiama solido poliedro, o semplicemente poliedro, ogni solido terminato da piani, o facce piane, le quali son terminate da linee rette.

20. D. *Cosa è il tetraedo?*

R. Si chiama tetraedo, il solido che ha quattro facce.

21. D. *Cosa è l'esaedro, l'ottaedro, il dodecaedro, e l'isocaedro, e quali di questi solidi è il più semplice?*

R. Si chiama esaedro, il solido che ha sei facce, ottaedro quello che n' ha otto; dodecaedro quello che ne ha dodici; isocaedro quello che ne ha venti.

Il tetraedro è il poliedro il più semplice, perchè bisognano almeno tre piani per formare un' angolo solido, e questi tre piani lasciano un vuoto, che per esser chiuso, esige almeno un quarto piano.

22. D. *Cosa è il poliedro regolare?*

R. Si chiama poliedro regolare quello, di cui tutte le facce sono poligoni regolari uguali, e di cui tutti gli angoli solidi sono uguali fra loro.

23. D. *Cosa è il prisma, e come si costruisce?*

R. Il prisma è un solido terminato da due figure piane rettilinee, perfettamente uguali e parallele, e da tanti parallelogrammi, che si distendono fra i lati paralleli delle dette due figure. I poligoni uguali e paralleli che terminano il prisma, diconsi basi del prisma, e di esse una è la base superiore, e l'altra è l'inferiore; gli altri parallelogrammi presi insieme costituiscono ciò, che si chiama superficie laterale, o convessa del prisma. Le rette uguali che terminano i parallelogrammi suddetti, diconsi lati del prisma.

Per costruire questo solido, sia ABCDE un poligono qualunque(fig.79); eguale e parallelo all'altro poligono FGHIK; se si uniscono i vertici degli angoli omologhi di questi due poligoni con le rette AF, BG, CH, DI, EK, le facce AFGB, BCGH, DCHI, KEDI, ed AEFK comprese tra lati paralleli de' due poligoni, saranno dei parallelogrammi, ed il solido così formato ABCDFGHIK sarà un prisma, di cui i poligoni ABCDE, FGHIK ne sono le basi, e propriamente ABCDE la base inferiore, ed FGHIK la base superiore.

24. D. *Quando un prisma si dice regolare?*

R. Un prisma si dice regolare, quando le basi sono de' poligoni regolari. Così (fig. 79) il prisma ABCDEFGHIK si dice essere un prisma regolare, perchè le sue basi ABCDE ed FGHIK, sono due pentagoni regolari.

25. D. *Cosa è l' altezza di un prisma?*

R. L' altezza di un prisma è la distanza delle sue basi, o la perpendicolare abbassata da un punto della base superiore, sopra il piano della base inferiore. Tale sarebbe la perpendicolare mn (fig. 79) abbassata dal pnnto m che è nella base superiore FGHIK, sulla base inferiore ABCDE.

26. D. *Quando un prisma si dice retto?*

R. Un prisma si dice retto, allorchè i suoi lati AF, BG CH, DI, EK (fig 79) sono perpendicolari ai piani delle basi; ed allora ciascuno di questi lati è uguale all' altezza del prisma. In ogni altro caso il prisma si dice obbliquo.

27. D. *Quando un prisma dicesi triangolare, quadrangolare, pentagono, esagono?*

R. Un prisma è triangolare, quadrangolare, pentagono, esagono ec., secondo che la base è un triangolo, un quadrilatero, un pentagono, un esagono. Così (fig. 80) il prisma ABCDEF si dice triangolare; ABCDEFGH (fig. 81) si dice quadrangolare; il prisma ABCDEFGHIK (fig. 79) si dice pentagono ec.

28. D. *Quale altra denominazione si dà al prisma quadrangolore?*

R. Il prisma quadrangolare, chiamasi anche parallelepipedo. Tale è il solido ABCDEFGH (fig. 81).

29 D. *Quando il parellelepipedo è rettangolo?*

R. Il parallelepipedo è rettangolo, al lorchè tutte le sue facce sono rettangoli. Così (fig. 81) il parallepipedo ABCDEFGH è rettangolare, perchè le sue facce ACEG, BDFH, CDGH, ABEF sono rettangoli.

30. D. *Cosa è il cubo, o essaedro regolare?*

R. Tra i parallelepipedi rettangoli, si distingue il cubo, o essaedro regolare, che è quel solido compreso da sei quadrati eguali. Così (fig. 82) ABCDEFGH è un cubo, perchè le sei figure che lo racchiudono, cioè ABCD, EFGH, ABEF, DCGH, AECG, BFDH sono tutti quadrati, ed uguali tra loro.

31 D. *Cosa è la piramide?*

R. La piramide è un solido formato da più piani triangolari, i quali partono da un punto, e son terminati ai differenti lati d' un medesimo poligono. Così ABCDES è una piramide (fig. 83), il di cui poligono ABCDE si chiama la base della piramide; il punto S n' è il vertice, ed il complesso dei triangoli ASB, BSC

CSD, DSE, ESA formano la superficie convessa, o laterale della piramide.

32. D. *Quale è l' altezza della piramide?*

R. L' altezza della piramide, è la perpendicolare abbassata dal vertice sul piano della base, prolungato se occorre. Così la retta SM è l'altezza della piramide SABCDE, (fig. 83) ed S' m' è l' altezza della piramide S' A' B' C' D' E' (fig. 84).

33. D. *Quando una piramide dicesi triangolare quadrangolare etc.?*

R. La piramide è triangolare, quadrangolare etc. secondochè la base è un triangolo un quadrilatero etc. Così (fig. 78) la piramide SACB si dice essere triangolare, quella SABCD (fig. A 78) quadrangolare ec.

34. D. *Quando una piramide dicesi regolare, o retta, e viceversa irregolare o obliqua.*

R. Una piramide è regolare o retta, quando la base è un poligono regolare, e nel tempo stesso, la perpendicolare abbassata dal vertice sul piano della base, passa pel centro di essa base. Questa retta, si chiama in tal caso, l'asse della piramide. Avvenendo il contrario, per una, o per tutte due queste condizione, la piramide si dice irregolare o obbliqua. Così (fig 83) la piramide SABCDE si dice regolare perchè, la sua base ABCDE è un pentagono regolare, e la perpendicolare SM passa pel centro M della base; e la piramide S' A' B' C' D' E' (fig. 84) si dice irregolare o obliqua.

35. D. *Cosa s' intende per piramide tronca a basi parallele ed a basi concorrenti, e quale è l' altezza della piramide tronca a basi parallele?*

La piramide dicesi intera, qualora si considera tutto il solido compreso tra la base ABCDE ed il vertice S (fig. 83). Ma se la piramide si fa tagliare da un piano che non passa pel vertice, ma è parallelo alla base; la piramide resta divisa in due parti, e supposto che abcde (fig. 83) sia la sezione del piano colla piramide SABCDE; il solido o la porzione ABCDE abcde si chiama piramide tronca a basi parallele.

Che se il piano non è parallelo alla base, allora si avrà una piramide tronca a basi concorrenti. Così (fig. 84) supposto che la sezione prodotta nella piramide S' A' B' C' D' E' da un piano obliquo alla base, sia a' b' c' e' d'; sarà A' B' C' D' E' a' b' c' d' è, una piramide tronca a basi concorrenti.

L' altezza della piramide tronca a basi parallele, è la perpendicolare abbassata da un punto qualunque della base superiore abcde (fig. 83) sulla base inferiore ABCDE. E quella della piramide tronca a basi concorrenti essendo varia, così si tiene

conto della più piccola distanza che vi è dal piano a' b' c' d' e' alla base ABCDE (fig. 84).

36. D. *Cosa è il cono retto* ?

Se un triangolo rettangolo SAB (fig. 83) si fa girare intorno uno de' suoi cateti p. e intorno al cateto SA, descrivendo l'altro cateto AB un cerchio, e l'ipoteuusa SB una superficie curva ; il solido risultante SCDBE, terminato dalla superficie piana CDBE ch'è un cerchio, e dall' altra curva SBC, dicesi cono. Il cateto immobile SA dicesi asse del cono, o pure l'altezza del cono, l'estremo superiore S dell' asse, vertice; qualunque retta, la quale unisce il vertice con un punto della periferia della base, dicesi lato; e la superficie SBC descritta dall' ipotenuta SB, chiamasi superficie curva del cono.

Questo cono si chiama retto perchè l'asse è perpendicolire alla base.

37. D. *Qual' è il cono obbliquo, quale n' è l' altezza, ed in che differisce la sua generazione da quella del cono retto* ?

R. La generazione sopra indicata è particolare, perchè appartiene ai soli coni retti a base circolare. Se poi si voglia la generale formazione del cono, basta far muovere una retta S'B', la quale si nomina generatrice, e che stando sempre fissa in un punto S', dato fuori del piano della base B' C' D' E'; scorra nel suo moto intorno la curva della detta base, la quale si chiama direttrice. L'asse cioè la retta la quale unisce il vertice col centro della base, s'è perpendicolare alla base, si genera il cono retto, altrimenti si ha il cono obbliquo. L'altezza poi del cono obliquo, è la perpendicolare abbass..ta dal vertice sul piano della base.

38. D. *Cosa è il tronco conico a basi parallele, ed a basi concorrenti, e qual' è l' altezza del tronco conico a basi parallele* ?

R. Il cono dicesi intero, qualora si considera tutto il volume compreso tra la base BCDE ed il vertice S. (fig. 85) Se poi detto cono si fa tagliare da un piano qualunque, che però non passa pel vertice, avendosi una sezione dinotata dalla figura FGHI, ch'è una seconda base; la porzione del cono compresa dalle due basi, se queste sono tra loro parallele, nominansi tronco conico a basi parallele, ed in caso contrario tronco conico a basi oblique, o concorrenti. Qualunque perpendicolare tirata tra le due basi, dinota l' altezza del tronco conico a basi parallele.

39. D. *Cosa è il cilindro retto e quale n' è l' altezza* ?

R. Se si fa rivolgere un rettangolo ABCD (fig. 86) intorno ad uno de' suoi lati AB, restando questo immobile, il solido prodotto da questa rivoluzione, si chiama cilindro retto.

In tal movimento i lati AD, BC restando sempre perpendilari al lato AB, descrivono dei cerchii uguali DPH, CGQ, che si chiamano le *basi del cilindro*; ed il lato CD descrive la superficie convessa del cilindro CDEF. La linea immobile AB si chiama l'asse del cilindro, o pure l'altezza.

40. D. *Cosa è il cilindro obliquo, in che differisce la sua generazione dal cilindro retto?*

R. L' esposta generazione è tutta particolare al cilindro retto, ma per avere la generazione di qualunque cilindro, conviene immaginare una retta A'B' (fig. 86) la quale concorre col piano di una curva F'C'G'Q', e si muove lungo questa curva con moto sempre a se stessa parallela. Se questa retta detta *generatrice* è perpendicolare al piano della curva, si avrà il cilindro retto, altrimenti si ha il cilindro obbliquo. La retta che si tira sulla superficie convessa del cilindro, parallela alla generatrice dice lato del cilindro.

41. D. *Cosa è la sezione fatta nel cilindro retto da un piano perpendicolare all' asse?*

R. Ogni sezione KLM fatta nel cilindro retto (fig. 86), da un piano perpendicolare all'asse, è un circolo eguale a ciascuna delle basi.

42. D. *Cosa è la sfera?*

R. La sfera è un solido terminato da una superficie curva, di cui tutti i punti, sono ugualmente distanti da un punto interno, che si chiama *centro*. Si può immaginare che la sfera sia prodotta dalla rivoluzione di un mezzo circolo DAE intorno al diametro DE (fig. 87); poichè la superficie descritta con tal movimento, dalla curva DAE, ha tutti i suoi punti ugualmente distanti dal centro C.

43. D. *Cosa è il raggio ed il diametro della sfera, e come sono fra loro i raggi ed i diametri della medesima?*

R. Il raggio della sfera, è una linea retta condotta dal centro ad un punto della sua superficie; il diametro poi è una linea che passa pel centro, e termina da ambe le parti alla sua superficie. Tutti i raggi della sfera sono uguali tra loro; e tutti i diametri sono del pari uguali e doppj del raggio.

44. D. *Cosa è l' asse della sfera?*

R. Il diametro DE intorno al quale si è rivolto il mezzo circolo DAE per produrre la sfera, si considera precisamente per l' asse della sfera. Ogni diametro della sfera può dunque esser preso per asse, perchè può immaginarsi, essersi intorno ad esso effettuita la rivoluzione del mezzo cerchio generatore della sfera.

45. D. *Cosa è la sezione fatta nella sfera da un piano qualunque?*

R. Ogni sezione fatta nella sfera da un piano qualunque, è un circolo.

46. D. *Cosa é il cerchio massimo della sfera, e quale è il cerchio minore?*

R. Si chiama gran circolo, o cerchio massimo della sfera, la sezione nata da un piano che passa pel centro della sfera; e cerchio minore poi, quella che si ha da un piano che non passa pel centro della sfera. Cosi (fig. 87) AMBR è un cerchio massimo, ed HPIS è un cerchio minore.

47. D. *Cosa s' intende per mezza sfera, o pure emisfero?*

R. Qualunque piano segante la sfera, che passa pel centro, la divide in due parti uguali, e ciascuna di esse si chiama mezza sfera, o pure emisfero. Così (fig. 87) il piano AB che passa pel centro C della sfera ADBE, la divide ne'due emisferi uguali tra loro, cioè ADB ed AEB.

48. D. *Cosa é il polo di un circolo della sfera?*

R. Il polo di un circolo della sfera, è quel punto della superficie, ugualmente lontano da tutti i punti della sua circonferenza. Ogni circolo grande, o piccolo che sia, ha sempre due poli. Così D e E sono i poli del centro ABM, ed m' n' lo sono del circolo abm (fig. 87.)

49. D. *Cosa é il triangolo sferico?*

R. Il triangolo sferico, è una parte della superficie della sfera, racchiusa da tre archi di circolo. Così AMN è un triangolo sferico (fig. 87) ed i tre archi AM, NM AN che lo formano, si chiamano i lati del triangolo, e vengono sempre supposti minori della mezza circonferenza. Gli angoli che i piani di questi tre archi fanno fra loro, sono gli angoli del triangolo sferico. Ciascuno de' detti tre archi, può appartenere tanto ad un cerchio massimo, quanto ad un cerchio minore, epperò ordinariamente si considerano esser degli archi di cerchi massimi.

50. D. *Quando un triangolo sferico si dice rettangolo, equilatero, isoscele, o scaleno?*

R. Un triangolo sferico prende il nome di rettangolo, equilatero, isoscele, scaleno, ne' casi stessi d' un triangolo rettilineo. Cioè si dice rettangolo, se il piano che passa per un suo lato, è perpendicolare a quello che passa per un altro lato. Si dice equilatero se i tre archi AM MN AN (fig. 87) sono uguali tra loro. Isoscele se soltanto due di essi archi sono uguali, per esempio l'arco AM uguale all'arco MN. Scaleno poi quando i tre archi AM, MN, AN sono disuguali tra loro.

51. D. *Cosa è il poligono sferico?*

R. Il poligono sferico, è una parte della superficie della sfera, racchiusa da più archi di circoli grandi (fig. 87) MNABM per esempio è un poligono sferico.

52. D. *Cosa è lo spigolo sferico?*

R. Se per un diametro qualunque della sfera, si fanno passare due piani posti tra loro ad angolo, la parte della sfera compresa da questi due piani, si chiama spicolo sferico. Si genera lo spigolo sferico facendo muovere un mezzo cerchio intorno il suo diametro, in guisa che non percorra l'intero giro, ma una porzione minore della metà; giacchè coll'intero giro si descrive la sfera, e colla metà la mezza sfera.

53. D. *Cosa è la porzione sferica, e quale è l'altezza di un segmento sferico?*

R. Se la sfera si fa tagliare da un piano, che non passa pel centro, le due parti nelle quali resta divisa la sfera, non essendo tra loro uguali, ciascuno si nomina segmento, o pure porzione sferica. Il qu le segmento sferico venendo terminata da un cerchio, e da una porzione di superficie sferica, quello dicesi base, e questa *berretta sferica* La parte del raggio della sfera che è perpendicolare alla base, e si trova fra questa e la berretta sferica, si dice esser l'altezza del segmento sferico. Così nella sfera ADBE (fig. 87) se si suppone un piano HPI, che non passa pel centro, resterà la sfera divisa ne' due segmenti HAEBI ed HDI, il di cui cerchio HPI è la base comune di essi segmenti, e le porzioni sferiche HAEBI ed HDI diconsi berrette sferiche. L'altezza del segmento HAEBI è la perpendicolare QE, e del segmento HDI è la perpendicolare QD.

54. D. *Cosa è il segmento sferico a basi parallele, quale la zona sferica, e quale è l'altezza del segmento sferico?*

R. Se la sfera si fa tagliare da due piani paralleli, la porzione di essa compresa fra questi due piani, dicesi segmento sferico a basi parallele. La porzione della superficie a questo segmento appartenente, viene distinta col nome di zona, o fascia sferica; e la porzione del raggio perpendicolare, intercetta tra i due piani, è l'altezza del detto segmento. O pure se il segmento HDI (fig. 87) si taglia dal piano FKG parallelo alla sua base, resterà diviso in un segmento FDG più piccolo, e nell' altro FHIG ch'è il segmento sferico a base parallele, di cui OQ è l'altezza.

55. D. *Cosa è il settore sferico?*

R. Se un settore circolare, si fa muovere per un intero giro intorno uno de' due raggi reso immobile, il solido che ne risulta, vien chiamato settore sferico, e si compone da un seg-

mento sferico, e da un cono retto, il cui vertice è il centro della sfera, e la sua base circolare è la stessa che quella del segmento sferico. Così p. e. HCIGDF, è un settore sferico (fig. 87) nato dalla rivoluzione del settore HCD intorno il raggio CD.

56. D. *Quando una superficie curva dicesi convessa?*

R. Una superficie curva dicesi convessa, quando una qualunque retta, che la incontra, non la può tagliare in più di due punti.

57. D. *Quando un piano si dice tangente ad una sfera, o più generalmente ad una superficie convessa?*

R. Un piano si dice essere tangente ad una sfera, o a qualunque superficie convessa, quando non ha comune con essa che un sol punto. Così il piano indicato da BS (fig. 87) è tangente alla sfera ABDE, perchè ha con essa solo il punto B di comune.

58. D. *Quando un poliedro qualunque si dice iscritto, e quando circoscritto ad una sfera?*

R. Un poliedro qualunque si dice iscritto ad una sfera, allorchè tutti i vertici degli angoli solidi, sono nella superficie sferica. Si dice poi circoscritto, quando tutte le facce del poliedro, sono tangenti alla superficie sferica.

CAPITOLO II.

Di alquante proprietà delle rette e de' piani,

59. D. *Quale è la più corta distanza da un punto ad un piano?*

R. La più corta distanza da un punto ad un piano, è la perpendicolare abbassata dal punto sul piano Così (fig. 75) la più corta distanza dal punto C al piano AB, è la perpendicolare CD.

60. D. *Tre punti che non sono per dritto, sono sempre in un piano?*

R. Tre punti sono sempre in un piano. Così i tre punti P, Q, r (fig. 76) sono sempre nel piano CD; e quindi ne segue, che per due rette le quali s' intersegano, vi passa sempre un piano, così per le due rette PQ e Qr vi passa il piano CD.

61. D. *Dal piede di una retta obliqua ad un piano, quante rette si possono tirare, le quali mentre sono nel piano, sono perpendicolari alla retta obliqua?*

R. Una sola retta. Così (fig. 75) alla retta C'D obliqua al piano AB, dal suo piede D, si può soltanto tirare la retta DE la quale è nel piano AB, ed è perpendicolare alla retta C'D.

62. D. *Se una retta posta fuori di un piano, è parallela ad una retta che è nel piano, come sarà al piano.*

R. Essa retta sarà parallela al piano. Così (fig. 76) supposto che la retta EF, sia parallela all'altra retta MN, che è nel piano AB, sarà EF anche parallela al piano AB,

63. D. *Se da un punto di una retta parallela ad un piano si abbassa su di questo una perpendicolare, questa come sarà alla retta?*

R. Sarà benanche perpendicolare alla retta. Così (fig. 76) supposto che la retta EF sia parallela al piano AB, e dal punto E si è abbassato EM perpendicolare al piano AB, sarà EM anche perpendicolare alla retta EF.

64. D. *Se una retta è parallela ad un piano, quante rette si possono tracciare nel piano tutte parallele alla retta data?*

R. Se la retta EF (fig. 76) è parallela al piano AB, si potranno in questo piano, tirare infinite rette MN, PQ ec. parallele ad AB.

65. D. *Se due linee rette sono segate da piani paralleli, come saranno da questi divise?*

R. Saranno divise proporzionalmente. Così (fig. 76) le due linee rette A'B', C'D' essendo segate da' piani AB, CD; sarà A'E' : E'B' = C'F' : F'D'.

66. D *Di più rette esistenti, o no, in uno stesso piano, se a due a due son parallele, come saranno tutte tra loro?*

R. Saranno tutte parallele. Così (fig. 76) se le rette PQ, EF, MN son combinate in guisa, che PQ è parallela ad EF, EF ad MN sarà benanche PQ parallela ad MN.

67. D. *Per un punto dato fuori di un piano quante rette si possono tirare parallele al piano?*

R. Si possono tirare infinite rette tutte parallele al piano.

68. D. *Quale è il metodo pratico per conoscere la posizione di una retta con un piano?*

R. Per conoscere praticamente e con facilità, la posizione di una retta con un piano, si tirano da due punti qualunque della retta, due perpendicolari al piano, ed allora tre casi possono darsi:

I.° Se tutte e due queste perpendicolari formano una sol retta, la quale benanche si confonde colla retta data, sarà la retta perpendicolare al piano.

II.° Se le due perpendicolari abbassate sul piano, sono tra loro distinte ma disuguali, la retta data sarà obbliqua al piano.

III.° Finalmente se le perpendicolari abbassate sul piano, essendo distinte sono tra loro uguali, la retta data sarà parallela al piano.

69. D. *Di tutte le rette, le quali concorrono con un piano, e passano per un punto fuori di esso, quale è la maggiore?*

R. Di tutte le rette le quali concorrono con un piano e passano per un punto fuori di esso; sarà la massima, quella il di cui incontro col piano, serba la maggior distanza dal piede della perpendicolare abbassata sul piano, dal punto d'incontro di esse rette. Così (fig. 75) le rette CQ, CE, CP concorrenti col piano AB, s'incontrano tutte nel punto C. Supposto che CD sia perpendicolare al piano AB, e che DQ sia maggiore di DE, e DE maggiore di DP; sarà CQ maggiore di CE, e CE maggiore di CP.

70. D. *Di più rette concorrenti con un piano, e che passano tutte per un punto esistente fuori del piano, quale è la meno obbliqua al piano, ossia quale è quella che ha l'angolo d'inclinazione minore?*

R. Se più rette concorrono con un piano, e passano tutte per un punto esistente fuori di esso, quella retta cui appartiene la maggior lunghezza, sarà la meno obbliqua, ossia avrà l'angolo d'inclinazione minore. Così (fig. 75) delle rette CQ, CE, CP; poichè CQ è la maggiore, essa sarà la meno obbliqua al piano AB, ossia il suo angolo d'inclinazione CQD, sarà minore degli altri CED e CPD.

71. D. *Se di due rette tra loro parallele, e concorrenti con un piano, una di esse è perpendicolare al piano, l'altra come sarà?*

R. Se le due rette PM e QN (fig. 76) essendo tra loro parallele, e concorrenti col piano AB, la retta PM è perpendicolare al piano AB; sarà benanche la retta QN perpendicolare al piano AB.

72. D. *Se due rette, o pure, generalmente parlando, più rette sono perpendicolari ad un piano, come saranno tra di loro?*

R. Saranno parallele. Così (fig. 76) le rette EM, RS, FN essendo perpendicolori al piano AB, saranno parallele tra loro.

73. D. *Se più rette passano per un punto fuori di un piano, ed a questo sono parallele, dove saranno?*

R. Saranno tutte in un piano. Così (fig. 75) passando pel punto C fuori del piano AB, le rette mn, pq, rs, essendo tutte parallele al piano AB, le tre rette saranno in un sol piano.

74. D. *Qualunque piano, il quale passa per una retta perperpendicolare ad un altro piano, come è rispetto a questo piano?*

R. Tutti i piani i quali passano per una retta perpendicolare ad un piano, sono perpendicolari a questo piano. Così (fig. 77) la retta HG essendo perpendicolare al piano AB, il piano

DC, e qualunque altro piano il quale passa per la retta HG, sarà perpendicolare al piano AB.

75. D. *Due angoli rettilinei i quali sono in piani diversi, ed hanno i lati rispettivamente tra loro paralleli, i piani che passano per detti angoli, come sono tra di loro?*

R. Sono benanche tra loro paralleli. Così (fig. 76) i due angoli MNO e PQR, sono ne' due piani AB e CD, ed hanno i lati MN ed NO rispettivamente paralleli a' lati PQ e QR, sarà il piano AB parallelo al piano CD.

76. D. *Se due piani che s' incontrano, sono tagliati obbliquamente da un terzo piano, la comune sezione de' primi, come è rispetto al terzo piano?*

R. È sempre obliqua al terzo piano. Così (fig. 88) i due piani CD, CF tra loro concorrenti nella retta CE, se vengono tagliati obbliquamente dal terzo piano AB, sarà CE obliqua al piano AB.

77. D. *Se due piani che s' incontrano, sono tagliati perpendicolarmente da un terzo piano, la comune sezione de' due primi, come è rispetto al terzo piano?*

R. È sempre perpendicolare al terzo piano. Così (fig. 88) se i due piani CD e CF, tra loro concorrenti nella retta CE, sono tagliati perpendicolarmente dal terzo piano AB, sarà CE perpendicolare al piano AB.

78. D. *Se tre piani s' incontrano tra loro ad angoli retti, le tre comuni sezioni, come saranno tra loro?*

R. Saranno tra loro perpendicolari. Così (fig. 88) se i tre piani CD, CF, AB s' incontrano perpendicolarmente, ed EF, ED, EC esprimono le tre comuni sezioni, saranno retti i tre angoli CED, CEF e DEF, ossia queste tre rette sono tra loro perpendicolari.

79. D. *Le comuni sezioni di due o più piani tra loro paralleli, con un terzo piano, come sono tra loro?*

R. Sono rette tra loro parallele. Così (fig. 76) i due piani AB, CD paralleli, tagliati da un terzo piano PMQN, le due rette MN, PQ che sono le comuni sezioni del piano PMQN con i due piani AB, CD, sono paralleli tra loro.

80. D. *Se una retta è perpendicolare ad uno de' due piani paralleli tra loro, come sarà all' altro piano?*

R. Sarà benanche perpendicolare all' altro piano. Così (fig. 76) la retta PM, supposto che sia perpendicolare al piano AB, poichè il piano AB è parallelo al piano CD; sarà la retta PM anche perpendicolare al piano CD.

81. D. *Se una retta è perpendicolare a due piani, come sono questi piani tra loro?*

R. Sono paralleli. Così (fig. 76) supposto che la retta PM sia perpendicolare a' due piani AB e CD, sarà il piano AB parallelo al piano CD.

CAPITOLO III.

Di alquante proprietà, spettante agli angoli solidi a' poliedri ed a corpi rotondi.

82. D. *Un angolo solido, il quale è contenuto da tre angoli piani, due di questi comunque presi, come sono per rispetto al terzo?*

R. Un angolo solido essendo contenuto da tre angoli piani, la somma di due qualunque angoli è sempre maggiore del terzo. Così (fig. 78) l'angolo solido S essendo contenuto da tre angoli ASB, ASC, CSB sarà; ASB + ASC > di CSB, ASB + CSB > di ASC ed ASC + CSB > di ASB.

83. D. *La somma di tutti gli angoli piani che contengono un angolo solido a chi è uguale?*

R. È sempre minore di quattro angoli retti. Così (fig. 78) l'angolo solido S, essendo formato da tre angoli piani ASB, ASC, CSB, la somma di tutti questi tre angoli è minore di quattro angoli retti.

84 D. *Se due angoli solidi, sono cinti da un egual numero di facce, o siano angoli piani, e ciascun angolo piano del primo angolo solido, non solo è uguale a ciascun angolo solido del secondo, ma sono disposti della stessa maniera, come saranno tra loro gli angoli solidi?*

R. Saranno tra loro uguali, e soprapposto l'uno all'altro combaceranno esattamente. Così (fig 89) siano A ed a, i vertici di due angoli solidi, ognuno de' quali sia cinto da tre angoli piani, in modo che, ciascuno del primo sia non solo uguale a ciascuno del secondo, ma eziandio disposti tra loro nella stessa maniera; cioè il primo angolo piano GAH uguale al primo gah del secondo, l'altro GAF sia uguale a gaf, finalmente FAH uguale ad fah; sarà l'angolo solido A uguale all'angolo solido a, e soprapposti l'uno all'altro combaceranno esattamente.

85. D. *Se di due piramidi triangolari, un angolo triedo di una, paragonato col corrispondente della seconda, sono cinti da triangoli uguali e similmente disposti, come saranno tra loro le piramidi?*

R. Le piramidi saranno uguali tra loro. Così (fig. 89) delle due piramidi triangolari ABCD, abcd se un angolo triedo qua-

lunque come A della prima, paragonato col corrispondente a della seconda, si trovano tutte e due cinti da angoli piani rispettivamente tra loro uguali ed ugualmente disposti, cioè l'angolo BAD = bad, BAC = bac, e DAC = dac, ed il triangolo BAD = bad, il triangolo BAC = bac, ed il terzo triangolo DAC = dac; sarà la piramide ABCD uguale alla piramide abcd.

86. D. *Se due piramidi qualunque, hanno le facce triangolari, appartenenti al vertice di una, di ugual numero, uguali e disposti nella stessa maniera, di quelle appartenenti all'altra, come sono tra loro le piramidi?*

R. Sono uguali tra loro le due piramidi.

87. D. *Due piramidi triangolari, le quali hanno un angolo tiedro della prima, uguale ad un altro della seconda; le due facce della prima rispettivamente uguali a quelle della seconda, ed unite nella stessa guisa, come sono tra loro?*

R. Sono uguali tra loro. Così (fig. 89) le due piramidi ABDC, abdc, avendo l'angolo tiedro di una formato dalle due facce BAD, BAC, uguale a quello delle due bad, bac dell'altra, le due prime facce rispettivamente uguali alle due seconde, ed unite nella stessa maniera, sarà la piramide ABDC uguale alla piramide abdc.

88. D. *Due prismi i quali hanno gli angoli triedri omologhi, formati da facce rispettivamente uguali, ed unite tra loro nella stessa guisa, come sono tra loro?*

R. Sono uguali tra loro.

89. D. *In qualunque parallelipipedo, come restano tra loro divise le diagonali?*

R. Le diagonali di qualunque parallelepipedo, restano tra loro divise per metà. Così (fig. 81) nel parallelipipedo A[illegible]FGH, tirate le diagonali AH, BG; sarà AI = IH e [illegible] nel cubo AH (fig. 82) avviene che AI = IH = B[illegible]

90. D. *Un prisma qualunque, il quale* [illegible] *piani tra loro paralleli, le figure dell*[illegible] *loro?*

R. Sono uguali. Così (fig. 90) il [illegible] posto che sia tagliato da due [illegible] base ABCDE, le due sezioni [illegible] loro.

91. D. *Due parallele*[illegible] *a base inferiore, e quelle su*[illegible]*, e comprese dalle stesse* [illegible]

R. Sono ugu[illegible]ipedi AG, A[illegible] avendo l'is[illegible] EG, IL nel[illegible]

stesso piano, e compresi dalle medesime parallele EM ed FL; sarà il parallelepipedo AG uguale all' altro AL.

92. D. *Due parallelepipedi i quali hanno le basi uguali; e la stessa altezza, come sono tra loro?*

R. Sono uguali tra loro. Così (fig.91) i due parallelepipedi AG, AL avendo le basi AH ed AM uguali, come altresì le due altezze EF e KI; sarà il parallelepipedo AG uguale all' altro AL (1).

93. D. *Se in una piramide si tira un piano, parallelo alla base, quale ne sarà la sezione, e come restano divisi i lati e l' altezza della piramide?*

R. La sezione sarà simile alla base, ed i lati e l'altezza della piramide, resteranno divisi in parti tra loro proporzionali. Così (fig.92) la piramide ABCDEF, essendo tagliata da un piano parallelo alla base, la sezione abcde sarà simile alla base ABCDE ed FA : Fa = FE : Fe, FE : Fe = FD : Fd, FA : Fa = FB : Fb, FB : Fb = FC, Fc, FC : Fc = FD : Fd.

94. D. *Tutte le proprietà da noi indicate per rispetto al prisma, a quale altro solido si possono applicare?*

R. Tali proprietà sono applicabili al cilindro, il quale si può considerare, senza errore sensibile, come un prisma la di cui base è un poligono d' infiniti lati infinitamente piccoli. Così la superficie curva cilindrica, sarà un composto d' infiniti parallelogrammi infinitamente piccoli.

95. D. *Tutte le proprietà da noi indicate per rispetto alla piramide, a quale altro solido si possono applicare?*

R. Tali proprietà sono applicabili al cono, il quale si può considerare, senza errore sensibile, come una piramide la cui base è un poligono d' infiniti lati infinitamente piccoli, e la superficie d[illegible] no sarà, un composto d' infiniti triangoli infinitamen[illegible]

96. [illegible] *tremo del raggio di una sfera, si fa passare u[illegible] dicolare, questo come sarà alla sfera?*

R. [illegible] erà tangente alla sfera. Così (fig.90) all' est[illegible] ggio AI della sfera ABCD, supposto che siasi [illegible] GAH perpendicolare al raggio AI; il piano GA[illegible] tangente alla sfera ABCD.

[illegible] *en misurato l' angolo sferico?*

[illegible] parallelepipedo, non solo le facce [illegible]
[illegible] anche si può considerare qualunque [illegible]
[illegible] endicolare alla detta base [illegible]
[illegible] llelepipedi AG, AL [illegible]
[illegible] guenza le altezze sono [illegible]

R. Qualunque angolo sferico, è misurato dall' arco di cerchio massimo perpendicolare al raggio, che passa pel detto angolo, e che vien determinato dal prolungamento de' due archi dell' angolo sferico; ed è lo stesso che l' angolo d' inclinazione de' due piani, che passano per i lati dell' angolo. Così (fig. 90) l' angolo sferico BAE, è misurato dall' arco BE del cerchio massimo perpendicolare ad AI, il quale arco misura benanche l'angolo BIE che dinota l' inclinazione de' piani che passano per i due archi AB ed AE.

CAPITOLO IV.

Problemi relativi alle esposte verità.

Problema I. Da un punto dato in sublime, abbassare la perpendicolare sopra un piano dato.

Sia A il punto dato in sublime (fig. 91) ed LM il piano sottoposto. Si tiri nel piano LM una linea retta BC sulla quale si abbassa dal dato punto A la perpendicolare AD (Geo. pia. probl. III.°); se questa è anche perpendicolare al sottoposto piano LM, si sarà risoluto il problema. Che se poi non lo è, dal punto D si elevi sulla BC, nel piano LM, la perpendicolare DF (Geo. pia. probl. II.°), e su di questa si abbassi dal punto A la perpendicolare AF; sarà la linea retta AF anche perpendicolare al piano LM.

Problema II. Condurre una perpendicolare ad un piano, da un punto dato in esso.

Sia A (fig. 92) il punto dato nel piano LM, dal quale si deve condurre una perpendicolare al piano. Si concepisca un altro punto B in sublime, dal quale si abbassi, giusta il problema precedente, sul piano LM la perpendicolare BC, si tiri dal punto A la AD parallela a BC (Geo. pia. probl. VI°); sarà la linea retta AD perpendicolare al piano LM.

Problema III. Per una retta data, far passare un piano parallelo ad un piano dato.

Sia PQ la retta data (fig. 76) ed AB il piano, fa d' uopo far passare per PQ un piano parallelo al piano AB.

Si tira nel piano AB la retta MN parallela a PQ, e di poi si tira la retta No che sia ad angolo colla MN. Da un punto Q qualunque della retta PQ, si tira Qr parallela ad No; il piano che passa per le due rette PQ e Qr sarà il piano cercato.

Problema IV. Per una retta far passare un piano perpendicolare ad un piano dato.

Sia PQ la retta ed AB (fig. 76) il piano, fa d'uopo far passare per la retta PQ un piano perpendicolare al piano AB.

Da un punto P qualunque della retta PQ, si abbassa la perpendicolare PM al piano AB; il piano che passa per PQ e PM sarà il piano cercato.

Problema V. Da un punto fuori di un piano, tirare una retta la quale faccia col piano un angolo dato.

Sia AB il piano e C il punto dato (fig. 93), fa d'uopo tirare una retta dal punto C, la quale faccia col piano AB, un angolo uguale all'angolo dato DEF.

Si abbassi dal punto C la perpendicolare CG al piano AB; si tagli DE uguale a CG, si elevi dal punto D la DF perpendicolare a DE, e dal punto G la GH perpendicolare a CG, e giacente nel piano AB, si tagli GH uguale a DF; congiunto CH; sarà questa la retta cercata.

Si osservi che dal punto G, nel piano AB, si possono tirare infinite perpendicolari alla CG, in conseguenza infinite rette si possono tirare dal punto C, le quali fanno col piano AB un angolo dato.

Problema VI. Dati tre angoli piani, la cui somma è minore di quattro angoli retti, e due de' quali comunque presi son maggiori del terzo, costruire l'angolo solido.

Siano i tre angoli piani ABC, DEF, GHK (fig. 94), fa d'uopo costruire un angolo solido, il quale si componga di tre angoli uguali ad ABC, DEF, GHK.

Si tagliano uguali le AB, BC, DE, EF, GH, HK; e si uniscano le AC, DF, GK. Si potrà costruire un triangolo con tre linee rette uguali alle rette AC, DF, GK (Geo. pia. prob. XIII), si costruisca e sia LMN il triangolo, in modo che AC sia uguale ad LM, DF ad MN e GK ad LN; poi si circoscriva al triangolo MNL il cerchio MPLN (Geo. pia. prob. XXIV), e si ritrovi il centro X di questo cerchio. Si congiunga LX e dal punto X si elevi XR perdendicolare al piano del cerchio LMN. Indi si descrive sopra di AB il semicerchio ACB, e si adatti BC = ad LX, si congiunga CA, e si taglia XR uguale a CA, congiunte le rette RM, RN, RL; sarà l'angolo solido in R, quello che ha i tre angoli MRL, LRN, MRN, uguale a' tre angoli dati ABC, DEF, GHK

Problema VII. Ad una data linea retta, e ad un punto dato in essa, costruire un angolo solido uguale ad un angolo solido dato, il quale sia contenuto da tre angoli piani.

Sia data la linea retta AB (fig. 95) ed in essa il punto A, e sia anche dato l'angolo solido in a, il quale è contenuto da tre angoli piani bac, bad, dac; fa d'uopo costruire alla data li-

nea retta AB, e nel punto A, un angolo solido uguale all'angolo solido a.

Si prenda in uno de'lati, ad, del dato angolo solido, un punto d, dal quale si abbassi la perpendicolare, df, sul piano dell'angolo bac, che tra quelli i quali comprendono l'angolo solido dato, è l'opposto al lato ad: poi per lo punto d'incontro f si tiri comunque nel piano dell'angolo bac, la linea retta bec, che incontri i lati ab, ac di un tal angolo, ne' punti b, c. Si costruisca al punto A della retta AB l'angolo BAC uguale all'angolo bac (Geo. pia. probl IV), si tagliano le BA, AC uguali a'lati ba, ac, si unisca BC, e si tagli BF = bf; ed elevata dal punto F la FD perpendicolare al piano ABC, si tagli FD = fd, si congiunga AD, l'angolo solido in A è uguale all'angolo solido in a, ed i suoi tre angoli che lo compongono, cioè BAC, BAD, DAC sono uguali a' tre angoli bac, bad, dac.

Problema VIII. Descrivere un parallelepipedo, simile e similmente posto, ad un altro parallelepipedo dato, e che abbia per uno de' suoi lati, una data linea retta.

Sia data la linea retta AB (fig. 96) ed il parallelepipedo CD; fa d'uopo descrivere un parallelepipedo simile e similmente posto al parallelepipedo CD, e che abbia per uno de'suoi lati la linea retta AB.

Alla linea retta AB ed al punto A dato in essa, si costruisca un angolo solido uguale all'angolo solido in C, e sia l'angolo KAB uguale a GCE, l'altro HAK uguale ad FCG, ed il rimanente HAB ugnale ad FCE. Di poi si faccia come CE : CG = BA : AK, e come GC : CF = KA : AH: finalmente si compiano i parallelogrammi BK, HK, HL, LB, AM, KL; sarà il parallelepipedo AL uguale al parallelepipedo CD.

Problema IX. Da un punto della superficie sferica, tirare un piano tangente alla sfera.

Sia data la sfera ABCD, ed il punto M sulla sua superficie (fig. 97), fa d'uopo far passare per detto punto M un piano tangente alla sfera.

Supposto che E dinoti il centro della sfera, congiunto ME e dal punto M tirata la MN perpendicolare ad ME, ogni piano che passa per MN, e che è perpendicolare ad ME, ossia la tangente al cerchio ADBC; è un piano tangente alla sfera ABCD; e perchè questi piani sono infiniti, così infiniti piani tangenti alla sfera si possono far passare pel punto M.

Problema X. Da un punto dato fuori una sfera, tirare un piano tangente alla sfera.

Sia N il punto dato dato (fig. 97), ed ABCD la sfera, fa d'uopo far passare pel punto N un piano tangente alla sfera.

Supposto che E dinoti il centro della sfera, dal punto N si tira la tangente NM al cerchio ABCD (Geo. pia. prob. XXI), il quale dinoti un cerchio qualunque della sfera, ogni piano che passa per MN perpendicolarmente ad ME, è un piano tangente della sfera; e poichè infiniti son questi piani perpendicolari ad ME, così infiniti sono i piani tangenti alla sfera i quali passano pel punto N.

Problema XI. Dato una retta ed una sfera, far passare per la retta un piano tangente alla sfera.

Sia NQ la retta ed ABCD la sfera (fig. 97), fa d' uopo far passare per NQ un piano tangente alla sfera ABCD.

Si prendano nella retta NQ due punti qualunque N, e Q da'quali si tirano le tangenti NM, NS, QR, QO, ad un cerchio ACDB qualunque della sfera, ed allora il piano che passa per NM e PQ, per NS e PQ, per QR PQ, per QO PQ tutti sodisfano al problema. E poichè l'istessa costruzione si può ripetere per gl' infiniti cerchi che compongono la sfera, così vi sono infiniti piani tangenti alla sfera che passano per la retta data.

CAPITOLO V.

Misure delle superficie de' poliedri.

98. D. *Come si ottiene la superficie d'un poliedro qualunque?*

R. La superficie d' un poliedro, essendo un'aggregato di più superficie piane finite, non vi è dubbio, che determinandosi l' aja di ciascuna di queste superficie, secondo quello che si è detto (Geo. pia. capitolo X.) colla loro somma si ottiene la totale superficie del poliedro.

Or perchè l'area di una superficie piana, si ha diversamente moltiplicando due sue dimensioni; se dunque le superficie che compongono un poliedro sono molte; è chiaro che per averne la superficie totale, bisogna solamente sommare molti prodotti. E siccome più prodotti, qualora hanno un fattore comune, la somma si può esprimere con un sol prodotto, del quale un fattore è quello comune, e l'altro è la somma de'fattori disuguali; così bisogna osservare, se ne'prodotti che dinotano le superficie parziali, delle quali si compone quella di un dato poliedro, vi sia qualche fattore comune, nella quale ipotesi, assai più facilmente si troverà la totale superficie, ed in caso contrario conviene seguire il metodo generale sopra indicato. Esporremo intanto il metodo che si usa per conoscere le superficie de' poliedri di cui si è discorso nel capitolo I. di queste nozioni.

99. D. *A chi è uguale la superficie del prisma retto a basi parallele?*

R. La superficie laterale, di un prisma retto a basi parallele è uguale al prodotto del perimetro della sua base per l'altezza.

Sia ABCDEFGHIK (fig. 79) un prisma retto a basi parallele, la sua superficie sarà uguale (AE + ED + DC + CB + BA) × CH.

Se il prisma fosse un cubo, la totale superficie, essendo formato da sei quadrati uguali, se si chiama A il lato di uno di essi, la loro somma sarà espressa da 6 A, che moltiplicata per l'altezza del prisma, sarà A × 6 A il quale prodotto è la superficie del cubo (1).

100. D. *A chi è uguale la superficie d'un prisma obliquo a basi parallele?*

R. La superficie laterale, di un prisma obliquo a basi parallele, è uguale al prodotto del perimetro della sezione perpendicolare a' lati paralleli, per uno di questi lati.

Sia A'K' (fig. 79) il prisma obliquo, se si fa tagliare da un piano perpendicolare a' lati paralleli, e la sezione sia RSTVZ; la sua superficie sarà uguale B'K' moltiplicato per (VR + RS + ST + TV + VZ) in dove le rette rinchiuse tra parentesi, formano il perimetro della sezione prodotta nel prisma dal piano perpendicolare, e B'K' è uno de' lati paralleli.

Riguardo a' prismi a basi non parallele, vale ciò che si è detto, per la misura delle superficie appartenenti a qualunque poliedro.

101. D. *Come si ottiene la superficie della piramide intera, e della piramide tronca?*

R. La superficie laterale di una piramide intera, qualora le perpendicolari, (che altrimente son pur chiamate *apoteme*), le quali si abbassano dal vertice del solido, su i lati della base, e che dinotano le altezze de' triangoli componenti la piramide, sono uguali; si ottiene moltiplicando il perimetro della base per una sola apotema. Così (fig. 78) la superficie laterale della piramide SACB, è uguale ad (AC + CB + AB) × SD supposto che le tre apoteme sono uguali.

Qualora poi le apoteme non sono uguali, per ottenere la superficie laterale della piramide, bisogna sommare le superficie de' triangoli che la compongono, e la somma sarà la superficie domandata.

La superficie laterale di una piramide tronca a basi paral-

---

(1) Tralasciamo di assegnare de' valori numerici a tutti i solidi, avendolo ciò praticato nella misura delle superficie piane.

lele, qualora i trapezj hanno l'istessa altezza, è uguale al prodotto della semisomma de' perimetri delle due basi, per l' altezza di uno de' detti trapezj. Così (fig. 83) la superficie laterale della piramide tronca a basi parallele ABCDEabcde, è uguale ad $\frac{1}{2}$ (AB + BC + CD + DE + EA + ab + bc + cd + de + ea) moltiplicato per am, che si suppone essere l'apotema di un qualunque trapezio per esempio AEae.

Se i trapezj non hanno eguali altezze, la superficie si calcolerà, col metodo generale, indicato per tutti i poliedri, cioè sommando la superficie di tutti i trapezii.

CAPITOLO VI.

Misure delle superficie curve.

102. D. *A chi è uguale la superficie curva del cono retto?*

R. La superficie curva del cono retto, è uguale al prodotto della curva della base, per la metà del lato del cono.

Esprima p. e. SBDC un cono retto (fig. 85), la sua superficie, è uguale alla circonferenza CDBE della sua base, moltiplicata per la metà di SB ch' è uno de' suoi lati.

103. D. *A chi è uguale la superficie curva del tronco conico a basi parallele?*

R. La superficie curva, del tronco conico a basi parallele, è uguale al prodotto della semisomma delle circonferenze delle due basi, pel lato del tronco; o pure è uguale al prodotto della circonferenza della sezione media, per l' istesso lato,

Esprima SBDC un cono retto (fig. 85.) Avendo tagliato il cono con un piano parallelo alla sua base, si supponga che la sezione prodotta sia rappresentata dal cerchio il di cui raggio è Fm. La superficie del tronco conico DECGFH è uguale $\frac{1}{2}$ (circonf. rag. CA + circonf. rag. Fm) × BH, o pure è eguale alla circonferenza del raggio nI, media tra la circonferenza che ha per raggio CA, e quella che ha per raggio Fm, moltiplicata per BH.

104. D. *A chi è uguale la superficie curva del cilindro retto?*

R. La superficie curva del cilindro retto, è uguale al prodotto della circonferenza della sua base, per la sua altezza, o sia pel suo lato.

Sia DHPCGQ (fig. 86) un cilindro retto, si otterrà la sua

superficie, moltiplicando la circonferenza FGC della sua base, per il suo lato CD.

105. D. *A chi è uguale la superficie curva del cilindro obliquo a basi parallele?*

R. La superficie curva d'un cilindro obliquo, a basi parallele, è uguale alla curva della sezione perpendicolare al lato, moltiplicata per questo stesso lato.

Esprima A'B'C'D'E'F' un cilindro obliquo a basi parallele (fig. 86.)

Avendo tagliato questo cilindro con un piano perpendicolare al lato, e supposto che la sezione del cilindro, sia mnpq la superficie intera del cilindro, sarà uguale alla curva mnpq moltiplicata per il lato A'B'.

106. D. *A chi è uguale la superficie di una sfera?*

R. La superficie di una sfera, è uguale al prodotto della circonferenza del cerchio massimo, pel diametro della sfera, o pure per essere il diametro quadruplo della metà del raggio, è eguale a quattro cerchi massimi. Così la superficie della sfera ABDE (fig. 87) è uguale alla circonferenza del cerchio massimo AMB, moltiplicata per AB, o che val l'istesso è uguale a quattro volte il cerchio massimo AMB.

107. D. *La superficie della berretta e della zona sferica, a chi è uguale?*

R. La superficie della berretta, non meno che quella della zona sferica, ciascuna è eguale al prodotto della circonferenza del cerchio massimo della sfera, per l'altezza corrispondente.

Così la superficie della berretta sferica HANEBI (fig. 87) è uguale alla circonferenza ABM moltiplicata per l'altezza QE; e la superficie della zona sferica FHPIG, è uguale alla circonferenza AMB moltiplicata per la sua altezza QO.

108. D. *Come si ha la superficie curva di uno spigolo sferico?*

R. La superficie curva di uno spigolo sferico, sta a quella della sfera, come l'arco di cerchio massimo dello spigolo, sta alla sua circonferenza.

Col detto rapporto si può, con un quarto proporzionale, trovare la superficie curva di qualunque spigolo sferico.

109. D. *Data la sfera, ed i tre angoli di un triangolo sferico, come si desume la superficie di questo?*

R. La superficie d'un triangolo sferico, formata d'archi di cerchi massimi, sta alla superficie della sfera, come la somma degli angoli del triangolo sferico, minorata di due retti, sta ad otto angoli retti.

Dati adunque i tre angoli del triangolo sferico, e la sfera; si può con un quarto proporzionale, determinare la superficie del triangolo sferico.

CAPITOLO VII.

Misura de' volumi de' poliedri, e de' corpi rotondi.

110. D. *Come si misurano i solidi in generale?*

R. Si misurano i solidi in generale, per metri; per tese cube; e per parti di canne, di metri e di tese cubiche. Il metro cubo ha 10 decimetri di altezza, sopra 10 di larghezza e 10 di spessezza. Per avere la sua solidità in parti di metro, bisogna moltiplicare la larghezza per l'altezza, ed il prodotto moltiplicarlo per la lunghezza; così 10 per 10 da 100, e 100 moltiplicato per 10 da 1000 decimetri cubi, che contiene il metro cubo. Ciascun decimetro si suddivide in centimetri o in millimetri ec.

Lo stesso è per la tesa cuba, essa contiene 1728 pollici cubi. Il pollice cubo si divide in 1728 linee cube, la linea cuba si divide in 1728 punti cubi ec.

La canna cuba si divide in 512 palmi cubi, il palmo cubo si divide in 1728 once cubiche ec.

111. D. *A chi è uguale il volume di un parallelepipedo?*

R. Il volume di un qualunque parallelepipedo, è uguale al prodotto della superficie della sua base nell' altezza.

Sia ABCDEFGH un parallelepipedo (fig. 81) le cui dimensioni della base, siano AB=6 tese 5 piedi 8 pollici, e BD=5 tese 4 piedi 6 pollici, e la sua altezza AE sia uguale 4 tese 3 piedi 9 pollici. Per fare l'operazione, si possono ridurre le tre dimensioni in pollici, e si scriverà 500 pollici da moltiplicarsi per 414 pollici, ciò che dà per prodotto 207000 pollici, e moltiplicato per 333, si hanno 68931000 pollici cubi. Per avere i piedi cubi si divide questo prodotto per 1728, si avrà per quoziente 39890 piedi cubi, e 1080 pollici cubi. E volendo conoscere le tese si divide questo quoziente per 216, e si hanno 184 tese, 146 piedi, 1080 pollici cubi. Dunque il volume del parallelepipedo proposto è di 184 tese cube, 146 piedi cubi, 1080 pollici cubi.

Se le dimensioni del solido, sono date in canne, e parte di canne; si riducono tutte ad once, ed il risultato delle moltiplicazioni, si divide prima per 1728, e poi per 512.

112 D. *Come si ottiene il volume di un prisma a basi parallele?*

R. Il volume di un prisma con basi parallele, si ha moltiplicando la base per l' altezza. Il volume adunque del prisma ABCDEFGHIK (fig. 79) è uguale alla superficie della base ABCDE moltiplicata per l' altezza. Così supposto essersi misurata la base (Geo. pia. cap. X §. 128), e trovata di 160 palmi

quadrati, se l'altezza MN è di 6 palmi, si avrà per la misura del volume del prisma, $6 \times 160 = 960$ palmi cubi.

113. D. *Come si ha il volume di una piramide?*

R. Il volume di una piramide qualunque ABCDES (fig. 83) si ottiene moltiplicando la sua base ABCDE, per la terza parte dell'altezza SM.

114. D. *A chi è uguale il volume di una piramide tronca con basi parallele?*

R. Il volume di una piramide tronca con basi parallele ABCDEabcde (fig. 83) è uguale al prodotto della somma delle due basi ABCDE, abcde, più la loro media proporzionale, nella terza parte dell'altezza S'M. Supponiamo adunque che la superficie del poligono ABCDE, sia eguale 60 palmi quadrati, e quella del poligono abcde, sia uguale 80 palmi quadrati, la media proporzionale tra queste due superficie, sarà $\sqrt{60 + 80}$, la perpenpendicolare S'M supposto che sia uguale 20 palmi; il volume della piramide tronca suddetta; sarà uguale $\left(60 + 80 + \sqrt{60 \times 80}\right) \frac{20}{3}$.

115 D *Come si ha il volume di un prisma triangolare con basi non parallele?*

R. Il volume di un prisma triangolare, con basi non parallele, si ha moltiplicando una delle due basi, per la terza parte della somma delle tre altezze, o siano perpendicolari abbassate dai tre angoli dell'altra base, sulla prima.

Così nel prisma triangolare a basi non parallele A'B'C'D'E'F' (fig. 80) essendosi abbassate le tre perpendicolari D'm, E'm, F'm, da'vertici D', E', F' della base superiore sull'altra base; il volume di questo solido, sarà uguale alla base ABC moltiplicata per $\frac{1}{3}$ (D'm + E'm + F'm.)

116. D. *Come si ottiene il volume di un poliedro qualunque?*

R. Qualunque sia un poliedro, potendosi dividere in piramidi, ritrovando i volumi di queste, indi sommandoli, si otterrà quello del dato poliedro: se la divisione può eseguirsi talmente, che i prodotti, esprimenti i volumi delle piramidi parziali, abbiano un fattore comune, si potrà l'operazione rendere più facile, perchè si dovrà eseguire una sola moltiplicazione, ed una sola somma.

117. D. *A chi è uguale il volume del cono?*

R. Il volume di un cono, è uguale al prodotto della base nella terza parte dell'altezza. Supposto adunque essere di 20

palmi l'altezza SA del cono SCDB (fig. 85), ed il raggio della sua base di 7 palmi; la superficie di questa base, sarà uguale a 154 palmi quadrati (cap. X geo. pia. §. 131), e quindi il volume del cono sarà uguale $154 \times \frac{20}{3} =$ palmi cubici.

118. D. *A chi è uguale il volume di un tronco conico a basi parallele?*

R. Il volume di un tronco conico a basi parallele, è uguale a' volumi di tre coni, che hanno la stessa altezza del tronco, e le basi sono la base maggiore del tronco, la base minore, e la terza è media proporzionale tra queste due. Così nel tronco conico FGHIBCDE (fig. 85) supposta l'altezza MA di 4 palmi, e le superficie de' due cerchi basi FGHI, BCDE, uguali l'una a 80 palmi quadrati, e l'altra a 90 palmi quadrati, i tre coni di cui si è parlato poc'anzi, avranno per misura $80 \times \frac{4}{3}$, $90 \times \frac{4}{3}$, $(\sqrt{80 \times 90}) \times \frac{4}{3}$; ed il volume del tronco conico, sarà uguale $(80 + 90 + \sqrt{80 \times 90}) \times \frac{4}{3}$ palmi cubi.

119. D. *Come si ottiene il volume del cilindro?*

R. Il volume del cilindro, si ha moltiplicando la base per l'altezza. Sia FGCEHD (fig. 86) un cilindro a base circolare, il suo volume, sarà uguale alla superficie del cerchio FGC, moltiplicato per la sua altezza AB.

120. D. *Il volume di una sfera a chi è uguale?*

R. Il volume di una sfera, è eguale alla sua superficie, moltiplicata per la terza parte del raggio.

Sia DAEB una sfera (fig. 87) il di cui raggio sia di 7 palmi, la sua superficie essendo eguale a quattro cerchi massimi (Geo. soli. §. 106) la superficie del cerchio il di cui raggio è di 7 palmi, essendo uguale a 154 palmi quadrati (cap. X geo. pia. §. 131) sarà dunque uguale a $4 \times 154 = 616$ palmi quadrati, e quindi il volume di essa sfera, sarà uguale $616 \times \frac{7}{3}$ palmi cubi.

121. D. *A chi è uguale il volume del settore sferico?*

R. Il volume del settore sferico: è uguale alla superficie della corrispondente berretta sferica, moltiplicata per la terza parte del raggio della sfera.

Nel settore sferico HCID (fig. 87) supposta l'altezza della berretta di 4 palmi, ed il raggio della sfera di 7 palmi, essendo la superficie della berretta sferica, uguale alla circonferenza del cerchio massimo, moltiplicata per la sua altezza (Geo. sol. §. 107) sarà uguale $\frac{22}{7} \times 14$, ch'è la circonferenza del cerchio del raggio 7, (Geo. pia. cap. VIII §. 119) moltiplicato per 4, ch' è l'altezza della berretta. Effettuata la moltiplicazione, si ha per la superficie della berretta sferica, 176 palmi quadrati, la quale moltiplicato per la terza parte del raggio della sfera, ossia per $\frac{7}{3}$, si ha $176 \times \frac{7}{3}$ palmi cubi, pel volumedel settore HCID.

122. D. *A chi è uguale il volume dello spigolo sferico?*

R. Riguardo al volume dello spigolo sferico, siccome per quel che si è detto (Geo. sol. cap. 1. §. 52) la sua generazione non differisce in altro da quella della sfera, se non che in questa, un punto della mezza circonferenza, descrive l'intera periferia, e nello spigolo un suo arco; così il rapporto tra i due volumi, essendo lo stesso di quello tra l'intera circonferenza, ed il detto arco se tale rapporto p. e. fosse di 6:2, ed il volume della sfera fosse uguale a 140 palmi cubi; il volume dello spigolo sferico sarebbe uguale a $140 \times \frac{2}{6} = \frac{280}{6}$ palmi cubi.

123. D. *A chi è uguale il volume di un segmento sferico?*

Il volume di un segmento sferico, pareggia quello di un cilindro, la di cui base circolare ha per raggio l'altezza del segmento, e per altezza la differenza che passa tra il raggio e la terza parte dell'altezza del segmento.

Nel segmento sferico HDI (fig. 87) supposto che l'altezza sia di 6 palmi, ed il raggio della sfera di 9 palmi, la differenza di esso raggio dalla terza parte dell'altezza del segmento sarà 7. Il volume del segmento, sarà perciò uguale ad un cilindro, il di cui raggio della base circolare è 6, e la di cui altezza è 7. E poichè il volume del cilindro è uguale alla superficie del cerchio base moltiplicato per l'altezza (Geo. sol. §. 119), è dunque uguale $\frac{22}{7} \times 36$ che dinota la superficie del cerchio base (Geo. pia. cap. X. §. 131) moltiplicato per $7 = 792$ palmi.

cubi. Il quale valore sarà quello spettante al volume del segmento HDI.

124. D. *Il volume di un segmento sferico a basi parallele, chi ha per misura?*

R. Il volume di un segmento sferico a basi parallele, ha per misura, il prodotto della semisomma delle due basi, nell'altezza del segmento, più la sfera il cui diametro è la detta altezza.

Sia FHIG un segmento sferico a basi parallele (fig 87).

Supposto essere la superficie HPI di 40 palmi quadrati, l'altra FKG di 25 palmi quadrati, e la sua altezza QO di 4 palmi il volume di esso segmento sferico, sarà dunque uguale $\frac{1}{2}(40+25)\times 4+$ la sfera il di cui diametro è 4.

CAPITOLO VIII.

Talune applicazioni relative alle esposte nozioni di geometria solida.

Problema I. Si vuol misurare un muro, la di cui lunghezza è di 66 piedi, la larghezza di 4 piedi, e la spessezza di tre piedi.

Come questo muro, può considerarsi come un parallelepipedo, le di cui basi, sono le due facce del muro, e l'altezza è la spessezza del muro; così si otterrà la misura dimandata moltiplicando 66 per 4 e per 3 (cap. VII §. 111) = cioè a 792 piedi cubi.

Problema II. Si vuol misurare la capacità di un pozzo, sia a base quadrata, sia a base circolare. Se il pozzo è a base quadrata, esso può considerarsi come un prisma, e se la base è circolare, come un cilindro; ed in ambedue i casi, si avrà la capacità, moltiplicando la superficie della base per l'altezza. Così supposto che il pozzo sia profondo 10 palmi, e la sua base, ossia il fondo, sia un quadrato il cui lato è palmi; moltiplicando 10 pel quadrato di 20 si ha 4000 palmi cubi, ch'è la capacità di esso pozzo. Se il fondo è circolare, si misurerà prima il raggio, e quindi si dedurrà la superficie del cerchio, la quale moltiplicata per la profondità, il prodotto darà la capacità dimandata.

Ove poi si volesse conoscere, di quante botte d'acqua è capace il pozzo, si avrà presente che le botti che si usano in Napoli, sono della capacità di 28 palmi cublci. Ogni canna cubica fa perciò 17 botte, 11 barile e $9\frac{1}{4}$ caraffe. Se dunque si ha la ca-

pacità di un recipiente qualunque, ridotta a palmi cubici, divisa essa per 28, il quoziente indicherà il numero delle botte Napoletane, di cui è capace il dato recipiente.

125. Nella misura del legname, ben di rado si presenta l'occasione d'averlo sotto una forma regolare, da poterlo riguardare come un solido, della natura di quelli finora esposti; e poichè il legname da misurarsi, e che si mette in commercio, si presenta o tondo, come si taglia cioè nel bosco, o squadrato; così indicheremo in entrambi i casi il metodo da doversi seguire per dedurne la misura.

126. Nel caso in cui il legname si presenta non squadrato, lo che si dice essere ancora in *brutto*, si può allora considerare ogni albero come un cilindro, che ha per lato la lunghezza dell'albero, e per base un cerchio, il di cui diametro è uguale alla semisomma de' diametri che sono agli estremi dell'albero. Sia dunque M un'albero da misurarsi (fig. 98), bisogna prendere la semisomma de' due diametri AB, a b, e questa darà il diametro medio dell'albero; e dedottone la superficie del corrispondente cerchio, se questa si moltiplica per la lunghezza Aa, il prodotto ridotto in piedi cubici, darà la misura domandata.

127. Il legname squadrato poi, ha la forma di un parallelepipedo, e per misurarlo, bisogna moltiplicare la lunghezza del pezzo, per la sua base, ossia per la larghezza ed altezza.

Problema III. Sia adunque da misurarsi un pezzo di legname M (fig. 98) il di cui diametro AB = 16 pol. ed ab = 8, la lunghezza Aa = 20 piedi. Il diametro medio che serve di base al solido da misurarsi, sarà uguale $\frac{1}{2}\left(16+8\right) = 12$ pol. e poichè la superficie del cerchio del diametro di 12 pollici, è = 452 pollici circa che, moltiplicata per 20, il prodotto 9040 pollici cubici; sarà la misura cercata.

Il legname si misura a *carro* ed a *felle*, ogni carro è = 36 piedi cubici = 5184, pollici cubi; ed ogni fella è la 12 parte del carro, uguale cioè a 2 piedi cubici = 432 pollici cubici. Se dunque dividiamo il numero 9040 per 432, il quoziente; sarà il numero delle felle, che comprende il dato pezzo del legno proposto.

Problema IV. Sia da misurarsi un pezzo di legno squadrato, la di cui altezza sia 18 pollici, 32 la larghezza, e 20 piedi la lunghezza. Si moltiplichi 18 per 32 e per 30, il prodotto 17280 diviso per 5184 (numero di pollici cubi contenuti da un carro) dà per quoziente 3 carri ed il residuo 1728, il quale diviso

per 432 (numero di pollici cubi che contiene una fella) dà per quoziente 4. Sicchè il dato pezzo sarà 3 carri e 4 felle.

128. Per misurare la solidità d'un corpo irregolare, vi è un metodo pratico assai facile.

Si metta il solido proposto in un vaso, s'è piccolo, o in un recipiente più grande, come una vasca di figura regolare, e sia un parallelepipedo un cilindro un prisma qualunque, se il corpo è grande; si riempie in seguito d'acqua, indi si toglie il corpo fuori del recipiente, e si osserva di quanto si è abbassata l'acqua; si misura esattamente il volume della parte del recipiente che trovasi vuoto, per l'abbassamento dell'acqua; questo volume sarà presso a poco, uguale a quello del corpo solido immerso nel recipiente.

Così supponendo essersi immerso un corpo irregolare qualunque, in una vasca di figura parallelepipeda, la di cui base sia di 10 piedi di lunghezza e 4 di larghezza. Riempita la vasca d'acqua, e tolto di poi il corpo immerso, si vede che l'acqua abbassa per esempio di 2 piedi; sarà dunque il volume del detto corpo, uguale a quello di un parallelepipedo, che ha per base quella stessa della vasca, e per altezza 2 piedi, ciòè sarà uguale $10 \times 4 \times 2 = 80$ piedi cubici.

CAPITOLO IX.

De' principali istrumenti che bisognano per eseguire sulla carta le costruzioni geometriche, e loro usi.

Nelle soluzioni de' problemi esposti nel capitolo IX delle nozioni di geometria piana, e capitolo IV delle nozioni di geometria solida, si è osservato, che per eseguirli sul foglio di disegno, basta solo saper condurre una retta fra punti assegnati, e descrivere un cerchio di dato raggio. Gl' istrumenti quindi essenziali per tanto effettuire, sono il compasso ordinario e la riga. Epperò poichè altri pur ve ne sono, che non poco agevolano la costruzione di parecchi problemi, come sarebbero il compasso di proporzione, il quadrante riportatore, e la squadra; così discorreremo di tutti questi strumenti enumerati, e ne mostreremo il loro uso. Prima però è mestieri discorrere della scala geometrica.

129. D. *Cosa è la scala geometrica?*

R. Qualunque disegno nel generale, dev' essere accompagnato da una nota, che dimostra in qual proporzione sia la figura coll' originale, a fin di averne un' esatta idea, e poter al bisogno riprodurre l' originale medesimo. Quest' è

il vero senso che si deve dare, allorchè si sente che una pianta è disegnata, secondo il rapporto di una linea per tesa, di un centimetro per metro, o in qualunque altra guisa. Si può dire più semplicemente, che la pianta è disegnata nella scala d' un centesimo, oppure d' un millesimo ec. e ciò vuol indicare che tutte le linee prese sulla pianta, debbono essere cento volte, o mille volte più grandi, per rappresentare la lunghezza di cui esse offrono la figura. Ma il più delle volte, si preferisce di unire al disegno una scala, formata d' una linea retta divisa in parti uguali, ciascuna divisione della quale è numerata, ad oggetto d' indicare quanto una lunghezza presa sopra la pianta, vale in piedi, in tese, in metri ec. Così (fig. 99) AB è una scala, o che val lo stesso, è la grandezza che deve occupare sulla carta un dato numero di metri, di tese, o di palmi, e per esempio, uguale a dieci. Si divide primieramente questa linea in due parti uguali, di cui ognuna offrirà 5 metri o 5 tese; indi suddividesi ciascuna metà in cinque parti, e si avrà la grandezza che dovrà occupare un metro, o una tesa; finalmente si divide in sei parti lo spazio lineare che rappresenti una tesa, e risulteranno i piedi; o pure sarà fatta in dieci la divisione se trattasi di metri, e si avranno i decimetri. Ed allora volendosi per esempio 4 metri e 6 decimetri, si porterà una delle parti del compasso che qui appresso descriveremo, sopra la cifra 4, e l'altra sulla sesta divisione presa al di là dello zero.

130. D. *Cosa è il compasso così detto ordinariamente, e cosa è il tiralineo?*

R. Il compasso è un istrumento, con cui si descrivono i cerchi, e si misurano le lunghezze. Ve n' ha di varie sorte, ma quelli che a noi interessa di conoscere, sono il compasso ordinario e quello di proporzione. Il compasso ordinario è formato di due aste di ottone, terminate in punte di acciajo, e congiunte ad una estremità in un nodo, o una cerniera, che dicesi testa del compasso, mediante la quale le due aste si aprono e si chiudono, arrestandosi con dolcissimo fregamento, le punte ove occorre. I due pezzi sono riuniti mediante un perno, ed una rotella a vite, che può stringersi a piacere, per regolare lo sfregamento. Le aste del compasso sono prismatiche triangolari; in ambedue, una faccia è rivolta internamente; sicchè combaciono per tutta la loro lunghezza, quando il compasso è chiuso; esse vanno assottigliandosi sempre più, finchè terminano in una punta di acciaro temperato: sono perfettamente uguali in lunghezza, grossezza e figura; verso la metà delle due facce opposte vi è un piccolo incavo, ad oggetto di

stringere, ed aprire il compasso facilmente. Chiamasi questo compasso a punte secche, ed è lungo da 10 a 12 centimetri.

V'è un'altro compasso della lunghezza ordinariamente di 16 a 18 centimetri, una delle cui aste è a punte di ricambio; la punta di acciaro che la termina, invece d'esser saldata all'asta, è conformata ad una estremità in guisa, da poter entrare in un foro praticato nell'asta di ottone, dello stesso calibro, e che mediante una vite di pressione, si fissa la punta all'asta. Nella stessa guisa può sostituirsi alla punta, un fusto colla matita (lapis) per descrivere alcune circonferenze, o anche, al bisogno, un fusto più lungo dell'altra asta del compasso, per descrivere le circonferenze più grandi, o finalmente un tiralineo, per tracciare le linee intere, o punteggiate.

Il tiralineo è uno strumento formato di due piccole lamine di acciajo, uguali sottile all'estremo, e terminate in punta non acuminata. Gli estremi opposti di queste lamine, son saldate ad un piccolo manico di ottone, di cui l'estremità s'inserisce fra esse, e le tiene a distanza l'una dall'altra. In mezzo della lunghezza delle due lamine, v'entra una piccola vite, la quale spinge le lame l'una verso l'altra, sforzandole di cedere per la loro elasticità. Serrando questa vite, si ravvicinano le due punte, al grado che si vuole, s'inserisce fra esse una goccia d'inchiostro, e portando le punte sulla carta, esse vi lasciano un segno, di cui la grossezza, dipende dall'allontanamento delle punte, e che può prendere una sottilezza estrema.

131. D. *Come si descrive sulla carta, col soccorso d'un compasso, una circonferenza di cerchio?*

R. Per descrivere una circonferenza di cerchio sulla carta mediante il compasso, è propriamente quello di cui una delle aste è a punte di ricambio; basta stabilire la punta di acciajo al punto assegnato per centro, e fare scorrere l'altra punta, alla quale v'è applicato il lapis, o il tiralineo bagnato d'inchiostro, attorno al centro; finchè torna al punto d'onde è partita la prima volta.

132. D. *Com'è formato il compasso, così detto di proporzione, e quale uso si fa di questo strumento?*

R. Il compasso di proporzione, è uno strumento formato di due righe di ottone, eseguite perfettamente, e congiunte a cerniera, in guisa da poterle allontanare l'una dall'altra, sotto tutti gli angoli, finchè formano una sola riga rettilinea. La cerniera è costruita in guisa che sodisfa a queste condizioni. Ambedue le righe contengono una linea divisa in parti uguali, con i numeri corrispondenti, e le distanze partono

dal centro di rotazione, ove si trova lo zero delle due linee che in questo punto convergono: questa linea divisa in parti uguali, serve a dividere qualunque lunghezza, in quante parti uguali si vogliono. Si prende questa lunghezza con un compasso, e si apre il compasso di proporzione, finchè ponendo le due punte sulle divisioni, esse cadono su numeri uguali p. e. sopra 80 ed 80. Allora se vuolsi tagliare la linea in cinque parti, si prende il quinto di 80 ch' è 16, si lascia aperto il compasso di proporzione come prima, e si stringe il compasso ordinario; finchè le due punte misurano l' intervallo fra i numeri 16 e 16. Quest' intervallo è la quinta parte domandata. Come vedesi è necessario di aprire il compasso di proporzione in guisa, che le punte del compasso ordinario, cadono su due numeri divisibili esattamente pel numero 5, delle parti in cui vuolsi dividere la data linea. Nell' esempio precedente è più comodo aprire il compasso di proporzione, su i numeri 50 oppure 100, poichè il quinto di 50 oppure di 100, è più facile a calcolarsi, che non lo è il quinto di 80.

La linea delle parti uguali, può servire di scala per qualunque disegno, come per prendere delle linee che siano fra loro in un dato rapporto. Se p. e. vogliansi ridurre al quinto tutte le linee di un disegno, si apre il compasso come dicemmo, finchè la distanza fra i due numeri 100, sia precisamente uguale alla linea presa dal 0 a 20; si conserverà questo grado di apertura, e tutte le divisioni dello stesso numero saranno il quinto della distanza, cominciando da questo numero fino al centro di rotazione.

La linea delle corde, è descritta similmente sulla faccia opposta delle due righe. Due linee rette, sono divise in parti segnate cogli stessi numeri, ma queste parti sono le diverse lunghezze delle corde de' differenti archi de' gradi 1, 2, 3, 4 ec. d' un circolo di raggio dato.

133. D. *Cosa è il regolo o riga, ed a che serve?*

R. Il regolo o riga, è un' istrumento col quale si conducono delle linee rette, sopra una superficie piana. Il regolo è sovente formato di una lamina lunga e stretta di legno, di ferro, o di ottone, e serve a disegnare sulla carta, sul legno ec. È tagliato a sgembo, sicchè posto sopra la carta, lascia uno spazio vuoto, e ciò per impedire che quando si segnano delle linee con l' inchiostro, questi si spande su la carta medesima. Ponendo il regolo al rovescio, il lato più sottile dello sgembo, serve meglio a tracciare le linee col lapis. In generale è difficile la costruzione di un regolo esatto, quindi è necessario prima di adoperarlo, verificare se l'orlo è una linea

retta, locchè si ha, mirando coll'occhio le due estremità, ed osservando se coincidono perfettamente insieme, con tutti i punti intermdii. O pure applicando il regolo sopra la carta, e conducendo col lapis una linea lungo il suo orlo, è necessario che voltando il regolo, e condotta un'altra linea, questa cada sopra la prima, tanto perfettamente da non distinguere l'una dall'altra.

134. D. *Come mediante il regolo, si fa passare una linea retta fra due punti dati?*

R. Col regolo si fa passare una linea retta fra due punti dati, applicando il suo orlo presso a' due punti, e facendo scorrere lungo il medesimo un lapis, o pure una penna bagnata d'inchiostro.

135. D. *Cosa è il quadrante riportatore, e quale si è il suo uso?*

R. Questo istrumento, serve a tracciare sulla carta degli angoli di data grandezza, oppure a misurare la gradazione di quelli formati da due linee rette. Esso è di metallo, oppure di corno trasparente: gli si dà la figura di un semicerchio (fig. 100) il cui centro è segnato da una intaccatura fatta sul diametro, e la circonferenza è divisa in gradi, minuti primi, minuti secondi.

136. D. *Come col quadrante riportatore si traccia un' angolo di un dato numero di gradi?*

R. Per tracciare col quadrante riportatore, un'angolo di un dato numero di gradi, p. e. di 35 gradi, basta applicare l'istrumento come si vede nella (fig. 100) facendo poggiare il diametro b d sopra la linea AB, sulla quale supponiamo che si debba costruire il proposto angolo, e ponendo il centro a nel punto C, ove per ipotesi deve essere il vertice dell'angolo: indi noverando sulla circonferenza del quadrante riportatore, il numero 35 di gradi assegnati, si perviene ad un punto c, il quale congiunto col vertice C, dà l'angolo ACc che si volea tracciare. Collo stesso metodo si può conoscere il valore di un'angolo ACc, già descritto sulla carta, applicando il riportatore, in guisa che il diametro bd poggia sulla retta AC, ed il centro a sul vertice C, e poscia si osserva a qual divisione della circonferenza, corrisponde il punto c; supposto che cada a 35 gradi per esempio, si è certo che l'angolo dato ACc è di 35 gradi.

137. D. *Cosa è la squadra, ed a che serve?*

R. La squadra comunemente è un triangolo rettangolo di legno o di ottone, siccome si vede nella (fig. 101.) Con questo strumento si conducono delle perpendicolari e delle parallele facilissimamente. Così se trattasi d'elevare dal punto B della

24

retta AC una perpendicolare a questa retta, basta applicare uno de' lati dell' angolo retto della squadra, sulla linea retta AC, in guisa che il punto B sia al vertice della squadra; tirando allora la linea DB, lungo l'altro lato della squadra, si avrà la chiesta perpendicolare. Se trattasi di abbassare ad AC una perpendicolare dal punto D, bisognerà allora applicare un lato della squadra sulla retta AC, e l' altro in guisa che sia sul punto D, tirando allora la retta DB sarà questa la perpendicolare cercata.

138. D. *Come col soccorso della squadra, si può condurre sul foglio del disegno, una parallela ad una retta data?*

R. Volendo colla squadra condurre ad una retta AB una parallela da un punto D (fig. 102), si soprapporrà uno de' lati della squadra sulla retta data, e si farà combacciare sotto l'altro lato, un regolo, il quale tenuto fermo nella sua adottata situazione, si farà scorrere la squadra, in guisa che il lato s'avanzi sempre parallelamente a se stesso, finchè vadi ad incontrare il punto dato D; tirando allora la linea retta DC lungo questo lato della squadra, si sarà condotta la parallela alla detta data.

Ognuno sarà certo dell' esattezza di tale operazione, o di qualunque altra costruzione fatta con tale strumento, se la squadra sarà giusta; ma quest'è quello che rare volte addiviene, ed ancora se così fosse, una squadra può cessare d' essere esatta, per le alterazioni a cui va soggetto il legno; da ciò la ragione del perchè nei disegni, bisogna prima inalzare una perpendicolare con tutta la possibile esattezza usando il compasso, e la costruzione indicata (Geo. pia. prob. II. pag. 134), e poscia adoperare la squadra, per condurre delle parallele a questa perpendicolare.

NOZIONI

DI

GEOMETRIA PRATICA. (1)

CAPITOLO I.

Dei principali istrumenti che si adoperano per le pratiche costruzioni geometriche, che si eseguono sul terreno, e loro uso.

Le poche nozioni di geometria piana e geometria solida, finora esposte, son sufficienti, per porre qualsiasi sotto uffiziale nel caso di adempire agli incarichi che gli venissero affidati, e più segnatamente perchè possa costruire qualunque opera di campagna. Le quali opere perchè non vogliono una severa esattezza geometrica, così basterà provvedersi di *pali*, *palletti* e d'*un cordino*, istrumenti facili a rinvenirsi, per poterle eseguire con sollecitudine, principale oggetto cui debbesi aver di mira in guerra, nelle costruzioni delle opere di fortificazione passeggiera. Non pertanto, potendosi, sarà utile avere per tali costruzioni altri strumenti, come il *piombino*, *l'archipensolo*, ed *un' asta o pertica* ben dritta, detti da francesi *doppio metro*. Descriveremo adunque tali strumenti, non che la *squadra di agrimensore*, la *tavoletta pretoriana*, la *bussola*, il *declinatore*, le *livelle*, l' *asta di mira*, istrumenti semplici, e facili a maneggiarsi, ed importanti per le operazioni da farsi nella misura e livellazione de' terreni; e mostreremo brevemente quale sia l' uso di questi strumenti.

1. D. *Cosa sono i così detti palletti, e perchè servono?*

R. I palletti sono dei pezzi di legno, non più lunghi di 12 in 15 pollici. Essi servono a fissare i punti sul terreno, e fissandone molti sul suolo, si tracciano le linee rette.

---

(1) La geometria pratica, è quella scienza, che insegna ad eseguire sul terreno ed in grande, quelle operazioni, che la geometria elementare, insegna ad eseguire sulla carta, con la riga e col compasso.

2. D. *Cosa sono i pali o pertiche, ed a che s' adoprano?*

R. I *pali* o *pertiche*, sono dei bastoni lunghi da quattro fino a sei piedi, di cui un' estremo è aguzzo, e l'altro ha una fenditura, capace di ricevere un pezzo di carta, o tutt' altro oggetto, che ben si distingue a qualche distanza, e serve così da segnale. Si usano i pali e le pertiche, per prendere il prolungamento di una linea, o per tracciarla in una grande estensione.

3. D. *A che s' adopra il cordino?*

R. Il cordino si usa in varie occasioni, come per descrivere dei cerchi, per tracciare delle linee, e per misurare le distanze in mancanza del doppio metro. Il cordino dev' essere, per tali usi, di sufficiente lunghezza, diviso in tese e piedi, od in canne e palmi; le prime indicate da duplici nodi in contatto, ed i secondi da un sol nodo.

4. D. *Cosa è l' asta o pertica, ed a che serve?*

R. L' asta o pertica, detta dai francesi doppio metro, è una riga ben dritta, della lunghezza di una canna, suddivisa in palmi ed in once, e che serve a misurare le distanze sul terreno. Essa fa dunque l' istesso ufficio, che la scala geometrica, ne' disegni sulla carta.

5. D. *Cosa è il piombino, e quale n' è il suo uso?*

R. Il piombino è un pezzetto di piombo, il quale s' appicca ad una cordicella, e serve per trovare le direttture o perpendicolari. Così volendosi in un dato punto del terreno, ergere un palo verticale, bisogna farlo combacciare col piombino, il quale tenendosi sospeso con una mano, cade sul punto ove va conficcato il palo; e collo stesso mezzo, si abbassa da un punto preso fuori del terreno una verticale. E volendo vedere se un palo, un muro ec. sia verticale o a perpendicolo, basta osservare se combacia o pur no col piombino.

6. D. *Cosa è l' archipensolo e quale n' è il suo uso?*

R. L' archipensolo è uno strumento, composto ordinariamente di una specie di squadra (fig. 103), al cui vertice è attaccato un filo, che tiene un pezzo di piombo all' estremo. Si usa per tracciare degli angoli retti, per situare dei corpi verticalmente sopra un piano, e più particolarmente si usa per le piccole livellazioni.

7. D. *Cosa è la squadra di agrimensore ed a che serve?*

R. La squadra di agrimensore, poco atto per disegnare i terreni molto disuguali, offre molti vantaggi per levare le grandi pianure, per alcune operazioni geodesiche, per elevare od abbassare la perpendicolare dai punti inacessibili.

Questa squadra è composta da un cerchio di rame, di circa 5 pollici di diametro, diviso in quattro parti uguali da due

diametri che si tagliano ad angolo retto, ed alla estremità dei quali si elevano perpendicolari al lembo, quattro traguardi, fermati per mezzo di viti (fig. 104).

Qualche volta la squadra di agrimensore, è formata da un cilindro di ottone (fig. 105), di circa 3 pollici di diametro, vuoto al di dentro, con quattro fissure sulla sua superficie, situate nel senso dell'altezza, e disposte tra loro nella direzione di due diametri perpendicolari l'uno all'altro. Nell'uno e nell'altro modo, la macchina è sostenuta da un piede a tre rami.

Il suo uso varia, ma più particolarmente serve per misurare gli angoli.

8. D. *Che cosa è il grafometro o semicerchio da campagna?*

R. Tra i varj istrumenti inventati per la misura degli angoli, vi è il grafometro o semicerchio da campagna. È questo strumento un semicerchio DEF di ottone, diviso in 180 gradi (fig. 106), ciascuno de' quali è suddiviso in due, o più parti secondo la grandezza del grafometro. La parte circolare sulla quale son tracciate le divisioni, si chiama il lembo. A' grafometri ordinarii, si adattano all' estremità del diametro fisso, due *pinnule*, o *traguardi* MN, a traverso de' quali si riguardano gli oggetti. Ciascuna pinnula deve essere esattamente perpendicolare al lembo, ed essendo tagliata nella parte superiore, offre un'apertura nel basso, oppure reciprocamente. Il mezzo poi dell' apertura è traversato nel senso della lunghezza, da un fil di seta, o da un crine. Quando si guarda un oggetto, si deve situar l' occhio alla fissura di una pinnula, per mezzo della quale si osserva, se mai il filo corrispondente nell' altra pinnula, covra l'oggetto proposto.

Vi è poi un'altro diametro, o riga mobile PQ, che chiamasi *alidada*, e questa è assoggettita a girare d' intorno al centro dell'istrumento, ed è guarnito ugualmente da due pinnule.

Tutto l' istrumento è sostenuto da un piede A costruito in maniera, che sia facile d' inclinare il piano dell' istrumento in tutti i sensi.

9. D. *Che cosa è la tavoletta pretoriana, comunemente par chiamata plancetta?*

R. Gli angoli sul terreno, si rilevano anche speditamente con la tavoletta pretoriana, istrumento il quale, è forse il più utile per figurare la natura di un terreno. Si compone di una tavoletta quadrata (fig. 107), sostenuta da un piede in cui sono annessi tre bastoni. La costruzione del sostegno della tavoletta, è tale da poterla comunicare un movimento dolce di

rotazione, senza che perda la posizione orizzontale, che deve sempre conservare durante il corso delle operazioni.

Per usar poi questo strumento v' è di bisogno di una livella che serve per dare alla tavoletta la posizione orizzontale, di una riga di ottone, detta *alidada*, o *diottra*, la quale deve avere a' suoi estremi due traguardi simili a quelli del grafometro (§. 8.)

10. D. *Cosa è il declinatore, e perchè si usa?*

R. Volendo figurare una piccola estensione di terreno, il primo punto del disegno si fissa ad arbitrio, ma per orientare il piano del disegno in riguardo alla meridiana terrestre (1), si fa uso del *declinatore*. Il quale strumento è formato da una cassettina AB rettangolare (fig. 108), che nel mezzo della sua base tien segnata una retta NS parallela a' lati più lunghi. Questa retta è destinata a rappresentare la meridiana del luogo dell' operazione; che perciò dal suo mezzo sorge un perno accuminato, che sostiene un ago calamitato. Questo dirigendosi costantemente al polo, dovrà conservare una posizione costante, mentre può inclinarsi sotto diversi angoli con la retta NS, la quale cambia di direzione, ogni qual volta si muove la cassettina AB. Per regolare il valore di questi angoli d' inclinazione, vi sono segnati due archi nel fondo stesso della cassettina, i quali cominciando ad esser graduati da' punti N ed S, si distendono d'ambo le parti, in distanza di 30, o più gradi.

11. D. *Che cosa è la bussola, e perchè si usa?*

R. La bussola è uno strumento, che a malgrado la sua imperfezione, si usa con vantaggio, per levare con prontezza gli oggetti destinati a riempire i piccoli spazj, che si sono già figurati con la planeetta, e per le ricognizioni militari. Essa è composta al pari del declinatore, di un ago calamitato, ostenuto in equilibrio da un perno estremamente acuminato, e rinchiuso in una cassettina quadrata, nel di cui fondo vi è riposto un cerchio di metallo diviso in 360 gradi, e dal di cui centro si eleva il perno predetto. Nella circonferenza di questo cerchio, vi sono marcati i quattro punti cardinali, e la linea che va dal settentrione al mezzogiorno, è segnata

(1) La terra si suppone essere di figura sferica, un poco schiacciata verso due punti, che si suppongono essere gli estremi dell' asse, intorno al quale si è generato la sfera, e che si chiamano poli della terra; e propriamente quello che è verso il settentrione, si dice *polo artico*, e *polo antartico* quello che è verso il mezzogiorno.

Il *meridiano* è qualunque cerchio massimo, il quale passa per i poli della terra. E meridiano di un sito, è quel cerchio massimo che passa per i poli e pel dato luogo.

ne' suoi estremi con 0 e 180, ed è parallela ad uno dei lati della cassettina quadrata. A queste medesimo lato, vi è adattata un'alidada a traguaadi, o a cannocchiale, la quale potendo prendere tutte le possibili inclinazioni rispetto all'orizzonte, non esce mai dal piano della cassettina, alla quale è annessa; talchè i raggi visuali si conservano sempre paralleli alla linea del settentrione al mezzogiorno. La cassettina è mobile al di sopra di un piede, sostenuto da tre bastoni, al pari della plancetta.

12. D. *Che cosa è la livella, e perchè serve?*

R. Per determinare praticamente la differenza di livello tra due punti del continente, e per porre una superficie qualunque in sito orizzontale, si possono usare varie specie d' istrumenti dette livelle, delle quali la più semplice è una squadra che porta all' estremo d' uno de' suoi lati un filo, sostenente un piccolo piombo, ed avente sopra di questo lato un vuoto, in cui possa oscillare il detto piombo, e su cui corrisponde una linea incisa ba (fig. 109) esattamente perpendicolare sull'altro lato AC.

La figura 110 rappresenta la forma più comune della livella de' fabbricatori. Affinchè essa sia esatta, bisogna che il filo del piombo AF, allorquando cade sul tratto segnato nella traversa DE, sia perpendicolare sulla linea BC, lo che s' avvera quando le distanze AB ed AC sono uguali fra di loro, come del pari le distanze AD ed AE, non meno che il punto F debba essere il mezzo di DE.

Questa livella si verifica agevolmente; imperocchè quando essa è in una situazione in cui il filo del piombo covre il tratto inciso sopra DG; fa d' uopo rivolgerla, in modo che la parte B vada a collocarsi nel posto di C, e reciprocamente il filo del piombo non dovrà scovrire giammai l' indicato tratto. La livella descritta prima, si verifica parimenti rivolgendola.

Queste due livelle, si usano però solo per le linee molto brevi, e nelle operazioni alquanto più estese, viene ad esse sostituita la *livella ad acqua*; la quale è composta di un tubo di latta, di rame o pur di ottone, piegato a gomito ne'suoi due estremi, ai quali sono soprapposti due tubi di vetro, o pur di cristallo b, d (fig. 111.) Vi si versa tant' acqua, o ancor meglio un liquido colorato, fino a che questo liquido appaja ne' due tubi di cristallo. In allora seguendo le leggi dell'equilibrio de'fluidi, le superficie contenute in ciascun tubo b, e d, sono nel medesimo piano orizzontale.

13. D. *Cosa è l'asta di mira, e perchè si usa?*

R. L'asta di mira serve per la livellazione, ed è un ordegno

formato da due righe AB, CD (fig. 112) di legno di zappino, o di noce secca, ed aventi la stessa lunghezza. Sono talmente disposte tra loro queste due righe, che la CD si può alzare, o abbassare, percorrendo con dolce attito un corrente praticato nel mezzo della riga AB, la quale è destinata a poggiare con la sua base BE sopra il terreno, ed ivi sostenuta dalla mano dell' operatore, si regge verticalmente.

Ciascuna delle due righe ha circa l' altezza di una canna, e questa lunghezza è segnata in palmi, once e minuti sulla riga immobile AB, cominciando la divisione da A verso B. In cima della riga mobile, vi è situata una *mira* M, consistente in un palmo quadrato di cartone, o di legno sottile, o meglio ancora di latta, diviso in due metà, una di color bianco, e l' altra di un colore oscuro: avvertendo che l' origine superiore della riga CD debba passare per la divisione orizzontale CN de' colori, alla quale deve ancora diriggersi il raggio visuale regolato dalla livella.

CAPITOLO II.

Del modo di risolvere praticamente sul terreno, taluni problemi geometrici.

Problema I. Condurre una retta fra due punti dati.

Dal punto A al punto B debbasi tracciare una retta (fig. 113.) Si pianti un asta in ciascuna estremità della retta, e si distenda una cordino tra i dati punti A, e B; lungo questo cordino si traccia un piccolo solco, con uno strumento aguzzo, mediante il quale solco si avrà la traccia della linea dimandata.

Se questa linea dovrà essere di una grande lunghezza, ossia che i punti A e B, siano molto distanti, in tal caso converrà segnare molti punti intermedii fra le due estremità; lo che si esegue collocando nella linea varii pinoli, in guisa che mettendosi a qualche distanza dietro del primo, nasconde questo perfettamente gli altri: ciò riuscito è pruova che essi sono nella direzione del raggio visuale, il quale va da un estremo all' altro della linea, che in questo caso è retta. (Veggasi la fig. 113.)

Problema II. Prolungare la linea AB tracciata sul terreno (fig. 113) per quanto si vuole.

Si farà piantare in prosieguo dei due palletti A e B un' altro paletto D in guisa che l' operatore situandosi dietro quello A, e guardando verso B, non lo scopra. Sequendo questo metodo, cioè col fissare nell' istesso modo degli altri paletti in

prosieguo di D, una linea può essere prolungata a piacere, e potrà poi suddividersi in tante parti quante se ne vorranno. Se però il prolungamento deve spingersi molto a lungo, in tal caso per la picciolezza dei paletti, essendo difficile allinearli bene, bisognerà invece piantar dei pali o delle pertiche, conficcarle sul terreno coll' estremo aguzzo, ed applicarvi all'altro estremo, tra la fenditura che v'è praticata, un piccolo quadrato di carta, onde meglio distinguere il segno. Tali pali con facilità si possono allienare fino ad una grande distanza.

Se però nel prolungare la linea AB (fig. 113). S' incontra un ostacolo nella sua direzione, come p. e. la cassa M, o qualunque altro oggetto il quale impedisca di vedere i pali, che bisogna piantare per tracciare il prolungamento della retta AB; allora al punto B s' innalza BC perpendicolare ad AB, e tanto lunga da oltrepassare l' ostacolo M. Al punto C si eleva CD perpendicolare a CB, e dal punto D, si conduca DE perpendicolare a CD; e si tagli ED uguale a CB, il punto E sarà nel prolungamento di AB.

Problema III. Descrivere sul terreno una circonferenza di cerchio.

Si pianta un paletto al punto che vuolsi il centro; su di esso si passi il cappio d' un cordino tanto lungo, quanto esser deve il raggio del detto cerchio: all'estremo del cordino si adatti un altro paletto, e tenendo il cordino sempre teso, si giri poi d'intorno al centro del cerchio il detto paletto, e premendone la punta sul terreno, si avrà la traccia della circonferenza desiderata.

Problema IV. Da un punto dato su di una linea retta tracciata sul terreno, elevare a questa retta una perpendicolare.

Dal punto A dato sulla retta BC (fig. 114) che si suppone tracciata sul terreno, si vuole alzare a questa retta una perpendicolare.

Si piantino nei punti B e C, presi ad uguale distanza dal punto A, due paletti, poi si liga in B un cordino di una lunghezzá maggiore di BA, è si descriva sul terreno l'archetto DO, e passato poi il cordino all'altro paletto situato in C, si descriva un altro archetto Dp: al punto D, ove questi archetti si tagliano, si pianti un paletto, e con ciò la linea DA sarà la perpendicolare cercata.

Se debbasi elevare una perpendicolare, all' estremo A della retta AB (fig. 115) e questa retta non può prolungarsi al di là del punto A, si può usare quella stessa costruzione indicata (Geo. pia. prob. II, pag. 135), o meglio ancora si prenda da A verso A' una lunghezza per esempio di sei piedi, sei canne, sei pal-

mi, o sei tese ec. e si piantino in A ed A' due paletti: indi si leghi a quello A' un cordino per esempio di 10 piedi, 10 canne, 10 palmi o 10 tese ec. ed un altro per esempio di 8 piedi, 8 canne, 8 palmi ec. al punto A, si distendono egualmente entrambi questi cordini, ed al punto ove s'incontrano gli estremi di questi cordini, si pianti il paletto F: sarà FA la dimandata perpendicolare. Si possono ai numeri precedenti 6, 10, 8, sostituire gli altri 3, 5, 4; occorre però badare, che il cordino più lungo, deve esser quello che si oppone all'angolo retto. In generale si potranno sostituire altri numeri, i quali abbiano però la condizione, che il quadrato del lato opposto all'angolo retto, sia uguale alla somma dei quadrati degli altri due lati; qualità fondamentale del triangolo rettangolo (Geo. pia. cap. IV §. 78.)

Problema V. Cercasi abbassare dal punto A, dato fuori della retta BD tracciata sul terreno, una perpendicolare a questa retta (fig. 116).

Si pianti al punto dato A un paletto, e si leghi a questo un cordino sufficientemente lungo; si tenda questo cordino obliquamente, per sino a che il suo estremo incontri la linea DB al punto B; ivi si pianti un'altro paletto: tenendo poi tesa la cordicella se ne porti l'estremo verso D, finchè incontri in esso punto la linea BD; così si pianti l'altro paletto in D. Poscia si misura la retta BD, e se ne prende la metà nel punto E; la linea EA sarà perpendicolare alla retta BD.

Problema VI. Al punto A della retta AB tracciata sul terreno, si vuole costruire un'angolo uguale all'angolo dato DEF.

Si fissa un piuolo nel punto A, ed un altro nel punto E (fig. 117), poi si misuri una lunghezza qualunque AB uguale ad ED, e fatto centro A intervallo AB, e centro E intervallo ED si descrivono due archi di cerchio; si misura la distanza DF, e si descriva col centro B e con un intervallo uguale DF un arco di cerchio, ed al punto d'incontro C, coll'altro arco si pone un piuolo; l'angolo BAC è uguale all'angolo DEF.

Problema VII. Si voglia menare dal punto C una retta parallela alla retta AB tracciata sul terreno (fig. 118.)

Si pianti un paletto in C, ed un'altro in un punto qualunque della retta AB p.e. in D. Si abbassi dal punto C la perpendicolare CE sulla retta AB, e dal punto D di questa retta, si eleva la perpendicolare DG, e misurata la CE si riporti sopra la DG, allora messo un piuolo nel punto G; sarà CG la parallela ad AB.

E ben facile l'osservare che tutti questi problemi ed altri, si risolvono sul terreno, seguendo le stesse costruzioni indicate

nelle nozioni di geometria piana (cap. IX.) Epperò ricevono una soluzione assai più facile, quando si possono usare taluni degli strumenti da noi descritti.

Problema VIII. Si supponga che avendo la squadra agrimensoria, si voglia elevare una perpendicolare alla retta BC dal punto A dato in essa (fig 114.)

Si situa il centro dell'istrumento nel punto A ed in guisa che fissando l'occhio, i fili delle pinnule siano nella direzione de' picchetti, o pali situati in B, ed in C; allora si porrà l'altro traguardo perpendicolarmente al primo, e si farà situare un picchetto nella direzione de' due fili di quest'ultimo, e così si ha la perpendicolare alla retta BC dal punto A.

Problema IX. Abbassare la perpendicolare dal punto A sulla retta BC (fig.114), mediante la squadra d'agrimensore.

Si situa il centro dello strumento nelle vicinanze del punto ove approssimativamente s'immagina che possa cadere la perpendicolare. Diretti adunque i due fili di un traguardo nella direzione di BC, si osservi se il punto A è nella direzione degli altri due fili del traguardo; se ciò non è, converrà portare l'istrumento un poco a destra, o a sinistra; finchè si ritrovi il punto A nella giusta direzione; allora segnato il punto che sulla retta corrisponde al centro dell'istrumento; sarà questo punto il piede della perpendicolare abbassata dal punto A.

Problema X. Si vuole mediante un grafometro, costruire all'estremo della retta AB un'angolo uguale ad un'angolo dato, o pure di un determinato numero di gradi.

Si situa il grafometro in guisa, che il centro dello strumento sia sul punto A (fig.106), ed un traguardo sia nella direzione di AB. Allora veduto sul cerchio il numero de' gradi dell'angolo dato, vi si situa l'altro traguardo, e mirando il punto C per esempio, sarà l'angolo BAC l'angolo che si cerca.

Problema XI. Si vuole mediante la bussola, condurre dal punto B una parallela ad AC.

Si porti l'istrumento nel punto A, e si osservi l'inclinazione della retta AC, con il meridiano magnetico An (fig.118); ed in seguito si giri finchè la linea del settentrione al mezzogiorno, faccia con l'ago magnetico un'angolo uguale ad nAC. Traguardando allora a traverso dell'alidada, si faccia situare un picchetto nella direzione della visuale BK, e sarà questa parallela ad AC.

Problema XII. Dato un piano qualunque fa d'uopo mediante la livella a bolla d'aria, vedere se sia orizzontale.

Sia dato il piano MN (fig.109.) Si situa su di esso una livella, se la bolla d'aria occupa il punto B che è nel mezzo

della livella, il piano sarà orizzontale in questa prima posizione, ed in tal caso bisognerà situare la livella in un altra direzione, che sia quasi perpendicolare alla prima, ed osservando parimenti che la bolla d' aria è nel punto B, si è sicuro che il piano proposto è orizzontale. Al contrario, se tanto non avviene in una di queste posizioni, il piano sarà inclinato.

Problema XIII. Determinare mediante l' archipensolo, se una superficie di terreno di piccola estensione, sia orizzontale, o pur no.

Perchè col soccorso dell' archipensolo, si possa in campagna verificare, se una superficie di terreno di piccola estensione, sia o pur no orizzontale; basta situare lo strumento sulla detta superficie in una direzione qualunque, ed osservare se il filo a piombo cada nel mezzo della verticale, qualora ciò avviene, si dà allo strumento un'altra direzione quasi perpendicolare alla prima, se il filo a piombo cambaccia ancora colla verticale, la superficie del terreno sarà orizzontale. Se in una delle due posizioni dato all' archipensolo, il filo a piombo non cade sulla verticale, la superficie del terreno non sarà orizzontale.

Problema XIV. Misurare praticamente la distanza che passa tra due punti accessibili.

Il mezzo più semplice, e nello stesso tempo il più esatto degli altri, per misurare una linea retta, dopo che si è tracciata, è quello di misurare la distanza, mediante due bastoni di legno ben secco, i quali sieno stati con somma diligenza divisi in quella unità di misura che vuolsi adottare, sia la tesa, o il metro, sia la canna il palmo, o pure il passo. Si distende una cordella nella direzione della linea da misurare, la quale suole distinguersi da un sufficiente numero di piuoli; e si dispongono i due bastoni, punta a punta, lungo la cordella, cominciando dal primo estremo di essa; poi si toglie il primo e si ripone in seguito del secondo. Con alterno movimento si continua ad operare, finchè si perviene all'altro estremo della linea, usando la diligenza di evitare nel successivo collocamento de' bastoni, ogni urto che potrebbe muovere quello su cui s'appoggia il sussegnente, e di porre i bastoni orizzontalmente, ed in guisa che alla punta del precedente bastone, corrisponde a piombo, l' altro che segue.

Sovente in vero, si possono trascurare alcune di queste minute precauzioni, ma non è giammai cosa molto sicura, il sostituire a bastoni una cordella, la cui lunghezza può ad ogni momento variare, per la inegual forza con cui può essere distesa. Ad ovviar tali inconvenienti, taluni fanno uso di una catena di ferro, ai di cui estremi sono due anelli, i quali si

fissano sul terreno con punte di ferro, guernite da manichi di legno, che si chiamano pungoli.

Dopo di essersi tracciata la linea da misurarsi, due uomini portano la catena, quello che precede innanzi ha in mano tutti i pungoli, che sogliono esser dieci, e dopo di aver distesa la catena sul terreno nella direzione della linea, ne pianta uno nell' anello che guida. Fatto ciò, solleva la catena, e si rimette in cammino, finchè l' uomo il quale porta l' altro estremo, pervenga al pungolo conficcato nel terreno, e v' affidi l' anello da lui condotto. Allorquando in questa seconda posizione, la catena è stata tesa dall' uomo che cammina innanzi, vi pianta il secondo pungolo, l' altro raccoglie il primo, e si porta nella situazione del secondo, che parimenti toglie. In questa guisa passano successivamente i pungoli, in potere di quegli che va appresso la catena, il quale allorchè le avrà raccolti tutti, si avrà la certezza cha la misura sarà stata collocata dieci volte di seguito, dal primo punto di partenza, fino a quello ove il secondo uomo sarà giunto; allora questi rende i pungoli a quello che precede, e l' operazione continua coll' istesso ordine di prima. Notando con attenzione ogni decina di catene, si allontaneranno gli errori di conto, che potrebbero aver luogo sul di loro numero.

Quando però la misura della distanza, si vuole solo per approssimazione, come allorchè si fanno le ricognizioni militari, allora si misurano le distanze, mercè il numero de' passi che si fanno nel percorrerle, e si converte questo numero in misure ordinarie, moltiplicandolo per la lunghezza di un passo.

Per valutare il proprio passo, o quello di un cavallo, o di qualunque altro animale, si percorrà una distanza molto grande, conosciuta o misurata prima con accuratezza, e se ne divide la lunghezza pel numero de' passi in essa impiegati. Se per esempio, essa fosse di 377 tese, e che nel percorrerla si fossero fatti 1131 passi, se ne conchiuderebbe ch' uno di questi passi valerebbe 2 piedi, e questa misura può servire a valutare in una maniera molto approssimativa anche le distanze alquanto considerevoli.

Il tempo può servire ancora per la misura delle distanze, quando esse sono un poco grandi. Se si abbia un orologio a secondi, per più volte si esperimenti quando tempo si mette nel percorrere una distanza, la cui misura sia molto conosciuta; se ne indurrà così il cammino che si possa fare, con lo stesso passo, in un diverso intervallo di tempo. Si supponga per esempio, che a cavallo si siano percorse 1000 tese in 10 minuti, e che poscia siasi impiegata un' ora nel percorrere un

altra distanza, ne segue che in un minuto si percorrono 100 tese, e che in conseguenza in un'ora, si hanno dovuto percorrere 6 00 tese.

Problema XV. Misurare la distanza tra due punti, de'quali un solo è acessibile.

Suppongasi il che nemico sia situato in M (fig. 119) al di là di un fiume, e vogliasi conoscere la distanza di esso nemico dal punto A. Piantato un palo nel punto A, si segni sul terreno una linea qualunque, come AB terminata da un altro palo, la qual dovrà essere non minore del quarto della suddetta distanza AM approssimativamente valutata: si piantino i pali C, D nelle direzioni di AM, e BM, indi si prenda AE nella traccia AM di 10 tese per esempio; e si pianti un paletto nel punto E, di poi si formi alla retta AE ed al punto E l'angolo AEF uguale ad EAB, ossia si tira la retta EF parallela alla retta AB, infine si misurano le rette AB, EF, AE. Poichè

$AB : EF = AM : AE$ sarà $AM = \frac{AB \times AE}{EF}$. Supposto che AB

sia di 120 tese, ed EF di 15; sarà $AM = \frac{120 \times 15}{10} = 180$ tese.

Problema XVI. Determinare la distanza tra due punti inaccessibili A, e B (fig. 120.)

Siano A, e B due punti di un terreno disuguale, e sia l'intervallo AB traversato da un borrone, o da una valle così profonda, da non potersi misurare; o potendosi misurare non sia permesso l'avvicinarsi, come avverrebbe, se fosse un posto nemico.

Converrà misurare sul terreno che fiancheggia la distanza AB, una base CD pressocchè uguale ad AB, e disposta in guisa, da potersi vedere da' suoi estremi ciascuno de' punti A e B. Ciò fatto si pratica l'istessa costruzione del problema antecedente, cioè da un punto qualunque E, si tiri EF parallela a CD, e si calcolino così le due distanze AC, CB. Si porti un grafometro nel punto C, e si misuri l'angolo ACB. In tal caso del triangolo ACB si conoscono i due lati AC, CB, e l'angolo da essi compreso ACB; sicchè costruendo questo triangolo, come si è indicato (Geo. pia. prob. XI. pag. 136) si conoscerà la distanza AB.

Problema XVII. Determinare la larghezza di un fiume, o la distanza di due punti situati nel contorno di un lago.

Collo stesso metodo indicato nel problema XV, si potrà misurare la larghezza di un fiume, o la diszanza tra due punti situati nel contorno di un lago.

Si scelga il punto B non molto lungi dalla ripa, e si prenda sulla sponda opposta il punto M di vista, per esempio una casa, un albero, una pietra ec.; si tracci la linea AB, si ritrova quale è la distanza MA, dalla quale, sottraendo AD, che può sempre misurarsi, si avrà la larghezza del fiume.

Si può anche eseguire quest' altra costruzione. Sul terreno che fiancheggia il fiume; e parallelamente alla corrente delle acque, si traccia una base AB (fig. 121.)

Nell' estremo A si situi il grafometro in guisa che l' alidada fissa sia nella direzione di AB, e l' alidada mobile corrisponde al grado 90 della divisione del lembo, ciò è che sia perpendicolare alla prima. Si osservi il punto M della sponda opposto del fiume, al quale è diretto il raggio visuale AM. Poi si misuri la distanza AB, e si osservi l' angolo ABM.

Si elevi dal punto A la perpendicolare AE, ossia si giri l' alidada mobile e si faccia corrispondere al grado 90 della divisione del lembo. Al punto B della retta AB si faccia l' angolo ABE uguale ad ABM, si taglia AF uguale ad AD; sarà FE la larghezza del fiume.

Una simile operazione dovrebbe farsi se i due punti C e D fossero nel contorno di un lago, o di un terreno paludoso.

Problema XVIII. Misurare un altezza qualunque mediante il grafometro.

Dinoti AC una torre situata nel mezzo di una pianura (fig. 122), e di essa si voglia conoscere l'altezza. A partire dal punto A della base, si misuri una distanza AB, e situato nell' estremo B un grafometro, si osservi l' angolo mnC formato dal raggio orizzontale nm, e dalla visuale nC diretta all' estremità della torre. Si elevi dal punto A la perpendicolare AD alla retta AB, ed all' estremo B della retta AB si faccia l' angolo ABD uguale ad ABC; sarà AD l' altezza della torre AC.

Problema XIX. Misurare un altezza qualunque mediante la sua ombra.

Mancando di qualunque strumento graduato, si può conoscere un altezza, mediante l' ombra solare ch' essa projetta sul piano adjacente. Sopra una parte la più uguale del terreno, e meglio ancora sopra di una tavoletta orizzontale, si situi un bastone verticale. Ed in un medesimo istante, si marchino i punti D, d ne' quali terminano le ombre rispettive della torre per esempio e del bastone (fig. 122.) Misurata le distanze AD, ad, e la lunghezza del bastone, si stabilisca la proporzione, ad : ac = AD : al quarto proporzionale che sarà l' altezza richiesta.

Problema XX. Si voglia, mediante il grafometro, misurare l' angolo BAC (fig. 106) supposto che i tre punti B, A, C siano quasi nello stesso piano orizzontale.

Si situa il centro del grafometro nel punto A, e si disponga l' alidada fissa in maniera, che riguardando a traverso de' traguardi, o del cannocchiale, il filo verticale covra il punto C. Finalmente si dirigga l'alidada mobile, ovvero il cannocchiale superiore, verso l' oggetto B, l' arco intercetto fra le due alidade, sarà la misura dell' angolo BAC.

Problema XXI. Determinare l' inclinazione di un piano qualunque mediante la livella di pendio.

Sia dato il piano AB (fig. 123) obliquo all' orizzonte. Si situi sopra di esso la livella a pendio, In tal caso il filo passerà per un punto S dell' arco mn, e l' arco rS dinoterà l' inclinazione del piano AB.

Problema XXII. Levare con la plancetta il contorno del poligono ABCDE situato in un terreno uguale, e del quale si conosce il solo lato AE (fig. 107.)

Si situi la plancetta al di sopra del punto A, e dopo di aver messa orizzontalmente la tavoletta MN, mediante una livella o una squadra, si prenda un punto a che sia in corrispondenza con A, e si dirigga l' alidada al picchetto situato in E, e tirando sul disegno la retta indefinita ae, gli si daranno tante parti della scala per quanti sono i metri, le canne, i palmi ec. contenuti in AE.

In seguito si dirigge l' alidada a' punti B, C, D, E per ottenere i raggi ab, ac, ad, ae al di sopra della plancetta. Di poi si dovrà portare la plancetta nel punto E, e ripeterevi la medesima operazione, per determinare i raggi eb, ec, ed, ef, i quali mediante l' intersezione con i primi raggi, verranno a determinare i punti b, e, f, d. In tal guisa la figura abef sarà simile alla forma che ha il terreno ABCF. In riguardo al punto D, il quale è quasi nella direzione AE, si dovrà anche determinarlo per intersezione, ma si dovrà prendere un altra retta ec per base, e non già la retta ae.

Problema XXIII. Dato un disegno fa d' uopo orientarlo mediante il declinatore.

Per risolvere questo problema, fa d' uopo conoscere la variazione dell' ago calamitato per il luogo, nel quale si opera, ed allora si situa il declinatore sul piano del disegno, in guisa che l' ago faccia colla retta NS un angolo uguale alle detta variazione (fig. 108). Segnando sul disegno, per mezzo di un lapis, il taglio del lato più lungo della cassettina, si verrà a segnare la meridiana, e quindi il disegno sarà orientato, cioè si

conoscerà, come sono i punti in esso disegnati, per rispetto a' quattro punti cardinali (1).

Problema XXIV. Determinare la differenza di livello tra due punti visibili A, B per mezzo di una livella ad acqua, o a cannocchiale.

Si situi la livella CP nel mezzo de' punti A e B (fig. 124), e sia P questo punto, e si situano due aste di mira a' punti A e B. In tal caso mirando a traverso della livella verso il punto A, per mezzo di un segno convenuto, si farà alzare o abbassare la mira, finchè il raggio visuale passi esattamente per il suo mezzo, allora si ferma l' asta mobile per mezzo la vite di pressione, e si legge nella divisione laterale dell' asta, qual numero di palmi, once e minuti, sia contenuto dal piede dell' asta al mezzo del cartone, e questa sarà l' altezza Aa, che si noterà sopra un registro destinato per uso della livellazione. Senza spostare il piede della livella, si mirerà verso il punto b situato nel mezzo della mira, ed ottenuta l' altezza Bb, si registrerà al pari della prima.

La differenza tra le due altezze Aa, Bb sarà la differenza tra i punti A e B: ed il punto più alto sarà quello cui corrisponde l' asta più corta. Se però il terreno non permette di situare la livellazione in un sito diverso da' punti A e B, si farà una sola osservazione, e la differenza di livello si ricaverà nel modo seguente.

Supponiamo che la livella siasi situata nel punto A (fig. 125) e l' asta verticale nel punto B. Dal punto C si dirigga il raggio orizzontale Cb, che passa pel mezzo b della mira. Poi si osservi l' altezza Bb dell' asta, e si misura per mezzo di un filo a piombo, l' altezza mn che serba il raggio orizzontale sopra il terreno nA. La differenza di queste due altezze, dinoterà quanto sia più alto quel punto, al quale corrisponde l' altezza minore.

Problema XXV. Determinare la differenza di livello tra due punti invisibili A e B.

Si prescelga quella direzione che più comodamente conduca da A verso B, e che obblighi a fare il minor numero possibile di osservazioni. Supposto che la linea AMPB (fig. 126) sia la direzione adottata, si prescelgono in essa le stazioni L, M, N, P, O, R, le quali costituiscono una serie di livellazioni, unite in modo tra loro, che ciascuna è legata con la precedente per

(1) I punti cardinali sono l' oriente, l' occidente, il settentrione, il mezzogiorno; i quali sono agli estremi di due diametri della sfera, messi l' uno perpendicolare all' altro. Il primo punto è dove sorge il sole, il secondo dove tramonta, il terzo segna la metà della sua orbita, e l' ultimo il punto opposto a questo.

26

mezzo di una medesima asta, la quale serve nel tempo stesso per l'osservazione a destra in una stazione, e per l'osservazione a sinistra nell'altra.

In ogni stazione si dovrà situare la livella, a distanze pressochè uguali dalle aste, e dopo di aver diretto il raggio orizzontale, verso la mira situata a sinistra, si dovrà misurarne l'altezza, e notarla sopra uno schizzo simile a quello che presenta la figura, e poscia si fa l'osservazione a destra. E passando da una stazione all'altra seguente, non si deve rimuovere l'asta dal sito ove si ritrova, ma solamente si dovrà sollevare, o abbassare la mira, secondo il bisogno.

Se in qualche stazione, non si può situare lo strumento nel mezzo, in tal caso l'altezza della livella terrà luogo di una delle due altezze verticali, da notarsi sul registro. Regolate così le operazioni, e segnate sopra dello schizzo i diversi valori delle altezze verticali delle mire, si osserverà che ogni asta, all'infuori della prima e l'ultima, abbia due numeri uno a destra, e l'altro a sinistra, per dinotare le rispettive osservazioni fatte a sinistra ed a destra.

Fatta la somma de'numeri notati a destra delle aste, e quella de' numeri notati a sinistra, la differenza di siffatte somme, dinoterà la differenza di livello de' punti estremi A e B. Avvertendo che se la prima somma sia la maggiore, il punto A situato a sinistra, debba essere più basso di B: viceversa risultando la prima somma minore dell'altra, il punto B sarà più basso del punto A.

Per darne un esempio, serviamoci de' numeri segnati nella figura:

Altezze verticali a sinistra				*Altezze verticali a destra*		
pal.	onc.	min.		pal.	onc.	min.
4	2	3		2	0	0
3	0	0		4	0	2
2	9	0		2	0	4
5	2	1		6	9	3
1	2	0		8	8	4
3	1	2				
19.	5.	1		23.	7.	3

23 .	7 .	3
19 .	5 .	1
Differenza 4 .	2 .	2

Dunque il punto B è più basso di A di 4 palmi, 2 once, e 2 minuti.

Quando i punti L, M, N, P, O, R sono tutti presi in una stessa direzione, la figura ALMNPFB, rappresenta quella che si avrebbe, se si tagliasse il terreno con un piano verticale condotto nella data direzione.

Deriva da ciò, che queste specie di figure, sono chiamate *tagli*, o sezioni del terreno, e pur anco *profili*: e per dinotarne la situazione, s'indica quella che la linea XY, col nome di *base*, la quale ad essi corrisponde, avrebbe sul piano del terreno.

Mediante il vocabolo pendio, fra due punti del terreno, s'intende ordinariamente il rapporto fra la distanza di questi punti, e la differenza delle loro altezze. Se per esempio AB (fig. 124) è di 2 canne, e Bb di un palmo, il pendio è uguale ad $\frac{1}{16}$. E dividendo la lunghezza Bb per quella di AB, si troverà, che vi sono once sei di pendio, per ogni canna.

Quando si tratta di un terreno artificialmente regolato, dassi alla superficie inclinata il nome di *scarpa*, o di *china*. Il suo taglio è allora un triangolo ABC (fig. 126) di cui se ne indica talune volte il pendio, dal rapporto della sua altezza AB con la sua base BC.

Finalmente l'angolo ACB formato dalla scarpa AC, e dalla linea orizzontale BC; angolo che misura l'inclinazione della linea AC, è del pari un modo d'esprimere il pendio di questa scarpa.

Problema XXVI. Fare il profilo di un terreno di cui si è levata la pianta, per una direzione di corto intervallo.

Sia APB (fig. 127) la direzione secondo la quale si cerca il profilo di un terreno irregolare, e limitato tra i punti A e B.

Si situi la livella nel punto P, quasi nel mezzo de' punti estremi A, e B; e poi si vada situando successivamente l'asta di mira ne' punti A, C, D, E, F, B, situati in una medesima direzione; diriggendosi sempre lo stesso raggio orizzontale, senza mai spostare lo strumento.

Indi si misurino l'altezza OP della livella, l'altezza Aa, Cc, Dd ec. della mira, e le distanze orizzontali, che si frappongono fra i punti A, C, D ec. Fatto un registro di questi valori, o piuttosto segnatili sopra uno schizzo, simile a quello della figura; si tiri sopra il foglio di disegno una retta orizzontale ab, sulla quale si prendano delle parti ac, cd, dO ec. rispettivamente uguali alle distanze orizzontali, e ciò per mezzo di una scala già costruita per uso del disegno. Da' punti a, c, d ec. alzando delle perpendicolari sulla retta ab, si

prendano su di esse delle lunghezze rispettivamente uguali alle altezze verticali della mira. I punti estremi A, C, D ec. rappresenteranno il corso del terreno, e la sua ineguaglianza. Quando il terreno fosse leggiermente ondoso, e le diverse pendenze fossero linee di piccola curvatura, giova alla spedidezza del disegno, il prendere le distanze orizzontali ac, cd, ec. tutte uguali tra loro. Quando poi il terreno offrisse delle disuguaglianze disordinate, o si trattasse di un opera di fortificazione, basta situar l'asta ne' siti dove l'ineguaglianza è più sensibile. Le altezze delle aste essendo molto piccole in riguardo alle distanze orizzontali, bisogna far uso nel disegno di due scale, una moltiplice dell'altra: la più piccola servirà per le distanze orizzontali, e la più grande per le altezze verticali.

CAPITOLO III.

Del modo di risolvere con più facilità taluni problemi, che più spesso occorrono nella pratica.

Dalle esposte soluzioni sul terreno, di questi problemi geometrici, si rileva, che desse punto non diversificano da quelle che s'eseguono sulla carta; la differenza solo sta nell'impiego dei differenti strumenti. Epperò sarà utile di far conoscere il modo come facilmente si possa sul terreno, mediante talune tavole, costruire un'angolo dato, ed un poligono regolare; operazioni che spesso occorre di eseguire in campagna, e che riuscirebbero poco agevóli a chi si attenesse alle costruzioni esposte, perchè tali costruzioni son facili ad eseguirsi sulla carta, ma vogliono alquanta perizia, per essere praticate sul terreno.

Per la misura poi delle superficie sul terreno, è perfettamente applicabile il capitolo X delle nozioni di geometria piana; nondimeno è di bisogno aggiungere talune altre particolarità circa la misura de' terreni, sia per la facilità dell'operazione come per la precisione.

14. Per costruire, adunque, sul terreno un'angolo dato, bisognerà consultare la seguente tavola, il cui uso è dall'angolo di 60 gradi fino a quello di 160 gradi, che sono gli angoli di cui ordinariamente si fa uso in campagna; essi vi sono segnati da 5 in 5 gradi. Si fa uso in campagna ancora degli angoli retti, degli angoli di 45.° 30.°, ma i primi si sanno costruire tirando due linee rette l'una perpendicolare all'altra, i secondi si ottengono dividendo gli angoli retti per metà, ed i terzi, dividendo per metà gli angoli di 60.°

Tavola risguardante le corde per costruire gli angoli da 60.° fino a 160.°

GRADI	CORDE VALUTATE in piedi, pollici e linee			CORDE VALUTATE in piedi e millesimi di piedi	
	Pie.	*Pol.*	*Linee*	*Piedi*	*Mill. di piedi*
60.....	10.	0.	0...	10.	
65.....	10.	8.	11...	10.	746.
70.....	11.	5.	8...	11.	471.
75.....	12.	2.	1...	12.	175.
80.....	12.	10.	3...	12.	856.
85.....	13.	6.	1...	13.	512.
90.....	14.	1.	8...	14.	142.
95.....	14.	8.	11...	14.	745.
100.....	15.	3.	10...	15.	321.
105.....	15.	10.	3...	15.	867.
110.....	16.	4.	7...	16.	383.
115.....	16.	10.	5...	16.	868.
120.....	17.	3.	10...	17.	320.
125.....	17.	8.	6...	17.	740.
130.....	18.	1.	8...	18.	126.
135.....	18.	5.	6...	18.	478.
140.....	18.	9.	6...	18.	794.
145.....	19.	0.	10...	19.	074.
150.....	19.	3.	9...	19.	318.
155.....	19.	6.	3...	19.	526.
160.....	19.	8.	4...	19.	696.

La prima colonna della tavola indica l'angolo, la seconda la lunghezza delle corde per gradi, corrispondenti in piedi pollici e linee, sotto il calcolo di un raggio di 10 piedi; e nella terza i detti piedi pollici e linee, sono ridotti in decimali onde facilitarne l'uso.

15. Si voglia dunque costruire al punto A della linea AB (fig. 117) un'angolo di 80.° Bisognerà prendere AB di 10 piedi, che è la lunghezza del raggio col quale si è calcolata la esposta tavola, e poi piantare in A e B due paletti, indi legare al

punto A un cordino lungo 10 piedi, ed al punto B un' altro di 12 piedi, 10 pollici, e 3 linee, ovvero di 12 piedi e $\frac{856}{1000}$ (valore della corda trovata nella tavola anzidetta per l'angolo di 80.°); infine bisogna tendere ambo i cordini. Al punto C ove le punte de' medesimi cordini s' incontrano, si pianterà un paletto, e la linea AC farà allora colla retta AB un' angolo di 80.°

16. La tavola medesima, dà il mezzo come conoscere quanti gradi contiene un' angolo dato. Sia l' angolo BAC (fig. 117) già tracciato sul terreno, e di cui se ne vuol conoscere il numero de' gradi che contiene. Si prendano AB, AC di 10 piedi, e si piantino due paletti, uno in B, l' altro in C; si misura la corda BC, e suppongasi essere di 12 piedi, 10 pollici, 3 linee, ossia 12 piedi, 856 millesimi; si cerchi nella tavola qual' è l' angolo corrispondente alla succennata corda, e si troverà per l' appunto l' angolo di 80.° sicchè l' angolo BAC è di 80.°

Se nella tavola non si trovi esattamente il valore della corda BC, si vedrà a quali angoli di quelli notati in essa, più si avvicina, ed approssimativamente si avrà così la misura dell' angolo dato.

Si rifletta però che quest' approssimazione è solo buona per le operazioni che si praticano nelle costruzioni delle fortificazioni di campagna.

17. Se su di una retta data, debbasi costruire un poligono regolare di un certo numero di lati; la soluzione riesce facile se si conosce il raggio del cerchio circoscritto al detto poligono, perchè in tal caso basterà descrivere il cerchio del dato raggio, e che abbia per corda la retta data. La seguente tavola dà la lunghezza del raggio, per i varj poligoni, il cui lato è di 100 tese.

	RAGGI PE' VARJ POLIGONI	
	Valutati in tese, piedi, pollici e linee	Valutati in tese e millesimi di tese
	Te. Pie. Pol. lin.	*Te. Mill. di tese*
Pel triangolo............	57.4. 4.11.	57. 735.
Pel quadrato............	70.4. 3. 1.	70. 710.
Pel pentagono...........	85.0. 4. 8.	85. 065.
Per l' esagono...........	100.0. 0. 0.	100. »
Per l'ettagono...........	115.1. 5. 0.	115. 237.
Per l' ottagono...........	130.3.11. 4.	180. 657.

Ecco in qual guisa si usa questa tavola.

18. Vogliasi costruire un pentagono regolare di 60 tese di lato (fig. 65.) Per un lato del pentagono di 100 tese lungo la tavola dà un raggio di 85 tese, zero piedi, 4 pollici, 8 linee. Occorre conoscere quale sarà il raggio per un lato di 60 tese ch'è il dato. S'istituisca la seguente proporzione; 100 tese : 85 tese, o pie. 4 pol. 8 lin. = 60 tese: al quarto termine, il cui valore sarà espresso da $\frac{85.0.4.8 \times 60}{100} = 51$ tese, o piedi, 2 poll., 9 linee, ovvero 51 tese, 39 mill. Per tracciare questo poligono sia AB il lato di 60 tese (fig. 65); si prendono due cordini lunghi ciascuno 51 tese e 39 millesimi, e fissati due paletti in A e B, si leghino a questi i due cordini, e si distendono egualmente finchè s' incontrano in O, ove si pianterà un'altro paletto: col centro O e coll' intervallo OB si descriva un cerchio, ed in esso si applichino successivamente delle corde di 60 tese, le quali formeranno il pentagono domandato ABCDE.

Lo stesso metodo darà la traccia d' ogni altro poligono; egli è però da osservarsi, che se la lunghezza AB, invece di esser data in misura di tese, lo sia in tutt' altra, si potrà far sempre uso della tavola, prendendo però invariabilmente la lunghezza del raggio, nella seconda colonna della cennata tavola; Così se AB sia di 60 canne, il raggio sarà di 51 canne e $\frac{39}{1000}$.

19. In molti casi può farsi a meno di ricorrere al succennato metodo, debbasi per esempio costruire un quadrato, basterà elevare agli estremi della retta data, due perpendicolari lunghe quanto la retta medesima, e menar poi per l'estremo di queste un' altra retta.

20. Quando fosse dato il raggio del cerchio, nel quale un poligono è iscrittibile, e si volesse tracciare il poligono stesso, occorrerà determinare la lunghezza del suo lato.

La seguente tavola dà le dimensioni de' lati de'varj poligoni di cui il raggio del cerchio iscritto è di 100 tese.

TAVOLA TERZA.

	LATI	
	Valutati in tese, piedi, pollici e linee	Valutati in tese e millesimi di tese
	Te. Pie. Pol. lin.	*Te. Mill. di tese*
Il lato del triangolo iscritto	173. 1. 2. 9.	173. 205.
Quello del quadrato....	141. 2. 6. 3.	141. 421.
» del pentagono...	117. 3. 4. 1.	117. 557.
» dell'esagono	100. 0. 0. 0.	100. »
» dell' ettagono ...	86. 4. 7. 11.	86. 777.
» dell' ottagono ...	76. 3. 2. 7.	76. 536.

21. Vogliasi costruire un' ottagono di un raggio di 80 tese, si faccia la seguente proporzione 100 tese : 76 tese $\frac{536}{1000} = 80$: al quarto proporzionale, che risulterà uguale a tese $61, \frac{229}{1000} =$ 61 tese, 1 piede 4 pol. 5 linee. Descritto quindi un cerchio di 80 tese di raggio, vi si applicano delle corde di 61 tese, 1 piede, 4 pollici, 5 linee, e si avrà l'ottagono richiesto.

Si otterrà lo stesso con tre cordini, due dei quali lunghi 50 tese, ed il terzo 61, 229 millesimi; riunendoli per gli estremi e distendendoli, si avrà uno dei triangoli in cui può dividersi l'ottagono, il cui lato minore, sarà il lato dell'ottagono stesso; e ripetendo l' istessa operazione, si avranno gli altri lati.

22. D. *Con quale altro metodo si possono eseguire in campagna simili operazioni?*

R. In mancanza della seconda e terza tavola, si potranno eseguire in campagna le operazioni suddette, con sufficiente esattezza, ricordandosi che il lato del quadrato ha $\frac{17}{12}$ del raggio.

Quello del pentagono $\frac{14}{12}$

Quello dell' esagono $\frac{12}{12}$ cioè uguale al raggio

Quello dell' ettagono $\frac{11}{12}$

E quello dell' ottagono $\frac{10}{12}$

23. D. *Come si misura una figura qualunque tracciata sul terreno?*

R. Essendosi con i problemi XIV, XV, XVI fatto conoscere come si misura una distanza qualunque accessibile, o inaccessibile che sia, sarà facile dedurre la misura d'una figura qualunque tracciata sul terreno, avendo presente quanto si è esposto nel (cap. X Noz. di Geo.pia.) allorchè si è discorso del modo come si misura un poligono qualunque. Il metodo più conducente però è quello indicato nel n. 128 del detto capitolo. Esso offre il vantaggio d'essere applicabile ai terreni nei quali non si può percorrere l'interno in tutte le direzioni. Ed eccone l' applicazione.

Vogliasi misurare il terreno dinotato da ABCDE (fig. 128.) Primicramente tirasi una una linea retta AMN detta direttrice, che tocchi esternamente s' è possibile il terreno, ed oltrepassi con i suoi estremi gli angoli più sporgenti di esso; da'due punti M ed N si elevono due perpendicolari, o sia due altre direttrici MP ed NQ, dipoi si conduca perpendicolare a queste due rette e parallela alla prima, un altra linea direttrice PQ, che chiude il terreno in un rettangolo; finalmente da tutti gli angoli del terreno, s' abbassano sopra le direttrici, le corrispondenti perpendicolari, le quali dividono in trapezj, ed in triangoli rettangoli, tutto lo spazio compreso fra il rettangolo ABCD ed il perimetro del proposto terreno. S' incomincia in tal caso a misurare le basi, e le altezze di questi triangoli e trapezj, dei

quali tutti se ne calcoleranno le superficie, in conformità delle regole di sopra assegnate (Geo. pia. cap. X); quindi se ne riunirà la somma, per dedurla dall'area del rettangolo MNPQ, e la differenza sarà la misura del proposto terreno, qualunque sia l'irregolarità della sua figura.

24. D. *Come si misura una figura tracciata sul terreno di cui il perimetro non è tutto rettilineo?*

R. Si è supposto che il perimetro del terreno da misurarsi, sia composto da linee rette, ma se non lo è, allora si cercherà di racchiuderlo in una figura rettilinea, che di poco ne differisca dalla figura del terreno, col far passare ciascun lato della figura, talvolta per l'esterno, e tale altra per l'interno della superficie che vuolsi misurare; in guisa che le parti aggiunte all'istesso terreno, dai lati della figura rettilenea, compensono le altre parti che da fuori rimangono, siccome vien mostrato nella (fig.129) lo che sarà sempre agevole ad eseguirsi, mercè il grande aumento delle linee rette nel contorno del terreno.

25. D. *Come si rapporta sulla carta una figura qualunque misurata sul terreno?*

R. Supponiamo che sul terreno la AM sia uguale a 40 tesè di lunghezza, e che la scala del disegno (fig. 130) dinoti la lunghezza di 10 tese. Si tirerà allora sul foglio del disegno, una retta am lunga quattro volte la detta scala; inoltre supposto essersi misurate sul terreno le rette AG, GH, HK, KL, e trovate eguali a 4 tese, 8 tese, 6 tese, 6 tese, e le perpendicolari BG, CH, FK, DL uguali 6 tese, 7 tese, 8 tese, 9 tese, si prenderanno sulla scala le prime distanze col compasso, e si adatteranno sulla retta am; e da' punti g, h, k, si elevano le perpendicolari bg, ch, kf, ld, le quali sulla scala del disegno si prendano uguali a 6 tese, 7 tese, 8 tese, 9 tese, congiunti i punti a, b, c, d, e, f, con delle rette, la figura abcdef che ne risulta; sarà simile a quella misurata sul terreno ABCDEF.

26. D. *Come una figura data sul disegno si rapporta sul terreno?*

R. Si cercherà di dividere la figura data, per mezzo della retta am (fig.130), e delle perpendicolari bg, ch, fk, dl, in tanti trapezii e triangoli; indi misurate queste perpendicolari, non che le rette ag, gh, hk, kl col compasso, e rapportatele sulla scala del disegno, si trasporteranno sul terreno, nel seguente modo. Supposto essersi trovata col soccorso della scala geometrica am = 40 tese, ag = 4 tese, gh = 8 tese, hk = 6 tese, kl = 6 tese, bg = 6 tese, ch = 7 tese, fk = 8 tese, dl = 9 tese. Si tirerà sul terreno una retta AM = 40 tese, su di essa si

prenderanno le parti AG, GH, HK, KL uguali a 4 tese, 8 tese, 6 tese, 6 tese, dai punti G, H, K, L, si eleveranno le perpendicolari GB, HC, KF, LD, uguali a 6 tese, 7 tese, 8 tese, 9 tese, e finalmente, facendo passare delle rette pei punti A, B, C, D, E, F, la figura ABCDEF che ne risulterà tracciata sul terreno, sarà perfettamente simile a quella abcdef indicata sul foglio del disegno.

CAPITOLO IV.

Metodi d'approssimazione.

27. D. *Quali mezzi si adoperano per le misure in generale, non avendosi gli strumenti?*

R. Non è sempre possibile avere gli strumenti adattati per configurare un terreno, per misurare le distanze le altezze gli angoli; bisogna saperci supplire con alcuni artifizi. Si possono graduare i bordi d'una squadra da disegno, e a questa adattare un'alidada di legno: ecco uno strumento. È anche facile stendere della carta sopra una tavoletta, eseguire su questo foglio la divisione d'un circolo e fissare al centro una picciola alidada: egli è egualmente molto facile il disporre un quadrante in modo da potersene servire a guisa di grafometro, ec. Pochi mezzi bastano per giungere a delineare un mediocre abbozzo, quando si ha l'abitudine di disegnare le diverse figure del terreno.

28. D. *Come si opera quando il terreno che si deve disegnare non è montuoso, e non si hanno gli strumenti?*

R. Se il terreno di cui vuolsi levare la pianta non è montuoso, e si trova dappertutto d'un accesso facile, non avendo strumenti acconci a prendere gli angoli, bisogna, percorrendolo, immaginare de' triangoli che riuniscano i punti principali, figurare questi triangoli sopra un abbozzo, e di poi misurarne i lati, per poterli delineare con la scala, e di là passare a darli la figura.

29. D. *Come si opera quanto si ha poco tempo, e non si hanno gli strumenti?*

R. Nel caso in cui s'avesse troppo fretta, per poter diligentemente misurare i lati de' triangoli, bisognerebbe contentarsi di valutarli al passo; ed avendo con qualche prova stabilito il rapporto del proprio passo al metro, se ne formerebbe in conseguenza la scala sulla carta, per poscia eseguire il disegno.

30. D. *Quali altri mezzi si possono usare, non avendo gli strumenti adatti a misurare gli angoli?*

R. Senza impiegare gli strumenti atti alla misura degli angoli, facendo uso di pertiche, di pali e di corde, si possono, quando se ne ha il tempo, determinare anche con molta precisione i principali punti di un terreno. Difatti, è possibile dopo avere misurato i lati d'un sistema di triangoli, di calcolarne gli angoli (Geo. pia. prob. XIII); o pure alzando una perpendicolare ad uno de' lati d'un angolo qualunque, e deducendone dalla cognizione de' lati del triangolo rettangolo formato in questa guisa, gli angoli del medesimo triangolo; finalmente nulla impedisce dal passare così d'approssimazione in approssimazione alla valutazione degli angoli del primo abbozzo, se si giudica a proposito.

Quando non si hanno i mezzi ordinari per prendere gli angoli, è naturale di fare uso delle operazioni di geometria pratica, che danno le distanze a' punti inaccessibili. Si può anche trar partito, dall' operazione con la quale si conduce una parallela ad una retta lontana, e da quella che serve a trovare la distanza fra due punti; tutti questi compensi divengono allora importantissimi a perfezionare il lavoro della carta, e basta avere il tempo necessario per impiegarli; ma ove non è possibile operare con questa precisione, bisogna a quest' ultimi processi sostituire i seguenti.

Si prenda un bastone, e si adoperi a descrivere, mirando come un fucile, diverse superficie coniche, di cui ognuna ha per asse verticale l'altezza dell' osservatore, contata da' piedi fino all' occhio, e le cui basi circolari devono passare per i punti del terreno che si vuol riportare sulla carta.

31. D. *Come si risolvono taluni problemi, mancando degli strumenti adatti per la misura degli angoli?*

R. Si debba per esempio, condurre da un punto dato una perpendicolare ad una retta data, situandosi al punto, e seguendo coll'occhio un bastone qualunque, si fisserà un punto della retta; di poi senza cangiare l' inclinazione del bastone, si girerà sul posto fino a tanto che il suo prolungamento coincida con un secondo punto della retta. Ciò fatto, dividendo per metà l' intervallo de' due punti osservati, si avrà il piede della perpendicolare.

32. D. *Come si tira una parallela ad una retta data, senza alcuno strumento?*

R. Conducendo collo stesso processo due perpendicolari ad una stessa retta, prendendo sopra di loro ed a partire dalla retta data, lunghezze uguali, si determineranno due punti d' una seconda retta parallela alla prima.

33. D. *Come si costruisce un quadrato sul terreno, senza alcuno strumento?*

R. Egli è chiaro che lo stesso mezzo indicato nel paragrafo precedente, potrà essere impiegato a delineare sul terreno un quadrato, come anche l'angolo di 45.° di cui si fa spesso uso.

34. D. *Come si costruisce un' angolo di 30, di 60, di 135 gradi?*

R. Questo processo servirebbe anche a delineare l'angolo di 30.°, quello di 60.°, quello di 135°, e per conseguenza sarebbe possibile di figurare i poligoni di sei ad otto lati; ciò che è assai utile per la pianta de' fortini e ridotti da campagna.

35. D. *Come si misura la distanza da un punto dato, ad un punto inaccessibile senza alcuno strumento?*

R. A fin di avere la distanza ad un punto inaccessibile, bisogna col bastone mirare a questo punto; di poi senza cangiare la sua inclinazione, e girando su' tacchi, fino a tanto che il suo prolungamento tenda a qualche cosa di rimarchevole, e che sia in una direzione secondo la quale si possa misurare, si prenderà la distanza dal punto d'osservazione all'oggetto, e questa distanza sarà uguale a quella cercata; poichè il punto inaccessibile ed il secondo oggetto, sono posti sopra una circonferenza il cui centro è il luogo dell'osservatore.

36. D. *Come si ha la distanza tra due punti inaccessibili, senza alcuno strumento?*

R. Se vuolsi trovare la distanza fra due punti inaccessibili, da un terzo punto dal quale sia possibile scorgere gli altri due, si opererà, per ottenere la distanza di ciascuno di essi alla stazione, siccome abbiam detto; quindi si farà questa proporzione; l'una delle due distanze sta all'altra, come una grandezza qualunque che si riporterà sulla prima, partendo dal punto d'osservazione, sta ad un quarto proporzionale, che bisognerà calcolare e riportare tosto sulla seconda distanza. Si avranno dunque allora due triangoli simili, che faranno conoscere, con una seconda proporzione, la distanza fra i due punti inaccessibili.

Così per esempio volendo determinare la distanza di due punti inaccessibili A e B (fig. 120) dal punto C di stazione. Dopo di aver trovato, come si è detto nel paragrafo precedente, le due distanze CA, CB, si stabilisca la proporzione CA : CB = CM una distanza qualunque misurata sopra CA, sta al quarto proporzionale, il quale è uguale $\frac{CB \times CM}{CA}$. Si

taglia CN uguale a questo quarto proporzionale, e di poi si stabilisca l' altra proporzione CM : MN che si può sempre misurare = CA sta al quarto proporzionale, ossia da AB che sarà uguale ad $\frac{MN \times CA}{CM}$.

Egli è manifesto che la stessa costruzione può servire a condurre per un punto dato una parallela ad una retta data, di cui due punti possono essere veduti nello stesso tempo dalla posizione d' un terzo.

37. D. *Come la più parte di queste costruzioni si possono effettuire mediante qualche altro strumento, sempre facile ad aversi?*

R. Per eseguire con facilità le operazioni indicate di sopra col mezzo di un bastone e di una riga, stimiamo util cosa, far qui parola di uno strumento assai semplice, il quale è una specie di Balestriglia (fig. 131.) Esso consiste in un bastone quadrato AB, ed in un regolo TD che congiunto a sfregamento con AB può scorrere lungo il fusto del bastone, poichè è forato in D di un buco quadrato in modo che resta costantemente perpendicolare ad AB in tutte le sue posizioni; BC è un terzo regolo girevole intorno al punto fisso B, il quale forma col bastone e col regolo fisso un triangolo rettangolo, che varia a misura del pendio, o dell' altezza. Si può adattare al regolo BC un cannocchiale, o de' traguardi.

La figura 132 dimostra l' uso che si può fare della suddetta combinazione di regoli, a fin di trasportare sopra un terreno accessibile, con una specie di generazione conica, la distanza orizzontale di un oggetto inaccessibile. Situato l'osservatore sopra un terreno il meglio che sia possibile orizzontale, e fissato il bastone nella direzione verticale AB, si dirige l'alidada inclinata nella direzione BC all'oggetto inaccessibile C; di poi si fa girare sul proprio asse mirando ad un oggetto C' rimarchevole ed accessibile, avendo cura che nel movimento l' asse non lasci la sua posizione verticale segnata dal filo a piombo, e che il piano dello strumento guardi anch'esso la situazione verticale; col misurare AC' si otterrà la distanza AC.

38. D. *Come si può misurare una distanza inaccessibile mediante la punta di un cappello militare?*

R. Quando tutto mancasse in campagna, si può misurare all'ingrosso una distanza inaccessibile, col disporre la punta del cappello da militare, in modo ch'essa si trovi in una stessa linea retta con l' occhio e con l' oggetto; facendo di poi un mezzo giro sopra uno de' talloni, senza alterar punto la po-

situra del corpo, si miri ad un oggetto accessibile, del quale si misuri la distanza che sarà uguale a quella che si cercava.

Con questo stesso semplice procedimento, si può misurare la larghezza di un fiume. In effetti supposto che dal punto A (fig. 121) si debba misurare il fiume che si ha innanzi, e si abbia il solo cappello da militare; l'osservatore se lo porrà in guisa che la punta si trovi in una stessa linea retta con l'occhio e con un oggetto qualunque M che è sulla sponda opposta; facendo poi un mezzo giro sopra uno de' talloni, senza alterare la positura del corpo, mirerà ad un oggetto accessibile, e sia P. Misurata allora la distanza AP, e da essa tolto l'altra AD che può misurarsi, si ha la larghezza del fiume.

39. D. *Come mediante un bastone, e qualche regolo si misura un'altezza qualunque?*

R. Con la descritta combinazione di un bastone con due regoli, si può misurare un'altezza quando non si può avvicinare il piede B dell'asse verticale che passa per il vertice di essa (fig. 133.)

In un punto del terreno A situato il vertice, e disposto in senso orizzontale l'asse dello strumento, si determini un triangolo verticale AMN, la ipotenusa del quale passi per il punto C. Nella direzione dell'asse si nota un punto M sul terreno, e si misura l'altezza MN. Si determini medesimamente il triangolo rettangolo A M'N' sulla stessa direzione AM, ed in guisa che M'N' sia mantenuto uguale ad MN.

Si misuri AM, A'M', ed AA': avremo $BC = \frac{AA' \times MN}{AM - A'M'}$

Difatti sopprapponendo il triangolo N'M'A' al triangolo NMA, l'ipotenusa N'A' sarà rappresentata da ND, ed il triangolo AND sarà simile al triangolo ACA', ed otterremo le proporzioni che seguono.

AM : AB = MN : BC, ed

AN : AC = AM : AB = AD : AA', e però

AD : AA' = MN : BC; ma AD = AM — A'M' dunque

$$BC = \frac{AA \times MN}{AM - AM'}.$$

Con questi ed altri simiglievoli mezzi, che pur sembrano appartenere all'infanzia dell'arte, quando vadano uniti a grande pratica, si può ottenere una speditezza ed una precisione che non si sarebbe sperata mai a prima vista.

40. D. *Con quale altro mezzo diverso da quello dell'ombra si misurano le altezze?*

R. Indipendentemente dalle dimensioni che si prendono nel senso orizzontale per la costruzione delle carte, in qualche caso è anche necessario il misurare le altezze degli oggetti che possono dominare le posizioni che conviene occupare; e la trigonometria fornisce i mezzi di determinare queste elevazioni, e dove riesce avvicinarle, e dove il piede ne sia inaccessibile. Ma allorchè non si ha il tempo per così calcolarle, nè l'aiuto degli strumenti, fa d'uopo contentarsi di fare queste operazioni con processi analoghi a' precedenti.

Quando avviene che il piede dell'oggetto di cui bisogna avere l'altezza è accessibile, e che nel momento si mostra il sole, abbiamo indicato col problema XIX, che rizzata sul terreno una pertica d'una grandezza nota, e misurata la lunghezza della sua ombra e quella dell'ombra dell'oggetto, con una proporzione: tra la lunghezza dell'ombra della pertica l'altezza di quella pertica, la lunghezza dell'ombra dell'oggetto si aveva l'altezza di quell'oggetto.

Ma se il tempo non permette d'impiegare questo processo, si troverà l'altezza dimandata col seguente metodo. Si fermeranno in terra due pali di diversa altezza, che sieno in una stessa direzione coll'oggetto, ed abbiano le loro sommità anche in una medesima retta con la cima dello stesso. Ciò fatto, sbirciando le sommità de' pali, e facendo ficcare un cavicchio al punto ove la retta che passa per le tre cime incontra il terreno, si avrà questa proporzione: la distanza del cavicchio ad uno de' pali, sta all'altezza di quel palo, come la distanza del cavicchio al piede dell'oggetto, sta all'altezza dell'oggetto.

Così (fig. 122) volendo misurare l'altezza della torre AC, senza l'ombra solare; sopra una parte la più uguale del terreno si situano i due pali Pp, Pp le cui estremità superiori, passano per la cima della torre, e supposto che questa retta prolungata, incontri il terreno nel punto Q, si stabilisca la proporzione: QP : Pp = QA : all'altezza della torre che è uguale $\frac{Pp \times QA}{QP}$.

Egli è anche possibile il mettere in terra orizzontalmente uno specchio, o qualche altra cosa lucida di superficie piana, ed allontanandosene in fino a che l'oggetto possa essere veduto, si otterrà la proporzione seguente per determinare l'altezza ricercata: l'altezza dell'oggetto sta alla distanza del suo piede allo specchio, come l'altezza dell'occhio dell'osservatore al di sopra del suolo, sta alla distanza dello spettatore allo specchio.

41.D. *In qual guisa si misura un altezza qualunque, quando non si può usare della sua ombra, nè si può andare al piede dell'oggetto?*

R. Quando non è possibile usare dell'ombra, nè accostarsi al piede dell'altezza, si dispongono due pali Pp e P'p' (fig.122) in guisa che mirando per sopra gli estremi de'due pali si scovra il piede A dell'oggetto. Allora si determina la distanza dal piede P di un palo a quello dell'oggetto mediante la proporzione Pp : P'p' = PP' distanza de'due pali che si può sempre misurare, sta a PA quarto proporzionale, il quale sarà uguale a $\frac{P'p' \times PP'}{Pp}$. Ciò eseguito si situa il paletto Pp verso la dritta, e nella posizione P''p'', tale che mirando pel suo estremo superiore e pel punto P, si scovra il vertice C della torre AC (1), e poscia si stabilisca la proporzione: la distanza PP'' che si può sempre misurare, sta all'altezza del paletto P''p'', come la distanza PA, che antecedentemente si è ritrovata, sta all'altezza AC; quarto proporzionale, il quale sarà uguale $\frac{P''p'' \times PA}{PP''}$.

Tutti i mezzi rigorosi o approssimativi che si sono indicati s'impiegano con riuscita per la costruzione delle carte militari, e come si è già osservato, la scelta che dee farsi fra questi processi deve dipendere dal tempo che può esser dato al lavoro, e de'mezzi che si hanno, epperò assai facile il vedere che la maggior parte delle operazioni che hanno per iscopo la determinazione delle lunghezze e delle altezze, possono anche essere impiegate vantaggiosamente in altre occasioni diverse da quelle delle quali qui si tratta, e ch'esse sono adattatissime per dare quel giusto colpo d'occhio, e per conseguenza abituano a bene giudicar delle distanze.

---

(1) È cosa assai facile il vedere qual direzione prendano gli estremi di due paletti, essendo per tanto sufficiente il solo occhio; del resto si può benanche trar vantaggio da un bastone, da un fucile, da una tavoletta ec. la quale messa sugli estremi de' paletti, fa vedere la retta da essi tracciata, e quale oggetto questa va ad incontrare. Un tal sistema serve anche per vedere se un punto qualunque è superiore a due altri i quali sono indicati dal bastone, dal fucile ec.

CAPITOLO V.

Delle differenti maniere di levare militarmente un terreno, una contrada.

Dopo esserci fermati su' diversi processi ricevuti ed adoperati più comunemente per la determinazione delle distanze, delle altezze, supponendo l'uso degli strumenti e del calcolo, ci resta anche a vedere ciò che potrà farsi quando, stretti dalle circostanze o dalla scarsità del tempo da impiegare, i mezzi precedenti non potranno essere messi in pratica.

Nelle piante prese con la tavoletta o con la bussola, e che servono per gli usi di guerra, basta il più delle volte, valutare à vista la situazione degli oggetti che sono pochi importanti: qualche volta il tempo permette solo fermarsi sopra tratti grandi e sulle masse principali; ma quelli solo che disegnano con facilità e che si sono esercitati a levar le piante regolarmente, possono allora far questi abbozzi in modo da essere utili.

Il levar di pianta a norma delle regole forma il punto di vista, e dà facilità, e mostra senza stento come è possibile dar la figura del terreno, con un minor numero di punti: e da ultimo si giudica delle forme degli oggetti con l'ispezione di alcuna delle loro parti, e si disegnano a vista carte passabili, delle quali in molte occasioni fa uopo contentarsi nella guerra (1).

E poichè i precetti da noi indicati ne' precedenti capitoli, non sempre trovano la loro applicazione nelle fazioni di guerra; e poichè non vi è operazione di guerra che non si basi sulle conoscenze topografiche, ecco perchè si sono immaginati altri diversi metodi, per levare con facilità ed in breve tempo un terreno, una contrada.

42. D. *Come si può militarmente disegnare un terreno qualunque?*

R. Il primo metodo è di delinear sulla carta de' quadrati, de' quali ciascun lato sia di 400 o 500 passi, e di tracciare sul terreno una linea di una lunghezza qualunque; di costruire su questa base de'quadrati uguali ai primi, e ciò che sarà nel quadrato del terreno, rapportarlo nel quadrato del disegno.

---

(1) L'occhio vuolsi tenere come il più prezioso strumento per un militare. Nè sarà mai troppo, esercitarsi con questo mezzo nella misura delle distanze e delle altezze.

Questo metodo garentisce un risultamento molto esatto, ma bisogna che il terreno non sia tagliato da rocce, passi difficili, o alture che limitano la vista; nè da profonde cavità le quali arrestano la persona destinata al disegno: del resto questa maniera di disegnare un terreno domanda benanche alquanto tempo, e perciò ben raramente potrà eseguirsi nei pressanti casi di guerra.

43. D. *Quale altro metodo si può usare per disegnare militarmente un terreno?*

R. Il secondo metodo consiste nel situare una base fra due punti immutabili, che si possono scoprire da ogni parte; si cammina su questa linea, finchè si scopre a sinistra o a dritta un oggetto rimarchevole, che si rapporta perpendicolarmente a questa base. Si misura ad angolo retto la distanza di quest'oggetto, e si nota sulla carta secondo il numero de' passi che si sono fatti: dopo di che si ritorna alla linea, e si continua a camminare, finchè si offra un nuovo oggetto, che si dinota nell' istessa maniera.

Questo metodo, ch'è quello degli agrimensori, presenta nel levare i terreni di molta estensione, un grande inconveniente; esso obbliga di prendere a dritta ed a sinistra delle basi, una quantità di misure parziali, camminando sulle perpendicolari, verso oggetti l'accesso de' quali è spesso difficile. È facile però in molti casi evitare questa lentezza, o difficoltà, servendosi di due basi che si tagliano sotto un angolo qualunque, che si misura con esattezza. Partendo dal punto in cui le due basi si tagliano, si misura sopra una delle linee, la distanza da quel punto a ciascuna delle perpendicolari che si tirano ad occhio, o con uno squadro agli oggetti collaterali. Si rapportano queste distanze sullo scheletro, tirando le perpendicolari corrispondenti a quelle del terreno, coll' indicazione dell' oggetto sul quale esse si dirigono. Si comincia in seguito sull' altra linea, e s' innalzano su i medesimi oggetti altre perpendicolari, delle quali si misura la distanza al punto d' intersecazione delle due linee. Egli è evidente che due perpendicolari tirate all' istesso oggetto, daranno nel tagliarsi il punto osservato: si hanno in questa maniera due linee da percorrere, e possono determinarsi anche gli oggetti inaccessibili.

44. D. *Vi è qualche altro metodo più facile e più usitato, di quelli precedenti?*

R. Siccome ai nostri giorni, non vi è Regno o Stato o provincia o contrada, che non abbia la propria carta geografica o topografica, così da questa, nel modo che si spiegherà in seguito, si può formare l'abbozzo, o sia il borro del paese ove

si fa la guerra, senza darsi la pena di disegnare di pianta un terreno, difficile molto per un uffiziale di fanteria o cavalleria, non pratico abbastanza nel disegno.

Avendo dunque delle carte generali o particolari rilevate geometricamente, si possono formare delle carte militari, disegnando con una più lunga scala, le parti del paese ove devesi far la guerra, o che si devono riconoscere.

Per eseguire tutto ciò, si potrà procedere nella maniera seguente.

Si prende della carta oliata, e sopraponendo la medesima sulla carta geografica o topografica del paese che deve essere il teatro delle ostilità, o che si deve riconoscere, si osservi esattamente l'insieme della carta (la carta però dev'essere ben fermata da spille); quindi su questa carta oliata si tracciano de' piccioli quadrati di una estensione determinata. Eseguita questa operazione, si prende la carta del disegno, e sopra la medesima si tracciano de' quadrati, più piccoli o più grandi di quelli della carta oliata, secondochè si vuole ingrandire o impicciolire il disegno: il tutto però regolato dalla scala che si stabilisce, o più grande o più piccola di quella della carta geografica o topografica; e poscia ciò ch' esiste ne' quadrati della carta oliata, si passa in questi ultimi; e così si avrà una operazione esatta e determinata. Questo è il miglior metodo militare per un uffiziale di fanteria o cavalleria, tanto per levare un terreno, quanto per eseguire con più facilità una riconoscenza a fronte del nemico, dappoichè si ha sott'occhio, con una simile carta, l' abbozzo del terreno, non dovendo aggiungersi al disegno che tutto ciò ch' è più necessario alla guerra.

Non discorriamo degli oggetti particolari che possono interessare da un momento all'altro, e che è necessario che si riconoscano da coloro che formano le carte militari, perchè se ne discorrerà quando tratteremo delle ricognizioni militari, ci basta per ora indicar solo che le acque, i monti, le strade sono gli oggetti che abbracciano generalmente tutto, e che più segnatamente si debbono aver presente nel disegno. Con un esempio mostreremo più chiaramente quanto si è detto.

Esempio per rilevare una pianta.

Suppongasi che si debba riportare con doppia scala, una parte del terreno della provincia di Capitanata. Si disegnerà il medesimo sulla carta oliata, tracciandovi poscia de' quadrati, come nella (fig. 134); quindi sulla carta del dise-

gno si tracceranno de' quadrati in doppia distanza, come similmente si osserva nella (fig. 135), e si rapporterà il terreno, quadrato per quadrato, come antecedentemente si è detto.

Terminata quest' operazione, la carta si taglierà in tanti grandi quadrati uguali, e s' incolleranno l' uno accanto all' altro su della seta, della tela; onde poterla piegare a libretto colla massima facilità, senza lacerarsi. Quest'operazione facilita ancora le ricognizioni, poichè piegando il quadrato del terreno che si deve riconoscere dalla parte di fuori, viene la carta appoggiata come se fosse sopra la tavoletta del disegno.

I quadrati sulla carta di disegno, saranno delineati col lapis, acciocchè finita l' operazione, possano cancellarsi facilmente, mediante la gomma elastica, o la mollica di pane.

I quadrati che formano le due facce dell' angolo sinistro, si possono segnare con numeri successivi, come si scorge nella figura, acciocchè si renda più facile il disegno, e si evita di prendere una casella per un' altra.

45.D. *Con quali segni s' indicano i varii oggetti che si osservano in un terreno qualunque?*

R. Rignardo poi ai segni convenzionali di cui si parlerà nel Manuale per gli Uffiziali, siccome nella guerra è sempre meglio usare i mezzi più semplici e facili, che più si prestano alla generale intelligenza, come ancora i più pronti, perchè quelli determinati da topografi facilmente possono dimenticarsi non solo, ma anche perchè sono difficili ad eseguirsi con la penna; così colui il quale è incaricato del disegno militare, si regolerà per la spiegazione de' diversi oggetti, con porre a fianco de' segni convenzionali, fatti alla meglio o con semplici segni, o anche le lettere iniziali, per facilitare il disegno, e rendere più intelligibile la carta militare. Per esempio:

p.i. *Piano incolto.*
p.c. *Piano coltivato.*
p.l. *Piano laganoso.*
m.1. *Monte di* 1.a *classe accessibile alla sola fanteria.*
m.2. *Monte di* 2.a *classe accessibile alla fanteria ed alla cavalleria.*
m.3. *Monte di* 3.a *classe accessibile all'artiglieria, fanteria e cavalleria.*
b.r. *Bosco rado.*
b.m. *Bosco montuoso.*
f.r. *Fiume rapido.*
f.n. *Fiume navigabile.*
f.g. *Fiume guadabile.*
p.p. *Ponte di pietra.*
p.l. *Ponte di legno.*
p.1. *Piazza di* 1.o *ordine, ec.*
c.c. *Città chiusa.*
c.f. *Città fortificata.*
b.a. *Borgo aperto.*
m.v. *Molino a vento.*

c. *Collina.* m.a. *Molino ad acqua.*
b.f. *Bosco folto.* ec.ec.ec.

E così si regolerà per tutto il resto de' segnali convenzionali.

CAPITOLO VI.

Degli errori che si possono commettere levando militarmente

46. D. *Quali sono gli errori che si commettono levando militarmente un terreno?*

R. Gli errori che si possono commettere nel levare militarmente un terreno, nascono per lo più

1.° Dal non avere saputo tracciare un mezzo convenevole.

2.° Dall'eccessiva fretta di disegnare subito, tuttociò che si vede; il che rende l'espressione inesatta e falsa.

3.° Dal trascurare, allorchè si è poco esercitato, di assicurarsi della posizione di taluni interessanti oggetti.

Si deve incominciare dal riconoscere sulla carta il paese, il corso delle principali acque, e la direzione delle principali alture e valli; poi formarne uno scheletro o borro, su del quale si segnerà il rimanente, maniera che sembra più convenevole per levare la contrada con ordine e celerità. Col mezzo di questa prima misura si sarà meno esposto ad ingannarsi. Nel mentre che si ha di mira di levare un vallone, non si figurerà contemporaneamente un'altura, che n'è distante ancora un quarto di miglio; non si cercherà neppure di levare nel tempo istesso tutti i particolari di un vallone. Questo metodo distrae ed imbroglia un'intera operazione.

Non bisogna immaginarsi che sia cosa buona il fidarsi interamente alla condotta di una guida, per levare con più speditezza e senza confusione. Una guida servir deve ad indicare soltanto le strade che se le domandano, ed a rispondere alle quistioni che se le fanno. Spesso tali guide vi stordiscono di particolari inutili e di osservazioni, e se per una premura mal concepita, vogliasi sulle loro notizie esprimere tutto, si rovescia e si diffigura talmente il terreno, che si termina col non sapersi più orientare.

È ancora un errore il credere, che quando si possiede la teoria del levare, siasi in istato di ben figurare un terreno. Un colpo d'occhio sopra una carta è sufficiente per comprendere la configurazione di una contrada, nel mentre che vi bisognano almeno cinque o sei giorni per levarla. È tutt'altro riconoscere una valle sulla carta, che il vederla sul terreno; le boscaglie

o altri ostacoli, che impediscono spesso di vedere a dieci passi avanti di se, rendono l' operazione lenta e difficile.

Si consiglia ad un principiante (quando anche possedesse un' eccellente teoria) di esercitarsi a levare delle posizioni isolate di terreno, cominciando in un paese piano; quando avrà levato tutte le varietà del terreno, si eserciterà ugualmente sopra piccole parti, finchè sarà nel caso di levare successivamente delle più grandi, e finalmente una contrada intera.

È più facile e sbrigativo riconoscere un paese piano, che uno svariato e montoso, perchè questo bisogna osservarlo dalla cima alle falde Prendendo nozioni dalle guide, si cercherà avere de' punti che formano de' triangoli, perchè allora è facile disegnarne lo spazio.

Bisogna pria d' incominciare a levare un terreno qualunque, avere uno scheletro o borro rettificato, come ancora de' rapporti circa i particolari del terreno.

Se si devono prendere notizie sopra una contrada tagliata da fondi e da valli, si comincerà dal domandare la natura di ciascun fondo; se vi sono villaggi, il loro nome, la distanza, il corso dell' acqua, la direzione delle strade, la natura del terreno ec. ec., e si farà altrettanto per ciaschedun fondo successivamente.

Quando si sarà fatto in questa maniera l' abbozzo di due fondi collaterali, si prenderanno delle notizie circa il terreno intermedio, e quanto in esso vi è di rimarchevole.

Un piano che non indica nè la forma de' villaggi, nè i diversi oggetti che abbiamo enunciati, non può servire per dare disposizioni alle truppe, e non è utile per un Generale, per un Comandante qualunque. Nell' interno, o all' entrata de' villaggi accade spesso, che s' attaccano le scaramucce più vive: come prepararvisi se non si conosce la figura di questi villaggi? È dunque necessario di levare esattamente un terreno in tutti i suoi particolari, quando deve servire per un piano militare.

CAPITOLO VII.

Regole generali tolte dalla natura stessa de' terreni.

47. D. *Quali sono i principii generali circa la natura dei terreni?*

R. Le regole generali, tolte dalla natura stessa de' terreni, sono le seguenti:

1.° Dalle cime degli alberi si può giudicare della ineguaglianza di una pianura.

2.° Le montagne le quali sul principio sono più dolci, e poi da un punto divengono ripide, hanno sicuramente la cima formata a pane di zucchero.

3.° Quanto più un fiume si accosta alla sua foce, corre tanto più dritto, ed ha maggior larghezza.

4.° I più piccioli ruscelli hanno le loro ripe incurvate e serpeggianti.

5.° Quando le ripe di un fiume sono alte, è un segno sicuro della profondità del medesimo (1).

CAPITOLO VIII.

Per formare le carte di colonna, o sia carte di marcia.

48. D. *Quale metodo si tiene per formare la carte di colonna, ossia di marcia?*

R. È un eccellente sistema, quello di levare nelle marce le strade per le quali si passa, come il terreno sulla dritta e sinistra, in un cerchio che termina agli oggetti che si possano distintamente rimarcare; ma si dovrà fare soprattutto attenzione alle strade che si percorrono. Se non si hanno le guide, dalle quali si possa sapere il nome de' villaggi vicini, e delle strade, bisognerà cercarli sulla carta, o prenderne notizia in una guisa qualunque.

Con questo metodo si fanno delle carte militari, che non comprendono altro che le strade co' particolari di tutto ciò che le costituisce, e si chiamano carte di colonna, o carte di marcia.

Spesso un Uffiziale può esser inviato dal campo per riconoscere tutte le strade in una certa circonferenza, onde vedere in quante colonne si può marciare.

Si condurrà in simil caso secondo i principii stabiliti di sopra, ed avrà cura di prendere una guida da villaggio a villaggio; e siccome per il gran numero delle vie e delle strade che egli deve riconoscere ha molto terreno da percorrere, bisogna che si limiti ad osservare semplicemente le strade, e ad indicare col contrassegno di un zero i villaggi, che non sarà a

---

(1) Si tralascia la maniera come levare le strade le montagne le valli, i fiumi e boschi, perchè sicuramente vengono espressi sulle carte speciali da dove si rileva lo scheletro del terreno.

portata di vedere interamente; ma esprimerà con qualche particolarità quelli che traverserà.

Si farà di ciascuna strada un borro separato, e se la carta fosse troppo corta, aggiungerà altrettanti supplementi, quanti ne bisogneranno.

49. D. *Di quali oggetti deve esser fornito l' uffiziale che muove per formare una carta di colonna?*

R. Un portafoglio di un mezzo foglio di carta ordinaria, con un cartone da disegnare della stessa grandezza, una riga uguale alla lunghezza di un piede, parimente destinata a servir di scala, un compasso, un lapis, della carta comune per prendere delle note prima d' incominciare a levare, sono sufficienti per disegnare. Si applicherà sul cartone la carta destinata a tale operazione, incollandone gli estremi, e questa servirà per tracciarvi il disegno.

Il cartone così preparato dève fare l' officio della plancetta, la riga servirà di traguardo, e questa imitazione geometrica darà risultamenti molto più esatti e più soddisfacenti, che ogni altro metodo praticabile in campagna.

I fogli di carta per disegnare possono anche tagliarsi in otto per maggior comodità, poichè si può fare uso di questi quadrati di carta in tutti i sensi, rapportando un estremo coll' altro, e facendoci de' segni per l'unione di questi quadrati.

50. D. *Vi è qualche altro metodo per indicare le carte di colonna, ossia di marcia?*

R. Si può anche descrivere il tutto senza disegnare; come per esempio — Strada dal villaggio N al borgo B. La strada è ruotabile; dopo un mezzo miglio sulla dritta vi è una gran pianura dell' estedsione di quattro miglia; ed il suolo è seminato, o paludoso; seguitando a camminare sulla sinistra, alla distanza di una portata di fucile, vi è il paese D; dopo sei miglia dal detto villaggio N, vi è un fiume che attraversa la strada ed ha un ponte di legno, ec. ec. descrivendo così il tutto colle dimensioni determinate.

CAPITOLO IX.

Per valutare le altezze delle montagne fra di esse.

51. D. *Quale è il miglior metodo per valutare la relativa altezza delle montagne?*

R. La miglior maniera di valutare l' altezza relativa di due montagne, onde osservare quale delle due ha dominio sull' altra, è quella di portarsi a qualche distanza in avanti, ad un

punto che corrisponda perpendicolarmente ad un altro medio all'intervallo che le separa, in guisa che l'osservatore abbia le due montagne dritte avanti di se; e così potrà osservare quella che domina l'altra.

Una montagna che s'innalza al di sopra di un'altra, si dice che la comanda, allorchè la medesima non è più distante della portata del cannone, o 1000 passi geometrici. S'indicherà questo dominio sopra la pianta come un raggio tirato dall'altura la più elevata, all'altra subalterna. Dal punto d'onde parte questo raggio si mette la lettera C, che vuol dire Comando, ed all'altra estremità si farà un piccolo bottone per esprimere la palla del cannone che ivi potrebbe ferire.

52. D. *Come s'indicano le montagne?*

R. Le montagne non si debbano mai disegnare in prospettiva, ma si devono esprimere tutti gli andamenti, e le principali vie.

In caso di premura, si dovrà solamente portare il borro che si sarà fatto, sull'altura la più elevata (quando non si è riportato dalla carta geografica), per avere l'assieme del terreno. In principio si disegneranno le acque che scorrono, poi le principali altezze delle montagne, particolarmente quelle che hanno un comando sulle alture contigue.

Secondo queste istruzioni bisogna accostumarsi a levare con celerità, e rendersene la pratica familiare, pria di operare alla vicinanza del nemico.

CAPITOLO X.

Del modo di valutare la profondità de' fiumi, ed altre osservazioni necessarie.

53. D. *Cosa si deve osservare nel disegnare i fiumi?*

R. I fiumi immancabilmente sono dettagliati sulle carte generali da dove si rileva lo scheletro, per cui non bisogna altro che percorrerli, e segnare qualche grande sinuosità tralasciata, o qualche isoletta, o pure se hanno cambiato di letto.

Si deve però osservare con cura, e segnare sulla carta:

1.° I passaggi, cioè i ponti ed i passi.

2.° I punti ove è guadabile.

Bisogna perciò osservar la diversità delle sponde, dove sono macchiose, dove sgombre, dove fangose o sassose, e finalmente se sopra di esse vi sono abitazioni.

54. D. *Come si conoscerà il fondo di un fiume e la sua profondità?*

R. Dove le acque formano delle onde, quelle che sembrano tremulanti, indicano che il fondo è sassoso. Dove le acque fanno de' vortici, è segno che vi è della profondità e de' buchi sott'acqua; infine si osservi se la corrente è rapida o pur no. Se si ha bisogno di determinare la profondità di un fiume o di qualsivoglia acqua, farà d'uopo portarsi nel centro sopra una barca, poscia coll'ajuto di una pertica affondata nell'acqua, o pure con una cordella alla quale sarà legato un piombo, si scandaglierà la profondità del fiume; ma questa operazione non si farà mai da sopra un ponte, giacchè in quel sito vi sono sempre molti vasi d'opposizione.

CAPITOLO XI.

Della maniera di levare i villaggi.

55. D. *Quali cose bisogna considerare allorchè si disegnano i villaggi?*

R. L'essenziale alla guerra è di ben levare un villaggio, e la contrada che lo circonda; e siccome questi non vengono espressi nelle carte speciali, così se ne descriveranno i particolari.

Se vi è nel villaggio una chiesa, un castello, o un podere, bisogna indicarli con cura, come anche le mura in fabbrica, particolarmente quelle de' cimiteri; si può d'un cimiterio fortificato, fare sovente un posto importante per la difesa del villaggio.

In paese piano, le vie o strade che attraversano il villaggio determinano la sua forma generale.

Vi sono de' villaggi che non consistono, che in case isolate; basterà in questo caso misurare la lunghezza delle strade, e si esprimeranno le case in ciascun lato, senza misurarne la distanza.

I villaggi situati ne' fondi e nelle valli, sono nella stessa circostanza; non si farà in tal caso, che misurare la lunghezza delle strade, e si disegneranno le case ad occhio.

Quando vi è nel centro del villaggio una gran piazza, dalla quale si distaccano più strade, bisognerà prima rendersi su questa piazza; se ne prenderà l'estensione e la forma, marcando nel tempo stesso sul borro, il principio di ciascuna strada che ne parte, e poi si misureranno successivamente: con tal mezzo si ha lo scheletro del villaggio, e non resta che disegnare ad occhio le case e le siepi, e riconoscere il villaggio al di fuori.

Non è necessario d'indagare precisamente il numero delle case che compongono ciascun villaggio, ammeno che non sia un casale che non ne abbia più di cinque o sei.

Si possano designare arbitrariamente le case di un villaggio; basta conservar solo la disposizione generale:

In quanto alle siepi, si può fare a meno rapportarle fedelmente, perchè esse possono essere trasportate, o distrutte da un momento all'altro.

Quando si levano i particolari di un villaggio, non solamente s'indica la direzione delle strade, quelle per i carri, ma ancora i sentieri.

Quando un villaggio si deve topograficamente disegnare, si misura la strada principale, e quando la scala è grande, anche la larghezza di essa; in seguito si situano arbitrariamente le case sull'una e l'altra parte della strada.

Dopo aver rapportato sulla carta la lunghezza del villaggio secondo la scala, tracciasi la strada e le case che la fiancheggiano, riportandole sul borro: di questa maniera si ha un disegno approssimativo del villaggio.

Se il tempo è breve, non si misurerà che la lunghezaa del villaggio, e le case e le siepi si esprimeranno a volontà. In fine, ne' casi estremamente pericolosi, basta stimare ad occhio questa lunghezza, e disegnare il tutto arbitrariamente.

Per levare i giardini attinenti al villaggio, bisogna incominciare dal fissarne la posizione. Si anderà sull'altura di una casa la più elevata, da dove se ne osserveranno le forme.

Se si è levato il villaggio al passo, si leveranno i giardini della stessa maniera; in conseguenza si anderà lungo il muro o le siepe de' giardini stessi, ed il numero de' passi che saranno contati, ne darà la loro dimensione.

L'interno dei giardini si diseguerà come riuscirà più a proposito.

CAPITOLO XII.

Del modo di levare le città aperte ed i borghi.

56. D. *Come si ha il disegno delle città aperte e de' borghi?*

R. Le città aperte ed i borghi si levano nella stessa maniera de' villaggi; ma la prima cosa da farsi è di vedere se tutte le strade della città sono della stessa larghezza, e se vi è disuguaglianza si esprimerà nel disegno; del resto non è di alcuna utilità il misurare la larghezza di ciascuna strada in particolare. La picciolezza della scala quasi mai permette di esprimerle esattamente.

Quando si misura da un estremo all'altro una strada in cui sboccano le strade laterali, è buono di esprimere nello stesso tempo la massa delle case e le abitazioni isolate, secondo la di loro distanza reciproca.

È inutile qui entrare in maggiori particolari; la figura 136 rappresenta un borgo, del quale se ne leverà il piano nella maniera seguente.

Si fa prima il disegno della strada principale AB; si marca cammin facendo il lato del quadrato D, e si prende la lunghezza, se è quadrilungo; in fine si traccia la direzione della strada C; ed ecco fatta così l'operazione principale. Il resto segue da se.

CAPITOLO XIII.

Del modo di levare le città chiuse.

57. D. *Come si ha il disegno delle città chiuse?*

R. Quando si debbano levare le città di questa specie, non è solamente necessario di esprimere tutte le strade; bisogna ancora riconoscere l'interno e l'esterno delle mura, per essere nel caso di fare le convenevoli disposizioni di difesa.

Il piano di una città non è tanto difficile a levare militarmente, soprattutto quando si divide mentalmente l'operazione in un certo numero di parti, per mezzo delle strade.

Non vi è città che non abbia una strada principale, andando presso a poco da un punto all'altro. Essa divide naturalmente la città in due parti, in guisa che facilita l'operazione senza imbarazzo.

Quando si ha l'abito di estimare la distanza ad occhio, si può levare tutta la città senza misurarla; ciò è di una gran comodità, e sovente di una esattezza sufficiente.

Quando però si dovranno prendere le dimensioni rispettive, s'incomincerà dalla grande strada, e nel tempo stesso che se ne misura la lunghezza, si marcheranno con linee punteggiate sul borro, gli sbocchi delle diverse strade a dritta ed a sinistra, marcandone anche la lunghezza.

Ciò fatto, si verrà alle strade laterali, che si misurano al passo in tutta la loro estensione. S'indicheranno esattamente le porte della città, le uscite intermedie; in una parola tutto ciò che sembra suscettibile di nuocere, o pure di servire alla propria difesa.

Sarebbe ottimo di marcare giustamente, per quanto più è possibile, le distanze dalle case alle mura.

Le case che terminano ciascuna strada, non si esprimeranno una ad una, ma in massa, e non s' indicheranno separatamente, che gli edifizii rimarchevoli, come le case comunali, le chiese i conventi.

Se poi la più gran parte delle case fossero di legno, si esprimeranno quelle di pietra, perchè esse al bisogno possono servire da magazzini per ricoveri, o per siti difensivi.

Se si voglia avere un piano esatto della città, bisognerà allora disegnarla con una scala assai più grande, per esprimere non solamente i diversi seni delle strade, ma ancora le ineguaglianze che possano incontrarsi nelle loro lunghezze. Non bisogna obbliare levando un città, d' indicare le fontane che vi si trovano.

Per levare i borghi delle città, si pratica quanto si è detto di sopra per le città medesime : ma quando si è terminato di levare l' interno de' borghi, bisogna farne tutto il giro al di fuori, per conoscere le siepi e le mura de' giardini, ed esprimerlo sul piano in una maniera più propria.

CAPITOLO XIV.

Riconoscenze parziali degli oggetti.

58.D. *In qual modo si riconoscono gli oggetti parziali prima di rapportarli sul disegno*?

R. La riconoscenza parziale degli oggetti, esige un occhio sicuro ed esercitato, sopra tutto allorchè si viene obbligato a determinare la distanza de' villaggi, le altezze de' monti, e la profondità dell' acqua e de' valloni.

Per levare una contrada bisogna saper valutare con precisione la differenza della distanza, ed a questo effetto si prenderà per scala, o per termine di comparazione una distanza cognita, secondo la quale si determina di quanto l' oggetto è più vicino o più lontano di quello che lo è un terzo, e si stabilisce questo rapporto sulla carta.

Non bisogna credere che nel levare militarmente debbasi tutto misurare trigonometricamente ; questo succede di raro, perchè la natura fornisce essa medesima de' dati, che non obliga a così operare, e che sono come principii da'quali non si ha che a dedurre la conseguenza.

Abbiamo altrove fatto conoscere che quando si ha tempo si misura il terreno colla catena o corda ; in campagna però bisogna impiegare mezzi più semplici, adottando generalmente la misura del passo, che è nel tempo medesimo la più comoda.

Subito che si è acquistata l'abitudine di determinare la distanza col passo, non v'è niente di più facile, che di ridurla ad altre misure in piedi, in tese, in canne ec., poichè non bisogna che conoscere il rapporto di queste misure.

Ordinariamente in campagna si contano 1000 passi geometrici per un miglio, ed ognuno di questi passi è composto di cinque piedi parigini, ed ogni piede di dodici pulsate o pollici.

Bisogna perciò abituarsi a fare i passi sempre uguali, ed un terreno si percorrerà più volte, sino a che non si misuri esattamente. Abbiamo indicato qual metodo si poteva usare per valutare il passo dell'uomo, e si è detto che in una operazione un poco lunga, il passo si accorcia successivamente, in modo che le ultime misure sono bene esatte: e che era mestieri, per avere una giusta valutazione, misurare pria di partire una estensione determinata per misurarla al ritorno; e prendendo una media proporzionale si aveva il vero rapporto, per costruire la carta su di una scala a tese determinate, dal rapporto che si era trovato. Che si potevano valutare gli spazii pel tempo impiegatovi a percorrerli, misurando ancora, pria di partire, lo spazio che si può percorrere in un minuto, ed al ritorno quello che si percorrerà nello stesso tempo; la media proporzionale aritmetica delle due misure era lo spazio pel corso, e moltiplicando quindi questo numero per tese, per il tempo totale impiegato a misurare in una direzione, si aveva la lunghezza di ciascuna direzione, e per conseguenza la posizione era levata. Ma se si fosse poi obbligato di doversi contentare de' risultamenti anche più approssimativi, si possano impiegar i seguenti mezzi. Un uomo percorre al passo ordinario 95 passi per minuto, ed al passo accelerato 120. Un cavallo percorre in un minuto 125 passi al trotto. In fine giunti al punto di non più ingannarsi, e di fare i passi costantemente eguali, si valuterà prima una piccola distanza ad occhio, e quindi si misurerà al passo. Il risultamento di tale operazione farà vedere sino a qual punto siasi calcolato giusto. Si applicherà progressivamente a distanze più considerevoli, come 30, 40, 60, 100 passi, e si potrà ancora giungere a mille.

Allorchè si sarà esercitato a stimare a colpo d'occhio, si potrà levare tutta una contrada senza aver bisogno di misurarla al passo.

Un uffiziale impiegato ad eseguire prontamente un disegno topografico, volendo diminuire il tempo del lavoro il più che è possibile, per le diverse misure del passo, potrà impiegare i sotto uffiziali, ed anche gli esperti soldati del suo distacca-

mento, additando loro fin dove debbano giungere, ed avvertendoli di ricontare i passi al loro ritorno, onde prendere la media proporzionale aritmetica tra questi due numeri; così si facilita al maggior segno la prontezza del disegno, e si diminuisce di molto il lavoro dell' uffiziale, il quale in tal caso non si occupa che di riunire tutte queste misure particolari, nell' abbozzo del disegno che si ha costruito.

NOZIONI GENERALI

SULLE

ARMI PORTATILI, SULLA CONFEZIONE DE'CARTOCCI, E SUL TIRO DELLE ARMI DA FUOCO PORTATILI.

CAPITOLO I.

Delle armi portatili da fuoco, cioè del fucile del moschetto della carabina della pistola.

1. D. *Cosa s' intende per fucile, archibugio?*

R. Generalmente oggi tutte le fanterie sono armate di un fucile, arma da fuoco portatile, fatta di una canna di ferro vuota dentro, incassata in un fusto di legno; la quale si carica con polvere e palla da sparare contro il nemico, mediante l'opera di una piastrina, che scattando dà fuoco alla polvere sottoposta, donde per un buco fatto nell'estremità della canna stessa, va ad accendere la polvere onde è carica.

2. D. *Quante specie di fucili si usano da noi?*

R. Tre sorte di fucili si hanno da noi; con i più lunghi si armano le compagnie del centro della fanteria di linea, con i meno lunghi le compagnie de' cacciatori e granatieri, e co' più corti detti moschetti, si arma l' artiglieria, i zappatori, i pionieri e la gendarmeria.

3. D. *In quante parti si divide il fucile?*

R. Il fucile si divide in molte parti. Eccone le principali. La *canna*, la *cassa*, i *fornimenti*, la *piastrina*, le parti *esterne* (1).

4. D. *Che cosa è la canna, e quali sono le sue parti principali?*

R. La canna è il tubo in cui s' intromette la carica, ed è quella che deve sostenere gli sforzi dell' agente. Abbenchè ne sia la forma di un cono troncato, pure alla base s' imprimono 5 corte facce, che si vanno a cancellare verso la bocca. Il suo vacuo è cilindrico, ed esso comunica con la parete esterna per

---

(1) Si bada che nell' indicare le parti componenti il fucile, ci siamo serviti delle voci italiane, come di quelle comunemente in uso che son quasi tutte quelle rinchiuse tra le parentesi.

mezzo del canaletto di lumiera (*focone*), che dà passaggio alla fiamma per la combustione della carica. Alla bocca del tubo si applica un piccolo risalto *parallelepipedo*, onde fissare stabilmente la bajonetta in tal sito, col soccorso di un anelletto. Al di sotto della canna è avvitata la *culatta*. Termina essa in coda forata, per ricevere una vite, che affibbia l'estremità del tubo sul *ceppo*: ha parimente un tallone intagliato, pel passaggio di una delle viti di contropiastrina (1)

5. D. *Cosa è la cassa del fucile, e quali sono le sue parti principali?*

R. La cassa del fucile, è quella parte per lo più di legno di noce, che incassa e tiene ferma la canna, la piastrina, ed ogni altra parte del fucile. In essa si distingue il *fusto*, il quale contiene le incastrature per la canna e per la bajonetta, il *calcio*, è di questo la parte intermedia, alquanto arcuata e sgrossata, che chiamasi *impugnatura*.

6. D. *Quali sono i fornimenti o guarniture del fucile?*

R. I fornimenti, o le guarniture del fucile, sono il *boccaglio*; la *granatiera*, la *cappuccina*, e le rispettive molle: come pure la *contropiastrina*, il *sottoponte*, il *ponte*, i *battenti*, il *grilletto*, la *piastra del calcio*.

7. D. *Cosa è il boccaglio?*

R. Il boccaglio è quell'ordegno che affascia il lembo del fusto e la canna (§.5): la sua estremità superiore si mette in contatto col tubo della bajonetta. Trovasi esso munito di un imbuto, destinato ad agevolare il maneggio della bacchetta, e di due fasce, delle quali l'inferiore ha la mira di rame, della grandezza di un granello di orzo.

8. D. *Cosa è la granatiera?*

R. La granatiera è quell'ordegno che s tto l'aspetto di un anello ovale, avvince la canna nel mezzo del fusto. A questa fascetta, va annesso un *battente*, che acquista il giuoco in un piccolo risalto forato, e pel quale vi passa un correggiuolo comunemente detto *bretella*.

9. D. *Cosa è la cappuccina?*

R. La cappuccina è quell'ordegno che parimente ovale, si colloca nel sito, in cui il canale della bacchetta comincia ad essere coperto dalla cassa.

10. D. *A che servono le molle di guarnitura?*

R. Le molle di guarnitura s'incastrano nel fusto con punte

---

(1) Per ben conoscere tutti questi particolari del fucile, veggasi la carta disegnata all'uffizio topografico, essendosi da noi indicato n.1 disegno solo le parti componenti la piastrina.

trasversali, e tendono a frenare le fascette, ed a renderle stabili nelle rispettive posizioni.

11. D. *Cosa è la contropiastrina?*

R. La contropiastrina è quell'ordegno che modificato in S, si applica nel verso opposto della piastrina, e serve di ritegno a due grandi viti che perciò si dicono di contropiastrina.

12. D. *Cosa è il sottoponte, o lo scudo?*

R. Il sottoponte, o lo scudo, è quell'ordegno che ha superiormente l'urtante che arresta la bacchetta nel suo canale, ed al fronte presenta delle aperture a distanze prescritte, per applicare un secondo battente a coda, il grilletto, ed il ponte. Ha due risalti perpendicolari alla sua lunghezza, i quali di unito al nodo posteriore del ponte, danno appoggio alle dita, per impugnare con fermezza l'arme nelle occorrenze. La vite del bottone di culatta, ed una vite a *legno*, fissano nel posto questo pezzo di guarnitura.

13. D. *Cosa è il ponte?*

R. Il ponte è quell'ordegno che si aggiusta sullo scudo per covrire il grilletto, ed ovviare a qualunque sinistro accidente. Il suo dorso arcuato diminuisce in larghezza fino ai nodi. Ha una fenditura in avanti, la quale serve per ricevere la coda del battente, ed il nodo posteriore; tiene al di sotto della base un gancio, uniforme in dimensioni all'apertura del sottoponte in cui va introdotto (1).

14. D. *Cosa è il grilletto?*

R. Il grilletto è quell'ordegno che compresso mette in moto lo *sparatojo*, invitandone il lungo ramo a rilasciare le molle dell'acciarino nella loro attività. La parte del grilletto che attraversa le fenditure dello scudo e del ceppo, si fissa con una punta trasversale, che serve allo stesso grilletto per asse di rotazione.

15. D. *Cosa è il battente della sottoguardia?*

R. Il battente della sottoguardia è identico a quello della granatiera, ed ambedue si prestano per disporre l'arme in bandoliera, mediante la correggiuola che passa per entrambi.

16. D. *Cosa è la piastra del calcio?*

R. Il calcio del fucile si guarnisce con una piastra piegata a squadra, e fissata da viti a legno.

17. D. *Che cosa è la piastrina (piastra, acciarino, e da taluni anche fucile), e quali ne sono le sue parti principali?*

R. La piastrina è quell'ordegno che si aggiusta alla cassa di ogni arma da fuoco portatile, accanto al focone della canna,

(1) Il ponte ed il sottoponte si dicono altrimenti *guardamano*.

e serve ad accendere la polvere d'innescatura, ossia la civa, e dar fuoco alla carica a piacimento di chi tira. Le sue parti principali sono la *cartella* (corpo della piastrina), lo *scudetto* (bacinetto), la *martellina* (batteria, e comunemente anche detto acciarino), il *cane*, la *noce*, la *briglia*, lo *sparatojo*, 3 molle e 7 viti, senza comprenderci nè la vite del cane, nè le due di contropiastrina.

18. D. *Cosa è la cartella, o il corpo della piastrina?*

R. La cartella, o il corpo della piastrina ABTD (fig. 137, 138), è quell'ordegno che sostiene nelle rispettive posizioni tutti i pezzi della piastrina, e per questo oggetto trovasi forato spiralmente in determinati siti, ed ha una incastratura propria ad assettarvi il bacinetto.

19. D. *Cosa è lo scudetto, scodellino, o bacinetto?*

R. Lo scudetto, scodellino o bacinetto F, è quella parte della piastrina in cui si mette la civa, ossia la polvere d'innescatura, e si covre colla martellina MN. Esso è di rame impuro, quella parte che riceve la vite della martellina dicesi *briglia*; l'altra porzione HL (fig. 137) che lo fissa nell'incastratura della piastrina si chiama *coda*: l'elevazione poi de' bordi laterali, è ciò che dicesi *guarda-fuoco*.

20. D. *Cosa è la martellina, o batteria?*

R. La martellina, o batteria MN, è quella parte della piastrina che cuopre il bacinetto, e contro la quale batte la pietra focaia del cane, per cui staccansi alquante particelle di acciajo infocate che accendono la civa. Di essa la parte N (fig. 137, 138) è la copertura del bacinetto: la *faccia* è il pezzo M, che forma angolo col primo, e che deve rivestirsi con foglietti di acciaro: il *piede* P si destina a ricevere una vite, onde stabilire la martellina a cerniera tra la briglia del bacinetto ed il corpo della piastrina: ed il *tallone* q provoca la resistenza della molle della martellina.

21. D. *Cosa è il cane della piastrina?*

R. Il cane della piastrina è quel ferro C che tra le mascelle m m' (fig. 137, 138) rinserra la pietra focaja, mediante la vite V forata alla testa, per istringerla o per rallentarla. Lo stelo p, o la *cresta*, prende origine dalla mascella inferiore m', ed eccede col suo prolungamento la mascella superiore m. L'incavo J dicesi *cuore*; il *sostegno* poi è quel rinforzo, che sporgendo sul corpo della piastrina, non fa abbassare il cane oltre il necessario. Il cane ha un foro quadrato, il quale serve per accogliere l'albero della noce, coronato dalla vite R.

22. D. *Cosa è la noce?*

R. La noce è quel ferro quasi piatto, dal quale più partico-

larmente dipende l'operazione del far fuoco. Va essa corredata di due perni direttamente opposti; l'uno che traversa il corpo della piastrina ed il cane (detto albero), l'altro che s'introduce nella briglia di copertura. Contiene ancora *l'artiglio* X fig. 137) in corrispondenza di azione con quello Z della molla motrice; ed ha infine due intagli, dai quali il buco dello sparatojo Y si tiene al riposo o alla tensione.

23. D. *Cosa è la briglia?*

R. La briglia b (fig. 137) copre la noce senza conturbarne il movimento, la parte in prolungamento f custodisce del pari *l'occhio* dello sparatojo, e ne riceve la vite; il perno Q della noce traversa la briglia nel mezzo, ed il piede di questa appoggia a squadra sulla piastrina, ed è frenato ivi anche con vite.

24. D. *Cosa è lo sparatojo?*

R. Lo sparatojo è quell'ordegno Ss (fig. 137) conformato a gomito, il di cui ramo lungo va compresso dal grilletto, ed il ramo corto forato per la vite di assettamento, termina in becco, onde artigliare i denti della noce.

25. D. *Cosa sono le molle, e perchè servono?*

R. Le molle sono delle fasce di acciaro, piegate ed affidate al corpo della piastrina, ciascuna da una vite e da un perno. Nella molla grande, il piccolo ramo r (fig. 137) finisce in branca bucata per la vite; ed il lungo ramo B' libero nella vibrazione, porta l'artiglio che incalza vigorosamente la noce sotto le scariche. Per la molla dello sparatojo, la vite si affibbia all'estremità del lungo ramo u (fig. 137); ed il ramo corto forza il becco y a permanere in ciascuno de' due intagli della noce. La molla della martellina poi fornisce a questa, dell'elasticità ne' suoi movimenti; ed in essa il piccolo ramo f' (fig. 138) è forato pel passaggio della vite, e l'altro A' si oppone all'impulso del cane.

26. D. *Quali sono quelle che diconsi parti esterne del fucile?*

R. Si dicono parti esterne del fucile la bacchetta, e la bajonetta.

27. D. *Cosa è la bacchetta?*

R. La bacchetta è l'ordegno necessario per intasar la carica nella canna del fucile. Si fabbrica con acciaro arrotondita per tutta la sua lunghezza; la testa però si conforma in *pera*, e la punta in *spira*, per avvitarvi il cavastraccio. Resta fissata la bacchetta nel fondo del suo canale da una molla, disposta a *foglia di salvia.*

28. D. *Cosa è la bajonetta?*

R. La bajonetta è quella specie di robusto pugnale di ac-

ciajo, che s' inasta alla bocca del fucile e produce gli effetti della picca (1) A tale intento ed alla speditezza de' tiri, concorrono le seguenti parti. Il tubo che inviluppa la canna, l'anelletto che serve per fissare il tubo mercè il risalto (§. 4), che vi s' introduce per incastrature angolari; il gomito che serve per staccare la lame dall' asse del tubo; e la lame per ferire, la quale presenta il dorso, sotto una forma triangolare, o scanalata (2).

29. D. *Quante specie di moschetti si sono da noi adottati?*

R. Il moschetto è quell' arma da fuoco portatile più piccola del fucile, ma dello stesso calibro. Da noi se ne sono adottati di due specie; con quelli più lunghi si arma l' artiglieria i zappatori i pionieri la gendarmeria, e con quelli più corti, detti anche carabine, si arma la cavalleria leggiera.

30. D. *Quali sono le parti componenti il moschetto e la carabina?*

R. Le parti componenti il moschetto e la carabina, sono precisamente le stesse di quelle del fucile, solo le dimensioni sono differenti.

31. D. *Cosa è la pistola, e quante ve ne sono presso di noi?*

R. La pistola è un arma da fuoco portatile, corta e leggiera, la quale si spara reggendola ed appuntandola colla destra. Presso di noi ve ne sono di due lunghezze. La più lunga si dà alla cavalleria in generale, e si porta da tutti dentro una fonda appesa all' arcione, ed ogni cavaliere ne ha due, una a destra, e l' altra a sinistra. Della più corta ne fanno uso i gendarmi.

32. D. *Quali sono le parti componenti la pistola?*

R. La denominazione e le parti componenti la cassa, la canna e la piastrina della pistola, sono le stesse di quelle del fucile, dalle quali non differiscono se non nelle proporzioni. Due solo hanno una particolar denominazione, e sono la *Coccia* (calotta, boccia), cioè quel metallo che riveste il calcio della pistola, e la *Briglia* (volta) dell' impugnatura, che è quella laminetta di ferro applicata sopra la pistola per lungo, verso l' impugnatura della cassa, incominciando dalla codetta del vitone, e andando a terminare contro la coccia.

---

(1) Quando la bajonetta non è inastata alla canna, si porta in un fodero di suola, con puntale di ferro.

(2) Fin dal 1818 le lame delle bajonette applicate a' fucili de' granatieri, sono a doppia schiena.

CAPITOLO II.

Delle sciabole e delle lance.

33. D. *Cosa è la sciabola, e quali sono le sue parti principali?*

R. La sciabola è un arma bianca maneggevole con solo una mano, col taglio da una sola parte, alquanto ricurva, e la quale si porta appesa ad una cintura, o ad una tracolla o brodriere dal fianco sinistro. Le sue parti principali sono il *fodero*, il *fornimento*, la *lama*.

34. D. *Cosa è il fodero della sciabla?*

R. Per fodero in generale s' intende una guaina di ferro, di cuojo, o di ottone, in cui si tiene la sciabla, la daga (1), la spada, la bajonetta. I foderi delle sciabole di fanteria, della daga delle spade e delle bajonette, sono di cuojo; e quelli delle sciabole della cavalleria sono di banda di ferro, o di acciajo. I soli gendarmi a cavallo usano un fodero di cuojo guarnito con fascette di ottone.

35. D. *Cosa s' intendono per i fornimenti della sciabola?*

R. S' intendono per fornimenti o guarnitura della sciabola; tutti quegli ordegni che servono a tenere collegate insieme le varie parti della sciabola, o a rinforzarle, servendo i varii usi cui sono destinati, al buon servizio di essa ed al suo governo

36. D. *Cosa è la lama della sciabola?*

R. Per lama s'intende il ferro della sciabola alquanto ricurvo con scanneliatura o senza.

37. D. *Come altrimenti si particolarizzano le parti componenti una sciabola di fanteria?*

R. Nella sciabola di fanteria si distingue I. La *lama* ad un taglio, alquanto ricurva senza scanellatura. II. Il *tallone* che è la parte rinforzata che sta presso la guardia. III. La *punta*, cioè l' estremità della lama. IV. Il *taglio filo*. V. Il *controtaglio* che è affilato come il taglio. VI. Il *piatto* della lama. VII. Il *debole* che è la parte della lama, che obbedisce alla mano allorchè la piega: essa è calcolata a circa due terza dell' intera lunghezza. VIII. Il *forte* cioè la parte della lama che è dal tallone fino al debole. IX. La *spiga*, la quale attraversando l' impugnatura vi fissa la lama. X. La *guardia* della sciabola, la quale è di un sol getto di ottone. XI. L' *impugnatura*, la quale ha delle scannellature trasversali per meglio brandir l' arma. XII. Il *bottone del fusto* sul quale è ri-

---

(1) Daga è una specie di spada, o sciabola corta e larga; con lama a due tagli.

badito la spiga della lama. XIII. Il *ramo principale* o *vela* che garentisce la mano dai colpi. XIV. L'*elsa* ossia il prolungamento del rame principale, serve a garentire il pollice che si distende sul dorso dell' impugnatura. XV. Il *fodero* di cuojo di vitello guarnito di ottone. XVI. Il *puntale del fodero*, che è di lamina di ottone, incollato e fermato con grappette dello stesso metallo, termina in un bottoncino che ha la figura di una mezza oliva, e serve per garentire l' estremità del fodero. XVII. Il *boccaglio* (gaffa), che parimenti è di lamina di ottone ripiegata nell' interno, per covrire l'imboccatura del fodero. XVIII. Il *passante*, che è di ottone saldato sul boccaglio, e serve per fissare la sciabola sul cuojame per mezzo di un corregiuolo.

38. D. *Quali sono, e come si denominano le parti componenti tutte le altre sciabole?*

R. Le parti componenti le altre sciabole sono le stesse, e si denominano come quelle enumerate per le sciabole di fanteria, sebbene variasse, o la forma della lama, o quella del manico, o la materia di che questo è formato, oppure la diversa costruzione de' foderi. Quindi la lama può esser dritta come quella per grossa cavalleria, ovvero a denti di sega come quella de' guastatori; la guardia può conformarsi a più vele come quella delle sciabole de' gendarmi a cavallo, o della cavalleria leggiera, o pure essere formata di coccia come quella de' dragoni.

39. D. *Che cosa è la lancia?*

R. La lancia è un arma bianca portatile, fatta di un lungo bastone, con in cima un ferro aguzzo e tagliente a tre o quattro facce. È un arma offensiva che usasi da alcune truppe a cavallo, perciò detti Lanceri.

40. D. *Quali sono le parti componenti la lancia?*

R. Il bastone, il quale si chiama propriamente *asta*. La punta che dicesi *ferro*; e la banderuola, che comunemente si pone vicino la punta.

41. D. *Quali sono propriamente le parti di legno che si distinguono nella lancia?*

R. L'asta, la quale è di legno di faggio; ed in essa di distingue I. Il *corpo dell' asta*: II. gl' *incastri* per le ali.

42. D. *Quali sono le parti in ferro, che si distinguono in una lancia?*

R. Le parti di ferro di una lancia sono I. La *lama* in acciaro a quattro facce. II. Il *collo*. III. Il *manico* (tufolo) nel quale s'introduce l' estremità dell' asta. IV. Le *ali*, le quali servono per fissare il collo del ferro sull' asta. V. Il *puntale*

che è una guarnitura all'estremità dell'asta, e serve di contrapeso al ferro della lancia. VI. Le *viti di legno* a testa forata le quali servono per fissare degli anelletti pe' quali passa un correggiuolo che ferma la banderuola all'asta. VII. Le *viti* che fermano le ali del ferro e del puntale.

CAPITOLO III.

Del modo di disgiungere e connettere le parti componenti le armi da fuoco portatili.

L' imperizia e la negligenza sono ugualmente nocive nel connettere, o nel separare le varie parti di una bocca da fuoco portatile. Una sola vite troppo compressa (come quella della martellina) interrompe l' armonia tra i pezzi del fucile, producendovi dell' attrito che si oppone alla vivacità delle molle, e le priva di effetto; ecco perchè vuolsi attentamente osservare un determinato ordine nel separare e nel riunire le parti del fucile.

43. D. *Come si deve scomporre un fucile?*

R. L'ordine che si deve tenere nel disgiungere i pezzi di un fucile è il seguente. Bisogna I. togliere la bajonetta, II. la bacchetta, III. le due viti della contropiastrina, IV. la contropiastrina, V. la piastrina, VI. la punta del battente di sottoguardia, VII. la punta del grilletto, VIII. il ponte, IX. il grilletto, X. il boccaglio, XI. la granatiera, XII. la cappucina, XIII. la vite della culatta, XIV. la vite dello scudo, XV. la canna, XVI. il bottone di culatta.

44. D. *Come si debbono connettere questi stessi pezzi?*

R. I suddetti pezzi si debbono connettere con ordine contrario, cioè incominciando da XVI, XV, XIV ec.

45. D. *Come si disgiungono i pezzi componenti la piastrina?*

R. I pezzi componenti la piastrina si disgiungono col seguente ordine. I. S' incomincerà dallo staccare la molla dello sparatojo, II. lo sparatojo, III. la briglia, IV. la noce, V. il cane, VI. la molla reale, VII. la martellina, VIII. la molla della martellina, IX. il bacinetto, X. la vite del cane, XI. la mascella mobile del cane.

Si badi però che per isvitare le molle, si deve usare il nuovo tiramolle, il quale ne frena l' elasticità con vite di pressione.

46. D. *Come si debbono connettere i pezzi componenti la piastrina?*

R. I pezzi componenti la piastrina, si debbono connettere con procedimento inverso, cioè incominciando da XI, X, IX ec.

47. D. *Come ad occhio si distinguono le varie viti del fucile?*

R. Per riconoscere le viti della piastrina, si osservi che la testa della vite del cane è forata, quella del bacinetto è spaccata, quella della noce ha un diametro maggiore delle altre sei rimanenti, delle quali la lunghezza cominciando dalla più piccola, seguono quest'ordine: I. vite della molla reale, II. vite della molla dello sparatojo, III. vite della soprannoce, IV. vite della molla della martellina (questa è quasi uguale alla precedente), V. vite dello sparatojo, VI. vite della martellina. Delle due viti passanti, quella inferiore è più lunga, entrambi però hanno un uguale diametro

48. D. *Come si disgiungono e si connettono, i pezzi di un moschetto di una carabina di una pistola?*

R. L'ordine col quale si disgiungono e si connettono, i varii pezzi di un moschetto di una carabina di una pistola, è quello stesso indicato pel fucile.

49. D. *Quale altra avvertenza fa d' uopo avere nel connettere i pezzi di un fucile?*

R. Prima di rimettere le viti si ungeranno con olio, o i fori dove s' intromettano; o gli estremi de' loro fusti; ciò che si praticherà benanche al foro del fusto della noce.

La piastrina essendo riunita, si ungerà d' olio il ramo mobile della molla della martellina, ove stropiccia il piede, il becco e le tacche della noce.

Si farà attenzione che le viti debbono essere strette in guisa che i pezzi agiscano liberamente, cioè girano e si muovono uniformemente (1).

CAPITOLO IV.

Della confezione de' cartocci per le armi da fuoco portatili.

50. D. *Cosa sono i cartocci delle armi da fuoco portatili?*

R. I cartocci per le armi da fuoco portatili, sono delle cariche di polvere con palla o senza, rinchiuse in involti di carta.

51. D. *Di qual dimensione sono le palle de' così detti cartocci fucilieri?*

R. Le palle de' cartocci fucilieri, son dette di 18 a libbra, ma in realtà sono quelle di 1 oncia, ossia di 20 a libbra, cioè hanno il diametro di 7 linee ed un punto. E vi sono quelle di

(1) Nel Manuale per gli Ufficiali discorreremo di tutte le altre precauzioni da usarsi, per non far degradare le armi da fuoco portatili.

tre quarti d' once ossia di 24 a libbra, le quali hanno il diametro di 6 linee ed 8 punti.

52. D. *Come deve essere la carta che si usa per la confezione de' cartocci delle armi da fuoco portatili?*

R. La buona carta per la confezione de' cartocci delle armi da fuoco portatili, deve essere sottile resistente bene incollata, con una grana uguale e liscia al tatto. Cinquecento fogli di essa debbono avere 26 a 30 linee di spessezza.

53. D. *Quali ordigni son necessarii per la costruzione de' cartocci delle armi da fuoco portatili?*

R. Vi bisognano I. alquanti tavolati e de' pezzi di tavola nei quali sono praticate delle piccole concavità, un poco più larghe del diametro della palla, e profonde il terzo di questo diametro.

II. Delle forme di 7 pollici di lunghezza e di 6 pollici e 9 punti di diametro, ben cilindriche e fatte di legno duro e stagionato. L' una delle estremità deve essere arrotondita, e l'altra incavata tanto da poter ricevere il terzo della palla.

III. Alquante misure di rame o di latta, della forma di un cono tronco aperto all' alto, che servono per dare le giuste quantità di polvere ad ogni cartoccio. La misura per i cartocci senza palla deve, quando è colma, contenere un sessantesimo di libbra francese di polvere, ossia denari 6 e grani 9 e tre quinti, corrispondente al peso di Napoli di trappesi 9 ed acini 2 e sei settimi di acino. Quella poi per i cartocci a palla, essendo colme, debbono contenere un quarantesimo di libbra francese di polvere, ossia denari 9 e grani 14 e due quinti, corrispondente al peso di Napoli di 13 trappesi, acini 14 e due settimi di acino.

IV. De' piccoli imbuti il di cui cannello possa entrare facilmente nell' apertura del cartoccio.

V. De' bariletti per contenere la polvere e le palle.

VI. Delle casse senza coverchio per i cartocci rollati e non riempiti, che vi si situano verticalmente.

54. D. *Quale carta ordinariamente si usa, e come si taglia allorchè si debbono costruire i cartocci fucilieri?*

R. La carta che da noi s' impiega ordinariamente, tanto per i cartocci a salva che per quelli a palla, è quella chiamata *bastarda*, la quale ha la lunghezza sviluppata di 17 pollici, e 13 pollici di larghezza. Si taglia in due diverse guise, secondo che s' impiega per fare i cartocci con palla, o senza palla.

Nel primo caso, si piega la carta in quattro nella sua larghezza perpendicolarmente al suo maggior lato; poi ciascuna parte in due, e ciascuna metà del quarto in due trapezii, per

mezzo di una linea trasversale, che prenda da 2 pollici 2 linee dall' angolo superiore della sinistra, sino a 2 pollici 2 linee dall' angolo inferiore sottoposto alla dritta. In tal guisa ciascun foglio viene diviso in 16 trapezii, ciascuno sufficiente per costruire un cartoccio. Per costruire i cartocci a palla si piega il foglio di carta in tre, nella sua larghezza perpendicolare al maggior lato, poi ciascun terzo in due nella sua altezza, e ciascuna metà del terzo anco in due trapezii mediante una linea trasversale come sopra si è detto. Ciascun foglio si trova così diviso in 12 trapezii, ciascuno sufficiente per costruire un cartoccio a palla.

55. D. *In qual guisa dopo di essersi tagliata la carta si costruisce un cartoccio senza palla?*

R. Si situa in prima la forma sulla carta, in guisa che la sua estremità arrotondita sia dal lato della maggior base del trapezio. Si rolla fortemente la carta sulla forma, avvertendo che la base di questa deve restare ugualmente distante dall'estremo del lato del trapezio. Tenendosi così avvolta la carta, elevasi con la mano sinistra la bacchetta sulla tavola, il dito pollice in alto, dirimpetto al mento stando l' uomo seduto, e con la dritta si faccino quattro piegature della carta avvolta, rimasta al di sopra della forma: la prima ove termina l' avvolgimento della carta, ed in guisa che questa combacia con la base della forma; la seconda da dritta a sinistra, facendola cadere sulla prima piegatura; la terza da sinistra a dritta abbassando la carta sulla seconda piegatura; la quarta dando alla carta rimanente una piccola torcitura s' inchini sulla terza piegatura. Si batte la base della forma sulla tavola acciò si stringano le piegature, e poscia si ritira la forma dalla carta, vi si versa la determinata quantità di polvere contenuta nella misura, e si piega la carta il più vicino possibile alla polvere.

Ultimati in tal guisa i cartocci, si uniscono a *pacchetti* di dieci l' uno, sitando la base de' cartocci l' una contro l' altro, ossia *testa* e *coda*, la piegatura al di dentro, e si ligano i pacchetti nella metà con detto spago.

56. D. *In qual guisa si costruisce un cartoccio con palla?*

R. Per costruire un cartoccio con palla, si mette la palla nella cavità della forma, si situa all' estremità arrotondita della spina, e si rolla fortemente la carta al di sopra, oprando il resto come per i cartocci senza palla.

57. D. *Come si calibrano i cartocci fucilieri?*

R. Per esser certi che i cartocci costruiti, sono del giusto calibro del fucile, si fanno passare per un apertura il cui

diametro al massimo è di 7 linee e 9 punti, e dopo si formano i pacchetti, che si covrono con carta.

58. D. *Dieci soldati in un giorno quanti cartocci possono costruire?*

R. Dieci soldati, supposto che la carta è già tagliata, possono costruire dieci mila cartocci lavorando per 10 ore.

59. D. *Come debbono ripartirsi tra loro il lavoro?*

R. Sei soldati rollano e situano i cartocci vuoti verticalmente nelle casse che sono situate l'una accosta all'altra. Due soldati riempiono i cartocci così disposti, e piegano in seguito la carta al di sopra della polvere. Gli altri due soldati fanno i pacchetti.

60. D. *Cosa v'ha di bisogno per la costruzione di 10000 cartocci fucilieri?*

R. Per costruire 10000 cartocci fucilieri vi bisognano di polvere 1 cantajo 37 rotoli 4 once 22 trappesi 17 acini ed 1 settimo; di piombo 2 cantaja 72 rotola 16 once 20 trappesi; di carta per i soli cartocci 1 risma 270 fogli, e per i pacchetti 450 fogli; e finalmente di spago 33 once.

CAPITOLO V.

Tiro delle armi da fuoco portatili.

61. D. *Cosa s'intende per linea di mira di qualunque arma da fuoco portatile?*

R. La *linea di mira* di qualunque arma da fuoco portatile, è il raggio visuale che passa per i punti più elevati della culatta e del d'avanti della canna, e si dirige all'oggetto che si vuol colpire. Così (fig. 139) supposto che DEFG dinota un fucile, e propriamente DE il diametro della culatta, ed FG quello alla bocca, essendo B un bersaglio qualunque che si vuol colpire; sarà DFB la linea di mira.

62. D. *Cosa s'intende per linea di tiro di qualunque arma da fuoco portatile?*

R. La *linea di tiro* di qualunque arma da fuoco portatile, è l'asse, o pure la metà della canna prolungata. Così (fig. 139) AHB è la linea di tiro. E questa linea indica la direzione che la palla tende a seguire, quando cacciata per la forza del fluido elastico che sviluppa la polvere, esce dalla bocca dell'arma.

63. D. *Cosa s'intende per trajettoria?*

R. La palla cacciata dal fluido elastico che si sviluppa dopo

l' accensione della polvere nella direzione della linea di tiro, si abbassa gradatamente in forza del suo peso, e segue non una linea retta, ma un altra più o meno curva, la quale dicesi *trajettoria*. Così (fig. 139) la curva HLPB descritta dalla palla prima di colpire il bersaglio B, si dice essere la trajettoria.

64. D. *Cosa s' intende per punto in bianco di un arma da fuoco portatile?*

R. La canna avendo più spessezza alla culatta che alla bocca ne segue che la palla uscendo dalla canna taglia dapprima la linea di mira MFB (fig. 139) nel punto b, che è a piccola distanza del fucile, circa 14 piedi, passa poi al di sopra di questa linea, si riavvicina in seguito, la taglia per la seconda volta nel punto B, e compie di descrivere la trajettoria fino alla sua caduta. Questi due punti b, e B d' intersezione, si dicono prima e seconda *punto in bianco*. Epperò del primo non se ne fa caso nella pratica de' tiri, e s' intende per punto in bianco la seconda intersezione.

65. D. *Cosa s' intende per portata, e per distanza di punto in bianco di un arma da fuoco portatile?*

R. S' intende per portata di punto in bianco di un arma da fuoco portatile, la distanza che passa dalla bocca della canna al punto in bianco, quando la linea di mira è orizzontale. Così (fig. 139) supposto che la retta MFB sia orizzontale; sarà HbB la portata di punto in bianco. Distanza poi di punto in bianco è quando la linea di mira è obliqua.

66. D. *Quali sono le cause che possono far variare la distanza del punto in bianco?*

R. Le principali cause che possono far variare la distanza di punto in bianco, sono la grossezza delle palle, le diverse cariche di polvere, l' inclinazione della linea di tiro.

67. D. *Generalmente però, come si considerano le distanze di punto in bianco di un arma da fuoco portatile?*

R. Poichè per gli usi di guerra si usano costantemente le stesse palle, le stesse cariche, e gli effetti che si hanno mirando fra i limiti di quelli angoli sotto a' quali ordinariamente si tira, essendo poco sensibili, così la distanza del punto in bianco di un arma, si considera come fissa, e sempre uguale a quella che si chiama portata di punto in bianco.

68. D. *Quali sono le regole che si deducono dalla teoria del tiro?*

R. Le regole che si deducono dalla teoria del tiro sono le seguenti I. Se il bersaglio è fra la prima intersezione e la bocca della canna, cioè tra il punto H ed il punto b (fig. 139), in

tal caso per colpire, bisogna diriggere la linea di mira al di sopra dell' oggetto. Ma un tal caso non mai avviene in pratica, perchè il punto b essendo sì vicino al punto H, la linea di mira quasi si confonde con quella del tiro.

II. Se il bersaglio è tra le due intersezioni, cioè tra i punti b, e B bisogna mirare al di sotto per colpirlo.

III. Se il bersaglio è in una delle due intersezioni b o B, bisogna mirare direttamente per colpirlo.

IV. Infine se il bersaglio è al di là della seconda intersezione, cioè dopo il punto B, bisogna mirare al di sopra per colpirlo.

69. D. *Come si applicano siffatti principii, al tiro de' nostri fucili di fanteria?*

R. Per applicare siffatti principii al tiro del nostro fucile di fanteria, bisogna distinguere quando si tira senza la bajonetta, e quando colla bajonetta.

Nel primo caso la spessezza alla culatta, essendo maggiore di quella che è vicino alla bocca della canna unito al boccaglio; così la linea di mira, incontra la linea del tiro una sol volta, e perciò il fucile senza bajonetta ha un sol punto in bianco il quale si calcola circa 80 tese dalla bocca. Ove quindi il bersaglio, o l' oggetto a ferire è a questa distanza, bisogna mirarvi direttamente; se è più vicino, bisogna mirare al di sotto, e se è più lontano bisogna mirare al di sopra.

Nel secondo caso poi, cioè quando al fucile è innastata la bajonetta; allora il punto in bianco è assai vicino alla bocca, cioè si considera a circa 40 tese dalla bocca, perchè la spessezza della canna alla culatta non avanza che di una piccolissima quantità, le due spessezze riunite del manico e dell' anello della bajonetta. Quindi per colpire un oggetto posto ad una delle ordinarie distanze, sarà necessario mirar sempre al di sopra per colpire.

70. D. *Come questi stessi principii si applicano al tiro de' nostri moschetti e carabine?*

R. Per il nostro moschetto, il punto in bianco si calcola a 42 tese circa dalla bocca della canna, quando vi è la bajonetta, in conseguenza quando l' oggetto a ferire è primo di questa distanza, bisogna mirare al di sotto, se è lontano 42 tese bisogna mirar dritto, e per qualunque altra distanza maggiore di 42 tese, bisogna mirare al di sopra.

Quando poi il moschetto è senza la bajonetta, il punto in bianco si considera essere a 90 tese, per cui il bersaglio essendo prima di questa distanza, bisogna mirare al di sotto, a 90

tese, mirar dritto al centro, e alla distanza maggiore mirare al di sopra (1).

Per le nostre carabine fa d' uopo osservare che la spessezza del boccaglio impedisce di dirigere la linea di mira pe' punti più elevati, potendosi far passare detta linea per sopra il boccaglio e per l' estremità della canna. Ma tali punti essendo vicinissimi, e la differenza delle spessezze ad essi punti corrispondente essendo alquanto significante; il punto in bianco si considera quello stesso del moschetto senza la bajonetta, cioè a 90 tese, distanza alla quale è ben difficile di dirigere i colpi di un arma sì corta come la carabina. Epperò può dirsi che per i suoi tiri usuali; i quali sono sempre ad una distanza minore di 90 tese, bisogna mirare al di sotto.

7t. D. *Quali altri principii vi sono i quali ricavati dall' esperienza, guidano al giusto tiro del fucile del moschetto della carabina della pistola, negli usi della guerra?*

R. I principii generali ricavati dall' esperienza, per il giusto tiro delle armi da fuoco portatili, sono i seguenti.

I. Tirando col fucile inastato con la bajonetta, in un terreno orizzontale, con la palla di 20 a libbra, la carica metà del peso della palla, la polvere nostra la cui maggior portata è di 115 tese; e volendo ferire al mezzo di un soldato di regolare altezza, bisogna

Dalla più piccola distanza fino a circa 100 passi (33 tese 1 piede) mirare all' altezza della pancia.

Da 100 passi a 200 passi (66 tese 1 piede) mirare all' altezza del petto.

Da 200 passi a 270 passi (90 tese) mirare all' altezza della testa.

Da 270 passi a 300 passi (100 tese) mirare alla parte superiore del caschetto.

---

(1) I veri risultamenti circa il tiro del nostro fucile, e del moschetto ricavati dal calcolo e dall' esperienza sono i seguenti

Caricando il fucile di fanteria colla nostra polvere di 115 tese di portata e col cartoccio $\frac{1}{40}$ di libbra, il suo punto in bianco tirando senza bajonetta è ad 81 tese, colla bajonetta senza l' anelletto a 60 tese, e colla bajonetta coll' anelletto a 37 tese. Caricando poi il moschetto colla nostra polvere di 115 tese di portata, e col cartoccio $\frac{1}{36}$ di libbra, il suo punto in bianco tirando senza bajonetta è a 94 tese, colla bajonetta senza anelletto è a 71 tese, e colla bajonetta e l' anelletto a 46 tese.

Per tutte le altre distanze maggiori di 300 passi, il tiro del fucile si considera di poco momento, se si dirige contro gl'individui isolati, e di qualche piccolo effetto se si dirige contro le masse (1).

Tali regole si applicano ugualmente pe' fuochi diretti come per quelli obliqui, epperò per essere sempre applicate con risultamento, fa d'uopo nel tirare far passare il raggio visuale che si dirige all'oggetto, per i punti più alti della culatta e dell'anello della bajonetta, che se un tal raggio si fa passare al di sopra della culatta, allora per ogni distanza, bisogna mirare più basso del punto che si è indicato.

Ove poi si tira sopra un terreno ineguale, per le distanze indicate, se si tira da basso in alto fa d'uopo mirare più alto, che se si tirasse sul terreno orizzontale. Ma tali differenze sono soltanto sensibili quando il pendio del terreno è assai significante.

E nel generale vale assai meglio di far mirare sempre un poco più basso, giacchè il soldato naturalmente inclina il fucile in senso opposto.

II. Tirando con i fucili de' cacciatori e con i moschetti, per le stesse distanze bisognerà mirar sempre un poco al di sopra de' punti indicati, per i fucili de' fucilieri.

III. Tirando con la carabina in un terreno orizzontale, e volendo ferire nel mezzo un fantaccino, o un cavaliere, bisogna

Dalla più piccola distanza fino a 105 passi (35 tese) mirare alla pancia.

Da 105 passi a 240 passi (80 tese) mirare all'altezza del petto.

E da 240 passi in poi mirare sopra la testa.

IV. Pel tiro della pistola, poichè nè il calcolo nè l'esperienza, hanno determinato le regole fisse che bisogna seguire nel tiro di quest'arma, e d'altronde i suoi colpi avendo effetto solo alle piccolissime distanze, così dovendo usarne, bisogna direttamente mirare all'oggetto.

---

(1) La portata del fucile può estendersi fino a 1500 passi, circa (500 tese), inclinando l'arma sotto un angolo di 25 a 30 gradi; e se l'arma si potesse inclinare sotto l'angolo di 45 gradi, si avrebbe la sua maggior portata. Ma dopo varie esperienze fatte, per conoscere ad ogni distanza la probabilità di colpire il bersaglio, si sono fissati i seguenti risultamenti.

Alla distanza di 100 passi i due terzi delle palle colpiscono il bersaglio. A 200 passi la metà, a 300 passi il quarto, a 400 passi il nono, a 500 passi il ventesimo, a 600 passi il centesimo. Cioè la probabilità di colpire diminuisce rapidissimamente, aumentandosi la distanza.

72. D. *Quali altre regole bisogna aver presente segnatamente nel tiro del fucile?*

R. I. Bisogna che il soldato si situi a piombo, e fissi attentamente all' oggetto che vuol ferire, per vederne ad occhio la posizione e la distanza.

II. Deve incrillare l'arma alzandola perpendicolarmente, in guisa che la canna nasconda all' occhio la linea verticale che divide in due il bersaglio.

III. Deve impostare il fucile, in guisa che la linea di mira sia nel piano verticale che passa per l' occhio e per la metà del bersaglio.

IV. Applicar bene la piastra del calcio alla spalla dritta, e non già il solo estremo, come spesso si usa.

V. Poggiare il dito sull' estremità del grilletto e non già sul mezzo, appoggiandolo gradatamente senza scossa, avendo sempre l' estremo del fucile al bersaglio, e facendo partire il colpo quando il punto superiore della mira, è nella direzione ed all' altezza conveniente alla distanza del bersaglio.

VI. Non chiudere l' occhio nè girare la testa, non elevare non abbassare il fucile, nè muovere il corpo quando parte il colpo; ma al contrario contener bene l' arma, mirando all' oggetto anche dopo lo scoppio (1).

---

(1) Veggasi pel dippiù, quanto è detto alla pagina 202, primo volume dell' Ordinanza di fanteria, circa l' istruzione al tiro del bersaglio.

Quadro indicante le principali dimensioni delle armi portatili dell' esercito Napolitano.

ARMI PORTATILI	LUNGHEZZA della canna			LUNGHEZZA dell' arma			DIAMETRO della canna alla bocca			CALIBRO			GROSSEZZA alla culatta			LUNGHEZ. della lama della bajonetta		
	poll.	lin.	pun.	pol.	lin.	pun.	pol.	lin.	pun.	pol.	lin.	pun.	pol.	lin.	pun.	pol.	lin.	pun.
Fucili di fanteria detti di 40 pollici..	40	»	»	»	»		»	9	6	»	7	9	»	14	»	18	»	»
Idem detti di 38 pollici..	38	»	»	»	»		»	9	6	»	7	9	»	14	»	15	»	»
Moschetto........................	28	»	»	»	»		»	9	6	»	7	9	»	13	5	20	»	»
Carabina..........................	22	»	»	»	»		»	9	6	»	7	7	»	13	»	»	»	»
Pistola di Cavalleria...............	7	5	»	»	»		»	9	3	»	7	7	»	12	6	»	»	»
Idem di Gendarmeria	4	6	»	»	»		»	8	7	»	6	9	»	11	2	»	»	»
Sciabla di fanteria..................	»	»	»	22	»		»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Idem di Lanceri....................	»	»	»	30	2		»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Idem di cavalleria leggiera........	»	»	»	32	6		»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Idem di Gendarmeria	»	»	»	36	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Idem di Dragoni..................	»	»	»	37	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Lancia intera	»	»	»	104	9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»

ISTRUZIONE

PER

LE TRUPPE LEGGIERE

IN CAMPAGNA.

CAPITOLO PRIMO.

Delle guardie e posti avanzati occupati dalle truppe a cavallo in tempo di giorno (1).

1. La parte più importante del servizio di campagna è il modo di guardarsi dalle sorprese del nemico. L'uffiziale destinato ad un tal servizio ha bisogno di molta istruzione, ed infinita attenzione.

2. Sotto la denominazione di guardie e posti avanzati, s'intendono tutte le truppe distaccate da un corpo principale, e situate in luoghi donde possano sorvegliare alla sicurezza del corpo medesimo.

3. Queste guardie si stabiliscono in una campagna aperta, o nelle vicinanze di un villaggio, di una casa, di un bosco.

In ogni caso, la prima cura è di esaminare e riconoscere perfettamente il terreno ove la guardia deve stabilirsi, affinchè possa avvertire in tempo, il corpo ch'essa copre, di tutto ciò che scorge dalla parte del nemico.

4. Per ben determinare la situazione e l'estensione della linea delle vedette necessarie alla sicurezza di un posto, bisogna riconoscerne tutti gli accessi, ed occupare i punti più favorevoli alle scoverte.

5. A qualche distanza dietro la linea delle vedette, si forma una seconda linea di piccole guardie in sostegno della prima;

(1) Questo capitolo e quello che siegue, è appunto quello messo nell'accurata versione fatta dall' intelligente uffiziale Pompeo Quarto, e che è indicato nel programma di esame per ascendere da Ajutante ad Alfiere di Cavalleria.

e ad una egual distanza dietro le piccole guardie, si stabilisce la gran guardia. Bisogna avvertire di conservar sempre tra tutti questi diversi punti una libera e facile comunicazione.

6. Le piccole guardie saranno formate di un caporale o dragonante e quattro uomini; e ne' loro posti saranno sempre a cavallo.

7. Se il posto avanzato è in una rasa campagna, bisognerà situare la gran guardia dietro qualche scoscesa, elevazione di terra, o altro simile accidente che il luogo potrà offrire, acciò si nasconda, per quanto sia possibile, a coloro che venissero direttamente sul suo fronte. Se il terreno poi non presentasse tali vantaggi, si profitterà di qualche casa isolata o gruppo d'alberi; facendo attenzione però, che dal luogo ove si stabilisce la gran guardia, si debbano distintamente vedere le piccole guardie alla distanza di cinque o seicento passi. E parimenti le piccole guardie dovranno scoprire ad una simile distanza le loro vedette.

Tutte queste diverse circostanze debbono essere scrupolosamente osservate, ed accordate con la qualità del terreno, e la maggiore o minore distanza dal nemico, onde siano vantaggiosamente collocate le vedette, le piccole guardie, e la gran guardia con la loro reciproca comunicazione.

8. Se il luogo è montuoso, le vedette saranno situate in cima alle alture, profittando degli alberi isolati, che vi si possano trovare, per nasconderle al nemico. Questo vantaggio però non dee far trascurare l'altro, cioè di scoprire il più lontano che sia possibile. Nel collocare le vedette, non che le piccole guardie, bisogna avvertire di evitare la vicinanza dei luoghi coperti; con la protezione de' quali, i cacciatori nemici potrebbero di soppiatto avvicinarsi ad esse e servirsene di bersaglio.

Per regola generale, le vedette debbono reciprocamente vedersi sulla loro linea, niuno spazio debbe lasciarsi tra esse che non sia sottoposto alla loro vigilanza; in fine, dev'essere impossibile a chicchessia di avvicinare o traversare la loro linea, senza esser veduto ed arrestato.

9. Le vedette a fronte del nemico saranno doppie; ciascuna coppia sarà sitata in modo che le due vedette possano dividersi sul loro orizzonte la sorveglianza di un semicerchio; cioè ciascuna di esse scoprirà, senza girar la testa, lo spazio di un angolo retto. Una delle due vedette agirà ancora se il bisogno lo richieda, o per portarsi innanzi a coloro che si presentassero per traversare la linea, o per rapportare alla piccola o

alla gran guardia ciò che avranno scorto sulla loro fronte; senza però che in tale circostanza resti il posto del tutto sfornito.

10. Se una guardia a cavallo è situata vicino ad un villaggio, essa rimarrà durante il giorno innanzi al medesimo e dietro ai giardini che potranno coprirla, senza però perdere di vista le piccole guardie e le loro comunicazioni, in modo che possa al caso correre in loro soccorso e riunirle senza difficoltà. Questa guardia si assicurerà anticipatamente di tutt' i passaggi onde facilitarsi una ritirata pel villaggio medesimo e pel suo dintorno.

11. Spesso accade che le piccole guardie spinte troppo oltre sulla fronte e sulle ali di un esercito debbano guardarsi i fianchi e le spalle; allora la gran guardia non potendo scoprire dallo stesso punto tutte le piccole guardie, fa d' uopo che adoperi le vedette intermedie; esse saranno situate in modo che scoprano i piccoli posti ed il posto principale, o almeno che possano correre a quest' ultimo senza il rischio di esser tagliate prima di avvertirlo di ciò che avviene dalla parte del nemico.

12. La truppa di un posto avanzato si divide in tre parti uguali; la prima serve a fornire le vedette e le piccole guardie, la seconda forma la gran guardia e sarà a cavallo o pronta a montare ad ogni piccolo segno, e la terza fa riposare i suoi cavalli per rilevare le vedette e le piccole guardie.

13. Si distinguono due posti per le guardie avanzate, l' uno di giorno e l' altro di notte.

14. Se il Comandante di un posto avanzato si trova in un paese ad esso ignoto; dopo di avere stabilito il posto, secondo le superficiali conoscenze che la qualità del luogo e la regolarità del servizio gli avran permesso di prendere, si farà condurre un uomo dalle case le più vicine, e colla scorta della carta del paese, di cui è indispensabile che sia provvisto, l' interrogherà su i nomi de' villaggi, poderi, e case convicine; sulla natura delle strade e sentieri che vi conducono, onde dedurre se vi si possa trasportare il cannone; se le strade siano traversate da fiumi o da ruscelli, e se i ponti siano di fabbrica o di legno; in fine, se nelle vicinanze del posto vi siano stagni, luoghi pantanosi, dighe, fossate, boschi, selve o ostacoli d' altra natura. Quindi rettificherà le sue disposizioni a norma de' nuovi indizj che avrà raccolti, e che, per quanto sia possibile, avrà personalmente verificati sino ad una limitata distanza dal posto; farà scandagliare i guadi, i

stagni; esaminerà i diversi passaggi, le sponde de' piccoli fiumi, la loro profondità, lo stato de' ponti, ed in fine occuperà con le sue vedette tutt' i passaggi di cui l' inimico potrebbe profittare per sorprenderlo.

Se si trovano ponti di legno, vi si toglieranno le tavole affinchè le pattuglie possano con questo materiale facilitarsi altrove de' passaggi, e riconoscere al di là di questi ostacoli se il bisogno lo richieda.

I ponti di fabbrica che non si potranno, o che non si vorranno rompere, saranno ingombrati con carri carichi e senza ruote, con palizzate, alberi tagliati, o altro materiale atto a tale oggetto

Il Comandante del posto noterà tutt' i schiarimenti che avrà raccolti, e tutte le circostanze che avrà rimarcate sul terreno, per indi istruirne, se ne sarà richiesto, l' uffiziale superiore che andrà ad ispezionare il suo posto, o l' uffiziale che lo verrà a rilevare.

Se il Comandante troverà che l' uomo che gli è stato condotto non è abbastanza istruito, ne farà venire un altro; e nell' interrogarlo userà tutte le precauzioni necessarie per nascondere i suoi disegni, e ricavare delle notizie interessanti quasi all' insaputa di colui che glie le dà.

15. Nello spedire i distaccamenti, il Comandante del posto istruirà i capi di essi, di quanto avrà sentito ed osservato, e gl' imporrà di esaminare diligentemente tutto ciò che potranno scoprire, o di cui egli stesso non avrà potuto assicurarsi, e fargliene esatto rapporto.

16. Se la qualità del terreno non permette alle vedette che di vedere ad una piccola distanza innanzi a loro, se si prevede qualche pericolo, o se altre circostanze lo richiedano, si spiccheranno tosto delle pattuglie sulla fronte e su i fianchi. Esse si comporranno di due o tre uomini ognuna, e coloro che le comanderanno li prenderanno a loro scelta nel distaccamento. Gli uomini che hanno tra loro maggior fiducia marciano con maggior franchezza.

17. Allorchè saranno state prese tutte le precauzioni necessarie per la sicurezza del posto, il Comandante potrà far mettere piede a terra ad una parte della sua truppa, e farà dare da mangiare ai cavalli, se però il tempo glie lo permetta. Se il posto non sarà perfettamente sicuro, allora una parte della truppa resterà a cavallo, mentre l' altra parte toglierà le briglie e li farà mangiare. In ogni caso una metà della truppa avrà sempre i suoi cavalli imbrigliati con le redini

sulla sella, e si terrà pronta a montare al primo segno, sino a che l'altra metà, dopo aver fatto mangiare i suoi cavalli, potrà rimpiazzarla. Allorchè bisognerà abbeverare, vi si manderà un quarto alla volta della truppa presente alla gran guardia; osservando in questo mentre di far rimanere a cavallo tutto il resto della truppa.

Ordinariamente si faranno bere i cavalli prima di andare ad occupare il posto di giorno; e la sera dopo di essersi ritirati al posto di notte, purchè questi sia fuori d'ogni pericolo; in caso contrario si avrà l'attenzione di abbeverare sul far della notte, prima di abbandonare il posto di giorno.

18. Ne' tempi di gran caldo, usando le stesse precauzioni, si abbevererà una terza volta nel corso della giornata, sempre però che la lontananza del nemico o la vicinanza dell'acqua lo permettano. Si può ancora far venire da un villaggio vicino qualche botte di acqua su di un carro con de' secchi per abbeverare. Ma a questo espediente, che potrebbe esser utile anche agli uomini, non bisogna ricorrervi se non che ne' caldi eccessivi, e quanto il posto situato in molta vicinanza del nemico è in una pianura arida e lontana da stagni o ruscelli.

19. Il Comandante di un posto avanzato, si recherà sovente alle sue vedette, per interrogarle sulla loro consegna ed assicurarsi che gli sia stata data con esattezza. Verso la sera istruirà i suoi uffiziali e bass'uffiziali sul modo con cui debbano condursi nelle ronde o pattuglie; e baderà d'impiegarli, per quanto sia possibile, ciascuno sulla strada che avrà riconosciuta nel corso del giorno.

20. Il Comandante del posto esaminerà scrupolosamente tutte le persone che giungeranno dalla parte esterna del campo, di qualunque condizione esse siano, tanto paesani, che viaggiatori; l' interrogherà donde vengano ove vanno, quali siano i loro affari nel campo o altrove, ed in fine tutto ciò che può riferirsi al nemico, alla sua posizione ed ai luoghi che occupa; e secondo gli ordini avuti li farà passare, o condurre ove gli è stato imposto. Lo stesso praticherà verso coloro che portano de' viveri nel campo, e nel caso gli fosse stato proibito di farli passare, li rimanderà senza maltrattarli e senza che altri gli rechi pregiudizio. Usando qualche riguardo verso le persone del paese che hanno commercio nel campo, si possono raccogliere delle notizie utili; ma bisogna però ricordarsi che spesso il nemico si serve di queste persone per lo stesso oggetto.

21. Se una guardia avanzata si trovasse a piccola distanza dal campo nemico, il Comandante si recherà presso le sue vedette le più avanzate, per osservarne i movimenti. A tal effetto bisognerà ch' egli sia fornito d' un cannocchiale; questo strumento è particolarmente necessario ad un uffiziale di truppa leggiera. L' uffiziale osserverà se nuove truppe giungano nel campo e di che specie esse siano, o se ne sortano e qual via prendano. Spesso il nemico distacca dal campo una parte delle sue truppe, sia dalla seconda linea, sia dalla riserva, senza far togliere le tende per occultarne la marcia; questo dev' essere particolarmente osservato allo spuntare del giorno, onde conoscere se vi siano stati movimenti del corso della notte: e nel caso che si scoprissero tuttavia in piedi le tende di qualche battaglione assente, sarà facile distinguere, coll' ajuto di un cannocchiale, se gli uomini mancano dal fronte di bandiera e dalle vie del campo.

22. Se le vedette scorgono qualche truppa che gli si avvicini; una di esse si spiccherà cinquanta passi in avanti per riconoscerla, e scoprendo esser quella truppa nemica farà fuoco, e correrà immantinente a darne esatto avviso al Comandante del posto. La piccola guardia intanto si avanzerà in sostegno delle sue vedette. Nel corso del giorno, ove non si suppone che non si siano scambievolmente veduti, questo colpo di fuoco sarà utile per destare maggior vigilanza nelle guardie vicine. I Comandanti delle guardie avanzate non trascureranno di mantenere, col mezzo delle pattuglie, una esatta comunicazione coi posti vicini; in tal guisa potranno essi reciprocamente avvertirsi di quanto avranno particolarmente osservato e sentito.

Appena l' uffiziale sarà stato avvertito dalla vedetta e dal movimento della piccola guardia, andrà egli stesso a riconoscere ciò che avviene, portando seco una parte della sua truppa, secondo la natura dell' avviso che avrà ricevuto. Manderà immantinente a farne rapporto al Generale Comandante; e se trova qualche incertezza ne' detti della vedetta, allora vi spedirà dopo di aver tutto verificato personalmente. Il Generale Comandante quindi manderà, se lo stima conveniente, un rinforzo alla guardia avanzata, o semplicemente gli ordini opportuni allo stato delle cose.

23. Spesso i Generali nemici si avanzano al favore di una scorta, sino alle alture ove son collocate le vedette, ad oggetto di riconoscere il campo opposto. Tosto che il Comandante del posto avanzato ne sarà stato avvertito dalle sue vedette, vi si

recherà, e conoscendo che questa truppa si avanzi con intenzione di sloggiarle per impadronirsi delle alture, ne farà avvisato il Generale Comandante, adoperando intanto ogni sforzo per difendere i suoi posti, ed impedire che il nemico riconosca la posizione che cerca di scoprire.

24. Le guardie non faranno mai giungere sino ad esse i tamburi o trombetti che venissero dalla parte del nemico. Il loro uso se portono lettere o accompagnano. parlamentari è di suonare un appello. Allora una delle vedette si avanzerà verso di essi e gli farà voltare le spalle, affinchè non veggano ciò che sotto questo pretesto potrebbero aver progettato di esaminare; quindi ne avvertirà il Comandante del posto, il quale andrà egli stesso o manderà un suo sergente sulla linea delle vedette per ritirare le lettere o plichi di cui costoro potrebbero essere incaricati; gli rilascerà un ricevo, e tosto gli farà partire senza permettergli nè di fermarsi, nè di voltarsi sino ad una certa tal distanza. I plichi saranno spediti al Generale in capo. Se poi fossero de' messaggieri incaricati di portare delle proposizioni o altre negoziazioni particolari, allora gli saranno bendati gli occhi, ed in tal guisa condotti alla gran guardia, saranno accuratamente interrogati sull'oggetto della loro missione; indi s' informerà di tutto il Generale Comandante, e gli si dimanderanno gli ordini se costoro debbano esser rimandati, o condotti al Quartier generale.

25. Le stesse precauzioni saranno usáte verso i disertori che vengono dalla parte del nemico; facendo attenzione di disarmarli e non permetter loro di vendere nè i cavalli nè alcuna parte del loro equipaggio, senza essere stati prima condotti innanzi al Comandante Generale o al suo Stato Maggiore.

26. Le guardie avanzate non permetteranno mai che alcuno esca dalla loro linea senza esser esaminato; e nel cáso che questi fosse un soldato che tentasse oltrepassare questa linea, lo arresteranno e lo manderanno al Prevosto generale dell' esercito, dandone parte al Generale in capo o al suo Stato Maggiore.

27. Siccome vi è l' uso di far montare a cavallo le guardie per rendere gli onori ai Generali allorchè vi passano innanzi; così, se la guardia fosse situata in modo che l' inimico possa facilmente scoprirla, si dispenserà da questo dovere per togliergli un segnale dal quale può riconoscere la presenza del Generale è disturbarlo nella visita de' suoi posti.

28 Vi sono de' casi in cui il Generale ordina al Comandante di una guardia avanzata, di seguirlo col resto della sua

truppa, onde garentirlo nel momento che esegue qualche scoperta. L' uffiziale allora lascerà le vedette al loro posto, e col resto della truppa formerà una vanguárdia e delle pattuglie su i fianchi del Generale per occultarne la marcia, quindi distaccherà de' fiancheggiatori lungo la fronte del nemico per coprirsi egli stesso e per esplorare, insinuandogli di aver sempre lo sguardo fisso dalla parte del nemico, per impedire che alcuno si avvicini e molesti il Generale nel tempo della sua scoperta.

Allorchè il generale sarà rientrato nella linea delle vedette ed è per ritornare al campo, l' uffiziale con la sua truppa si ritirerà al suo posto.

29. Se le vedette di diversi posti avanzati si trovassero situate su di una medesima linea; una stessa attenzione allora sarà comune alle due vedette contigue de'due posti differenti.

30. Se verso la sera il Comandante di un posto avanzato non avrà ricevuto ancora nè il Santo nè la parola d' ordine; spedirà tosto a ricevere gli ordini opportuni, accompagnandovi un rapporto in iscritto su ciò che, durante il giorno, avrà osservato o indagato dalle persone del paese.

31. Sul tramontare del sole il Comandante del posto farà dare da mangiare ai cavalli per l' ultima volta, affinchè all' imbrunire dell' aria si trovino pronti ed imbrigliati per ritirarsi al posto di notte.

32. Giunta l' ora da ritirarsi al posto di notte, il Comandante ritirerà le sue vedette, e la piccola guardia formerà la sua retroguardia. Nell' eseguire questa ritirata farà uno o più alti, secondo la distanza che avrà a percorrere; ed avendo altri posti avanzati su i suoi lati, ne osserverà attentamente i movimenti per ritirarsi contemporaneamente ad essi.

Le gran guardie messe sulla fronte di un' esercito si ritireranno al posto di notte appena tramontato il sole. Le guardie avanzate poi, che si suppone dovessero esser sempre alla vicinanza del nemico, debbono nascondere per quanto sia possibile la posizione del loro posto di notte; a qual effetto vi si recheranno a notte tanto avanzata, quanto col favore della sua oscurità possano occultare il loro movimento.

33. Se una guardia avanzata si fosse appostata di giorno innanzi o vicino ad un villaggio; allora, se le circostanze glie lo permettano, potrà stabilire il suo posto di notte dietro il villaggio medesimo; collocando le vedette su tutte le strade che vi comunicano. Se una parte della truppa può senza alcun rischio tenersi piede a terra, e se la stagione l' imponga, si

potranno accendere de' fuochi, purchè però la situazione del posto sia tale che col mezzo delle case, o di qualche elevazione di terra, se ne possa nascondere ogni conoscenza al nemico: In caso d'allarme questi fuochi saranno prontamente spenti facendo uso o di acqua o di terra espressamente preparata, onde togliere al nemico ogni indizio su cui possa dirigere il suo movimento.

Secondo le qualità locali, si prenderà il posto di notte, a quattro cinque o seicento passi indietro del posto di giorno; e trovandosi una guardia avanzata molto vicina al nemico, essa non si recherà mai da un posto all' altro che per vie tortuose ed indirette, onde ingannare il nemico il quale sicuramente non trascurerà di osservare un tal movimento.

CAPITOLO II.

Precauzioni che si debbono prendere dalle guardie e posti avanzati in tempo di notte.

34. Le vedette nel corso della notte, debbono lasciare le alture e situarsi alle falde delle montagne, la cresta servendogli di orizzonte. In questa posizione esse potranno, guardando da basso in sopra, scorgere con più facilità coloro che si avanzano; e per l'opposto saranno con maggior difficoltà scoperte da coloro che sono obbligati di guardare dall' alto in basso. Queste vedette saranno sempre raddoppiate, ed a tal vicinanza l'una dall'altra, che niuno possa passare tra loro senza essere scoperto.

35. Se avviene che una guardia avanzata non si trovasse tanto forte di numero, da poter moltiplicare le sue vedette tanto che il caso lo richieda, o per la qualità del terreno montuoso, o perchè tagliato da gole o da vallate, o per essere la notte troppo oscura, e piovosa; allora le vedette si terranno in continuo movimento, andando alternativamente da un lato all' altro; eccetto però quelle che si trovano collocate sulle strade, nelle gole, nelle vallate, o altri sbocchi; esse non dovranno mai muoversi dal punto ove saranno state situate, affinchè niuno possa profittare del momento che se ne allontanano. In tal circostanza si faranno continuamente circolare delle pattuglie, ed il resto della guardia avanzata si terrà sempre pronta a mettersi in movimento.

36. Appena una guardia avanzata sarà stabilita nel suo posto di notte, situate le vedette e le piccole guardie in di

loro sostegno, e che tutt' i cavalli siano fornati dall' abbeverata, il Comandante farà l' appello, darà il Santo e la parola d' ordine ai suoi uffiziali e sotto uffiziali, e gli ripeterà tutto ciò che dovranno fare nel corso della notte e nelle pattuglie; baderà ancora che tutta la sua gente sia svegliata, e che ciascuno tenga il proprio cavallo per le redini della briglia, e le redini del bridone passate sul collo del cavallo.

37. Le vedette saranno rilevate in ogni ora, o in ogni due ore secondo che la stagione e la qualità del tempo lo permetta.

38. Allorchè le vedette sentono un calpestio di gente che si avvicina, una di esse si porterà circa dugento passi in avanti; e sentendo tuttavia lo stesso rumore griderà *alto là*. Se questa gente si ferma dimanderà *chi viva* e la parola d' ordine; ed in caso o che non si fermasse o che fermata non rispondesse farà fuoco e si ritirerà prontamente.

39. In ogni ora, o più spesso se il bisogno lo richieda, l'uffiziale Comandante spedirà delle piccole pattuglie in avanti la linea delle sue vedette, proporzionandone il numero e la forza alla quantità della sua truppa. Queste pattuglie circoleranno sulla fronte delle vedette che oltrepasseranno di circa tre in quattrocento passi: esse si estenderanno lungo i fiumi, e cammini incavati; marceranno con precauzione, e spesso si fermeranno per ispiare, particolarmente se le sponde fossero coperte di alberi o di cespugli, ove la fanteria può facilmente imboscarsi ed uccidergli della gente. Se sentono rumore o calpestio nelle vicinanze, dopo che se ne saranno assicurati, uno de' cavalieri si spiccherà per avvertirne il posto avanzato, mentre gli altri si avvicineranno per quanto sia possibile al luogo donde parte il rumore, e ne indagheranno la cagione. Se scoprono esser cagionato da truppa nemica, faranno fuoco e raggiungeranno all' istante la gran guardia, profittando della oscurità della notte.

Se queste pattuglie non avranno avuto alcuno incontro, terminato il giro o il tempo che gli sarà stato prescritto, si ritireranno al loro posto, fermandosi per essere riconosciute alla voce di *alto* che la vedetta gli darà. Quindi il capo farà rapporto al Comandante di tutto ciò che avrà osservato dalla parte del nemico, non che della vigilanza delle proprie vedette.

40. Il Comandante avvertirà le vedette ed i sotto uffiziali distaccati, di non mai ripiegare direttamente sul posto principale nel caso che fossero respinti dal nemico; ma di ritirarvisi, appena non saranno più inseguiti, per uno de' lati o pel

di dietro, prendendo ancora una via tortuosa. Questa precauzione è necessaria per non attirare sul posto principale una truppa forse di maggior forza.

41. Allorchè si tratta di guadagnar tempo, sia per far giungere le truppe destinate a sostener la gran guardia, sia per evitare all' armata una sorpresa indicandogli il movimento e l' avvicinamento del nemico; il dovere della guardia avanzata è di non farsi nè tagliare nè girare dai cacciatori nemici, di ritirarsi successivamente e con la maggior lentezza possibile, di cedere il terreno poco alla volta facendo un fuoco continuato e scaramucciando sempre, a fine di segnalare con questo mezzo all' esercito la marcia ed i progetti del nemico.

42. Se delle truppe distaccate dal campo giungessero vicino alle vedette nel corso della notte, ancorchè avessero la parola d' ordine; il Comandante della guardia avanzata si farà condurre scortato da un sott'uffiziale e due uomini il comandante di essa, lo esaminerà, e non conoscendolo personalmente lo riterrà presso di se, e farà sfilare il distaccamento in un luogo che avrà destinato per attendervi il nuovo giorno. Se quest'uffiziale avesse delle nuove pressanti da dare al Generale, gli sarà permesso di andarvi solo o di spedirvi alcuno.

Se avviene che questa truppa, per essere da molti giorni assente dal campo, non fosse munita nè del Santo nè della parola d' ordine, il Comandante della guardia avanzata raddoppierà le sue precauzioni, particolarmente intorno alla scelta del luogo ove essa dovrà attendere il nuovo giorno.

43. Se un uomo della guardia avanzata diserti nel corso della notte, il Comandante cambierà subito la parola d' ordine e la farà dare alle sue vedette, avvertendone ancora i posti vicini, affinchè l' inimico non possa profittare del vantaggio di sorprenderli presentandosi come truppa amica. Questa precauzione sarà praticata ogni qual volta vi sia un disertore; ed è importante ancora cangiare in questo caso la situazione del posto principale, acciò il disertore non possa condurre il nemico direttamente su di esso.

44. Durante la notte il Comandante del posto darà ancora un segnale tacito di riconoscenza; esso servirà soltanto per la sua truppa e potrà cangiarlo a seconda delle occasioni. Questo è particolarmente necessario ne' posti troppo esposti, ove il grido delle vedette potrebbe farli scoprire dal nemico.

45. Se il Comandante di un posto avanzato, trovandosi in un paese a lui poco noto, riceva nel corso della notte l'ordine di andare ad occupare un nuovo terreno in avanti; egli non

vi si recherà mai all' azzardo; ma prima di ogni altro, col favore di un lume che a bella posta farà procurare nelle sue vicinanze, si orizzonterà sulla carta per riconoscere il luogo che dovrà occupare ed i suoi dintorni, e quindi eseguirà il suo movimento praticando tutto ciò che per la riconoscenza e la collocazione di un posto è stato prescritto nel Cap. I.

Questo caso portando naturalmente il distaccamento ad una maggior vicinanza del nemico, obbligherà il Comandante di restare a cavallo con la sua gente tutto il resto della notte, e fare continuamente delle pattuglie su tutte le strade e sbocchi che comunicano al suo posto. Al far del giorno poi, quest' uffiziale esaminerà di nuovo la sua posizione, e prenderà tutte le precauzioni che la oscurità della notte gli avrà fatto tralasciare.

La sicurezza e la salvezza di un' armata, sì in tempo di giorno che in tempo di notte, dipende spesso dall' attività ed intelligenza di un uffiziale Comandante un posto avanzato, o un distaccamento inviato alla riconoscenza del nemico.

46. Un uffiziale incaricato durante la notte di riconoscere o di occupare un terreno, vi metterà tutta la diligenza necessaria relativamente ai pericoli a cui la negligenza esporrebbe l'esercito intero. E se in questa posizione fosse egli vivamente attaccato o respinto, avrà sempre presente, qualunque sia la circostanza in cui si trovi, di ritirarsi il più lentamente possibile, a fine di dare all' armata il tempo necessario di ordinarsi per ben ricevere il nemico.

47. Il movimento dell' esercito e l' arrivo o partenza di una truppa dal campo nemico, può giudicarsi dal rumore delle armi, da quello de' carriaggi e dell' artiglieria e dalle grida de' loro conduttori, dai colpi di frusta, dal nitrito de' cavalli. Se il rumore si allontana, sarà quegli un indizio che qualche truppa sorte dal campo, o che l' esercito intero decampi. Se il rumore sembra fermarsi e nuovi fuochi si accendono, sarà un indizio dell' arrivo di nuova truppa; e se si sentisse percuotere per conficcare de' piuoli, si potrà giudicare che vi sia in essa della cavalleria. Se si osserva che i fuochi si spengono insensibilmente, sarà questi ancora un argomento che l' inimico abbandoni il campo; ma questo segno però non è sempre sicuro. Spesso accade che l' inimico per nascondere il suo movimento, fa accendere de' fuochi nel momento della partenza, e li fa alimentare in tutta la notte dalle sue truppe leggiere.

48. Spesso un' esercito decampa di soppiatto nel corso della

notte, per marciare a qualche spedizione, o per altro motivo; ed acciò l'inimico ignori questo movimento, lascia le guardie avanzate al loro posto sino al giorno vegnente. Nel caso di tal ritirata il Comandante del posto porrà tutta l'attenzione possibile per evitare che una pattuglia nemica si avvicini a segno da poter iscoprire il movimento del suo esercito; metterà tutta la sua gente a cavallo, e spiccherà delle pattuglie a quattro o cinquecento passi in avanti delle vedette, dalla parte del nemico, per tenerlo a bada ed evitare che si avvicini. Questo movimento essendo conosciuto alla punta del giorno, egli ritirerà insensibilmente i suoi posti e si recherà al luogo che gli sarà stato indicato. In questa ritirata l' uffiziale lascerà indietro un sott' uffiziale con qualche piccolo posto per formare la sua retroguardia, e ripiegherà seguendo il movimento dell'armata, e nulla trascurando per ben coprirla su tutta l'estensione di terreno che la sua truppa potrà sorvegliare. Questo uffiziale durante la marcia porterà continuamente lo sguardo indietro per osservare se il nemico segue l'armata, quali siano le sue forze, e di quale specie di truppa si compongono; avvertendo di tutto l' uffiziale superiore Comandante la retroguardia della colonna.

Il Comandante di un posto avanzato, essendo avvertito nel corso della notte che l'esercito di cui fa parte decampi, userà tutta la segretezza possibile, perchè da niun' altro si penetri questa disposizione.

49. Allorchè un corpo d'armata decampa di giorno; le guardie avanzate monteranno a cavallo all' istante che sentiranno battere la marcia; ed appena la truppa de' loro posti sarà giunta al punto di riunione, esse si metteranno in movimento per formare ordinariamente la retroguardia dell' armata.

Il momento della partenza delle guardie avanzate sarà sempre prescritto dal Generale Comandante. Esse non faranno niun movimento straordinario prima del tempo stabilito, e serberanno ne' loro posti la massima tranquillità. La loro agitazione, la loro premura di montare a cavallo potrebbe far presumere al nemico la ritirata dell' armata e disporsi ad inseguirla. È utile ancora in questo caso usare delle precauzioni perchè niuno de' soldati penetri il movimento; ed a tempo opportuno si spedirà un uffiziale o sott' uffiziale per ritirare i posti distaccati e le vedette.

50. Se una guardia avanzata è appostata sì di giorno che di notte in un terreno montuoso, il Comandante raddoppierà le

sue precauzioni per non farsi inviluppare nella ritirata. E se per una causa impreveduta, egli fosse da per tutto circondato a vista del suo esercito, procurerà ad ogni costo aprirsi un varco e raggiungerlo.

51. Se niun incidente avrà obbligata la guardia avanzata di sloggiare dal suo posto nel corso della notte, e se il Comandante non avrà ricevuto nuovi ordini, allo spuntar del giorno spiccherà due sott' uffiziali o caporali, con un numero di uomini proporzionati alla sua forza, i quali defilando uno per la dritta, l'altro per la sinistra, dovranno riconoscere di nuovo il posto che la sera han lasciato, e non incontrando alcun ostacolo, ricollocarvi le vedette ne' stessi punti donde la sera eransi ritirate. Uno di essi, il più anziano o il più elevato di grado, rimarrà vicino alla vedetta la più avanzata, finchè non gli sarà ordinato di ritirarsi; mentre l'altro andrà a far rapporto al Comandante di tutto ciò ch'entrambi avranno osservato. Appena il Comandante sarà assicurato che il posto sia affatto libero, vi si recherà col resto della sua truppa, usando tutte le precauzioni e praticando le stesse disposizioni prescritte nel capitolo precedente, relativamente alla riconoscenza ed alla collocazione delle guardie avanzate.

CAPITOLO III.

Delle gran guardie, e dei posti avanzati (1).

Tutt' i militari, generalmente parlando, desiderano la guerra. È questo un desiderio gridano alcuni, che adonta e ferisce direttamente l' umanità. Ma, in buona pace di questi filantropi, come si può mai ben servire lo stato ed il principe, quando lo spirito della gioventù militare è soverchiamente represso da quella tale pacatezza in cui è forza che la truppa sia mantenuta nei tempi di pace? Se l'effervescenza di guerra, che al primo grido della patria in pericolo ci trasportò sul campo dell' onore, non infievolì nel corso di 12 anni di perigliosa lotta; se, dopo qualche anno di riposo, coloro i quali avevano più risentito de' disagi e delle fatiche guerresche, ri-

(1) Questo capitolo come quello che siegue, sono appunto i capitoli VIII e IX dell' opera del Generale Duhèsme indicati nel programma di esame per ascendere ad Alfiere di Cavalleria; e che noi abbiamo tolti dalla versione che ne ha fatto di quest' opera, il laborioso ed intelligente Capitano Luigi Gabrielli.

corsero volentieri si alle armi, qual sarà mai l'entusiasmo di un giovane, che, promosso in tempo di pace al grado di uffiziale, vedesi repente sbarrar dinanzi le porte del tempio di Giano, per cui ha tanto sudato per trarne, quando che sia, quei vantaggi che la sua immaginazione ha tante volte fantasticato negli ozii della guerra?

Dichiarata la guerra, l'esercito invade il territorio straniero; il giovine uffiziale di fanteria leggiera stimasi fortunatissimo di far parte dell'avvanguardia; e che il reggimento in cui serve, preceduto da pochi plotoni di ussari o cacciatori a cavallo, apre la marcia: in questa ipotesi la sua ignifera immaginazione, inebriata dallo strepito dei bellici strumenti non sogna, dirò così, che gloria e battaglie: essa, piena della lettura di luminosi fatti di vetuste guerre consacrati nelle istorie, gli presenta il campo del valore e della illustrazione, e su di esso gli protende magnifico, e seducente intreccio di gloriose immagini; e fino a quando la esperienza non gli fa mostra di più veridico quadro della maniera di guerra moderna, il minimo rumore, la più breve fermata, sono oggetti bastanti a fargli credere che l'avversario già si va schierando su delle linee non interrotte per contendergli il passaggio. Assorto in questa idea, e mentre rivolge nella mente le misure di attacco, il suo coraggio s'infiamma; già già gli par vedere che i suoi soldati (prodi al par di lui), qua s'indentrino colla bajonetta in resta fra le sgominate file de' nemici a cui fan mordere la polve gemebondi; là, giungendo al più corto tratto del fucile, di comandar loro un fuoco così a buon punto, che del nemico le prime righe ne atterra come colte dalla folgore di Giove. Quindi esclama: ah! la giornata non è per noi più incerta, siam già dominatori del campo di battaglia; già già gli sembra, che il rumor della vittoria echeggia d'ogn'intorno; che il suo coraggio la compie dandosi ad inseguire i fuggitivi, sbarrattando un corpo di riserva, portando via, e insegne e cannoni, e colonnelli, e perfino il generale nemico, e che reduce al suo comandante, seguito dai suoi trofei li depone innanzi a lui con quella tale modestia che dà vieppiù risalto alle nobili azioni, e del pari ne riceve e laudi e compenso cosicchè gli par vedersi rivestire di un maggior grado. Che più? Tratto da questa istessa immaginazione fin presso i suoi avvisa che i pubblici fogli, esponendo all'emulazione le sue prodezze, giungono sotto agli occhi dei suoi genitori che leggendole, ne piangeranno lagrime di piacere, ringraziando il cielo per aver loro conceduto un figlio, che

ancor sì giovane onora tanto la canizie loro. Quà la sua tenera madre, tergendosi l'umido ciglio, si compiaccia di nobile materno orgoglio; là, la sua dolce ed avvenente amica, superba di un tanto amante, non più vergogni dell'amor suo; anzi comincia a menarne vanto. Cotai gradevoli pensieri per una parte contribuiranno, se non altro, ad abbreviargli moralmente la lunghezza, e la noja che mai non manca nelle lunghe marce: per l'altra, il cigolar dei bronzi, l'andar misurato ed uniforme della truppa, le canzoni militari, rattenendo ed alimentando la sua dolce e piacevole meditazione, curerà poco la soffogante polvere, l'eccessivo calore, le dirotte piogge, ed ogni altra intemperie, cui si va incontro nelle marce a seconda delle stagioni. Lo spirito prevale molto sulla fatica del corpo. Giunto alla perfine al sito di pernottazione, sia in un villaggio, in un bosco, accanto alla riva di un fiume, o in qualunque altra posizione atta a coprire il grosso dell'esercito, e difenderne i punti di accesso verso di esso, la truppa si schiera in battaglia; e là il giovane uffiziale destinato di guardia, sarà ancor più attratto dal suo gradito romanzo di gloria e di avanzamenti, senza aver nulla ravvisato o udito che annunzi la guerra, o tutt' al più qualche fucilata diretta da lungi sulle prime vedette dell'avversario da pochi scorridori.

Torniamo al proposito. È sotto la protezione della fanteria leggiera, che un corpo di esercito si può rifocillare e dare al riposo perchè si rifaccia dalla stanchezza; che le truppe a cavallo, che lo hanno preceduto possono sbrigliare e profondare i cavalli dietro di esso. E siccome questo corpo senza faticar di soverchio non potrebbe vegliare in tutta la notte dopo aver marciato l'intero giorno, così confida la sua sicurezza ed il suo riposo a dei distaccamenti; e però mentre si va stabilendo nella posizione, e che ognuno dei suoi componenti s'industria a formarsi un ricovero e a cuocere le vivande, la terza, o al più poco, la quarta parte di quei distaccamenti chiamata per giro, anderà a prender posto sulle avanzate, sulle strade maestre, in una parola su tutt' i punti donde il nemico potrebbe penetrare nel bivacco. Questo servizio è appunto quello che si addimanda *di gran guardia* e che formerà il soggetto di quanto andrò sponendo e prescindendo. In esso rammenterò tutte le norme e le precauzioni che la memoria del passato mi anderà mano mano suggerendo; ma in questa specie di servizio sono tante e poi tante le cose a dire, che non mi persuado ch' io non sia già per ometterne alcuna.

La gran guardia principale si compone ordinariamente come segue : *Di un capitano , un tenente , un sotto tenente , quattro sergenti , sei od otto caporali , e di settanta fino a cento soldati ;* insomma, di un distaccamento rappresentante la forza di una compagnia.

Il motivo che consiglia di non servirsi propriamente di una compagnia , muove dalla considerazione , che essendo le gran guardie una porzione di truppa esposta ad esser presa , o distrutta dal nemico , avverrebbe che la perdita di alcuna di esse sarebbe più disorganizzante di quella di un distaccamento triplato; chè siccome i battaglioni evoluzionano per plotoni, ed ogni compagnia è precisamente un plotone, così in essa la mancanza di pochi uomini , comechè verrebbe a sminuirle egualmente , non altererebbe il piede su cui il battaglione è ordinato nelle sue parti suddivisibili, e però sempre nel modo stesso maneggiabile nell' ordine di battaglia e di colonna. Un capitano di gran guardia si deve collocare sul punto giudicato più essenziale a doversi guardare e su cui è da credere , che il nemico debba necessariamente passare per giugnere dove il corpo del distaccamento è collocato. Un ponte , un guado , o altro sito sulla strada principale che porta alla posizione ; l'abbrancamento di varj sentieri che mettono dalla parte dell' avversario , ed altri luoghi considerati sotto il rapporto della sicurezza dell'esercito, sono i punti da doversi occupare. È da notare che il posto del capitano dev' essere , per quanto si può , in un sito dove la fanteria abbia favore dagli accidenti del terreno : a modo di esempio dietro a qualche aggruppamento di arboscelli , sull' orlo di un bosco, tra i cespugli o dietro alle fratte o siepi ec. , sempreche da questi siti possa difendere il punto che si ha di mira. Siccome quel capitano è nel dovere d' invigilare sur una data porzione dell' orizzonte che si spazia davanti a lui , così distaccherà egli uno o due uffiziali su dei punti a dritta o a sinistra della sua posizione , e propriamente dove l' avversario potrebbe girarlo o entrar nel campo, ficcandosi tra esso e gli altri posti da lui dipendenti. Ogni posto comandato da un uffiziale , oltre la sentinella innanzi alle armi , si circonderà di due o tre altre di esse postandole a 100 in 150 passi da quella , e in modo tale che tutte sieno in grado di udire ed essere udite dai loro , e possano ritardare al più possibile l'avvicinamento del nemico, e dar lo sveglio e tempo alle truppe di prendere le armi : e però queste sentinelle vogliono essere collocate su tutti gli aditi ed i punti che offro [illegible] esso al nemico e mezzo di spiare

il campo. Inoltre ognuno dei mentovati posti spiccherà una piccola guardia avanzata di 6 in 8 uomini comandati da un sergente o da un caporale. Questo piccolo posto, situato su qualche eminenza che scopri e domini i principali accessi, non dovrà distare più di uno o due tiri di fucile dal posto dond' è stato spiccato: il punto di maggiore importanza, quello cioè del capitano, oltre i mentovati posti di uffiziale, deve spiccare innanzi a se uno e spesso due posti avanzati, cioè il primo di sergente, l' altro di caporale. Quanto alle sentinelle de' posti avanzati son da considerarsi la prima catena, o cordone, e però debbono essere disposte in modo che, per quanto si può, veggansi tutte reciprocamente, i posti minori la seconda catena, ed i maggiori, quelli cioè di uffiziale, la terza. Le sentinelle altro non debbono fare, che, quando che sia, dar l'avviso dell'avvicinamento dell' inimico con un colpo di fucile, e subito, bersagliandolo, ripiegare sul posto, il quale non potendo far petto per superiorità di forza nemica, ripiegherà anch'esso sul posto dond' è partito. Siccome i posti di uffiziali chiudono gli accessi del nemico, così debbonsi mantenere su di essi finchè non ricevano rinforzi o l' ordine di abbandonarli. Nel caso che si vedessero impossibilitati di resistere ad un attacco troppo violento, o alla superiorità di forze, essi, nel darsi alla ritirata, dovranno far di tutto per trattenere il più che possono l' avversario, onde dar tempo al corpo cui appartengono di prendere le armi, disporsi alla difesa o alla ritirata, secondo le occasioni e gli ordini ricevuti. Il comandante di ogni posto, come prima giugne in esso, schiererà la sua gente in sito il più adatto alla miglior difesa; di poi farà postare la sentinella innanzi alle armi e quelle attorno al posto come si è detto; da ultimo nel portarsi di persona a scegliere il collocamento de' posti avanzati, darà opera ad una prima riconoscenza del terreno che lo circonda. Ciò adempiuto, e vedendo il suo posto ben guardato, farà costruire con dei rami d' alberi (spogliati di foglie) una specie di cavalletto per servir di rastrelliera d' armi; farà parimenti formare i fasci di armi accanto alla località, o sulla località prescelta come dianzi è detto, in un punto in verun modo soggetto al dominio delle offese nemiche; quindi, lo stesso capitano, sceglierà alle spalle di questo luogo, che dovrà essere naturalmente il più elevato del terreno su cui sta in guardia, un sito per accendervi il fuoco; ma ove fosse forza stabilire questo punto difensivo in sito piano, allora farà cavare un fosso e quivi accendere il fuoco, ma ciò sempre in luogo donde si possa

correre immantinente alle armi : insomma, in luogo tale che tanto il fuoco come il posto restino occulti all' inimico; poichè se le sentinelle ed il sito in cui la truppa deve schierarsi in battaglia debbono scoprire tutt' all' intorno, per contrario il luogo dove i soldati si scaldano e riposano, uopo è che stia alquanto in basso; chè il nemico, scoprendo il fuoco, avrebbe un vantaggio nella sorpresa e nell' attacco del posto. Quando non si potesse nascondere il fuoco, fa mestieri accenderne più di uno per così ingannare gli scorridori ed i distaccamenti nemici, che nel corso della notte volessero sorprendere il posto; ma in questo caso, il miglior partito è quello di non accenderne alcuno se la stagione il conceda.

Comechè il posto sia collocato nel sito naturalmente il più fortificato, pure il comandante non mancherà di aumentarne la difesa, facendo cavare fosse, spianare le parti gibbose del suolo, innalzar parapetti, terrapienare siepi ec. Occupando un terreno circondato di siffatti ostacoli, vi si dovrà rimaner sempre l' uscita dalla parte di dietro.

Il comandante di una gran guardia studierà dapprima il modo da potersi agevolmente ritirare, e però curerà situarsi in un terreno le cui siepi, i cespugli o altri oggetti la proteggano, e donde sia in grado di volteggiare, e tenere in soggezione il nemico, senza che questo abbia il potere d' inquietarlo, o tagliarlo nella ritirata. Farà ergere eziandio alcuni ostacoli sulla strada, sul ponte ec. confidato alla sua guardia; ben' inteso, che la costruzione di questi ostacoli dev' essere in ragione dello scopo a cui mira l' esercito in che fa parte; vale a dire, se sull' offensiva gli ostacoli dovranno essere mobili ed atti soltanto a rattenere una carica di cavalleria: in qual caso alcuni carri senza ruote gettati a traverso dei sentieri, o qualche tagliata di alberi saranno sufficienti; ma se l' esercito sta sulla difensiva, gli ostacoli esser denno abbastanza saldi. Le barriere a doversi formare su i ponti uopo è che siano consistenti, ed abbiano innanzi una fossata: e per quanto è possibile, bisogna adeguare al suolo tutto quello che domina il posto. Se questo è situato su di una strada, si faranno di tratto in tratto ed a traverso di essa dei tagli larghi e profondi, e dietro all' ultimo s' innalzerà un saldissimo parapetto: i guadi verranno rotti sfossicandoli o formandovi una fossata dalla parte del posto che li guarda, piantandovi dei pali, picchetti o simili. Ma siccome i posti di fanteria leggiera aver denno innanzi ad essi più di un picchetto di cavalleria, non solo per servire separatamente o promiscuamente ad essi, ma

sibbene per le scoperte, le pattuglie, le vedette ec., ei mestieri che in questi posti vi sia un adito corrispondente a farne uscire l'arma di cui è parola, e però chiuso il passaggio che mena direttamente al campo o alla posizione della truppa a cui questi posti stanno avanti, è necessario aprirne un altro fuori mano su di un punto il meno esposto possibile; e su tal passaggio si adatterà un qualche ostacolo amovibile: ecco con tutto ciò la maggior parte delle precauzioni da doversi prendere nei piccoli posti avanzati, che partono dalle gran guardie.

Io non voglio penetrare nelle particolarità dei lavori necessarii all'adempimento delle suddette cose, che ad un uffiziale intelligente basterà di aver vedute operare alcuna fiata o rivolta la sua attenzione su qualche trinceramento, per essere in grado d'imitarlo in occasione; e però avviso essere inutile il sopraccaricargliene il capo in questa produzione. Certo io credo che le sue prime letture gli hanno dovuto rendere familiari siffatti lavori; oltre a ciò essendo tai difese puramente eventuali e momentanee, così non abbisognano di molta regolarità, di perfezione. Quando si tratta di volerle solide e permanenti, si sogliono adoperare gli uffiziali del genio.

La qualità principale di un comandante di posto avanzato è la vigilanza e l'attività; esso dee reiteratamente visitare le sentinelle, ed i suoi posti, per assicurarsi ocularmente ed oralmente ch'essi adempiono a dovere il servizio affidato loro, nel quale dovrà egli istruire ed incoraggiare partitamente ognuno. Ciò posto passiamo al modo di bene eseguire le riconoscenze ne' posti avanzati.

Appena una sentinella avanzata vedrà venire verso di sè alcuna truppa, le fisserà sopra interamente lo sguardo, e quando la vedrà a circa a 200 passi distante dal sito in cui è postata, preparando l'arma griderà: *alto là;* di poi: *caporale, fuori la guardia, truppa si avanza.* A questo invito il *capo posto* farà prendere le armi ai soldati, ed il caporale, o il dragonante se il posto è di caporale, conducendo seco due uomini, si porterà immantinenti verso la sentinella, e poco discosto dalla medesima, comanderà ai due soldati: *alto preparate l'arme*; indi, volgendosi verso la truppa, griderà: *Chi va là*? o, *chi viva*? secondochè saranno le istruzioni a tal rispetto. Il comandante di essa, che alla voce di *alto* si è dovuto fermare, risponderà.... Ricevuta la risposta il caporale domanderà: *Che reggimento*? ed il comandante della truppa dichiarerà il corpo in cui la sua gente appartiene. Terminata

questa prima riconoscenza, il caporale, facendosi qualche passo innanzi ai suoi, dirà: *il comandante della truppa venga all' ordine;* e allorchè costui sarà giunto due passi distante dal caporale questi, calando la bajonetta, si farà dare la parola di riunione. Se questa è quella dello stesso giornò, il caporale dirà al comandante della truppa: *passate*; e facendo fronte dalla parte del nemico, renderà gli onori dovuti alla truppa, ovvero al personaggio a cui questa truppa potrebbe esser di scorta; la sentinella presenterà o porterà l'arma, facendo anch'essa fronte a questa banda; finalmente, l'intero posto si starà schierato in battaglia sul terreno accanto ad esso, finchè la truppa non siagli tutta sfilata innanzi. Questa consegna dev'essere rigorosamente eseguita, tanto di notte, come di giorno in tutti i posti avanzati, e particolarmente in quelli innanzi a cui non vi è altra truppa di fanteria. Non pertanto può fare a meno di praticare tante formalità in pieno giorno nei posti, che stanno in dietro, basta che prendano le armi nel passaggio di una truppa e le rendano il corrispondente onore. Quando si esègue l'atto di riconoscenza di una truppa in marcia, che passa innanzi al posto, basterà solo domandarle: *Chi viva*, o, *chi va là*; assicurarsi del reggimento a cui appartiene, e lasciarla passare, rendendole pure i corrispondenti onori. In tempo di notte, ed ogni qualvolta la truppa scoperta sia più numerosa di quella del posto, il sott' uffiziale, che l'avrà riconosciuta, non le cederà il passaggio se non dopo averne ottenuto il consenso dall' uffiziale comandante il posto principale, a cui farà condurre il capo della truppa; e l'uffiziale si assicurerà del vero essere di questa truppa per mezzo della parola d'ordine, e di accorta conferenza con esso capo. Ho trattato delle particolarità sin qui discorse perocchè mi è noto che a rendere didascalico ed uniforme il servizio di campagna, dichiarata la guerra, siamo stati sempre costretti d' istruirne le truppe coi così detti *ordini del giorno.*

L' uffiziale che comanda un posto dovrà assicurarsi puntualmente della esecuzione esatta delle consegne col farle ripetere ai caporali, ed interrogandone familiarmente in presenza di essi o separatamente le sentinelle, alle quali farà concepire nel miglior modo possibile lo scopo del suo disimpegno, e la necessità della loro scrupolosa attenzione. Egli visiterà spesso, così di giorno, come di notte i posti di sua dipendenza, per assicurarsi che il servizio proceda a dovere e con oculatezza; farà circolare pattuglie e ronde proporzionatamente a'bisogni

ed alle svariate occasioni; spiccherà sentinelle volanti, esecondo le circostanze lo esigano. Ciò non pertanto fa mestieri che gli uffiziali abbiano di massima costante non esser prudenza di trapazzare inutilmente i soldati. La sentinella volante è quel soldato, che postato tra due altre sentinelle molto distanti tra loro, e che però, o non si scoprono o non possonsi udire, è nel dovere di portarsi alternativamente, or dall'una, ora dall'altra di esse come una specie di ronda reiterata: con questa precauzione si viene ad impedire che nessuno s'introduca tra lo spazio che le separa. L'uffiziale baderà pure di non mettere in sentinella avanzata, o *perduta* come si dice, chi potesse ispirare poca fiducia; come ancora non deve affidar mai piccoli posti se non a' caporali, la cui prodezza, lo zelo, e l'attaccamento sonogli noti abbastanza Dato che un caporale a cui fosse nota la parola d'ordine (o *Santo*) diserti il posto, allora è indispensabile che il capo di esso ne prevenga immantinente il Comandante, il quale ne farà subito rapporto per iscritto al Generale, affinchè questi possa permutarla su tutta la linea de' posti avanzati ec. In attenzione di tale permuta il Comandante della gran guardia aggiungerà alla parola d'ordine un nuovo segno di riconoscenza; per esempio, un vocabolo, una o più battute di mano sulla giberna, sul petto, sul casco, ec. ec. Si addimandano sentinelle perdute quelle postate innanze a tutte le altre de' piccoli posti avanzati: queste sentinelle tostochè si veggono compromesse e che il nemico si faccia verso di esse, ripiegheranno su quelle dietro di loro: per altro oggidì si fa poc' uso di cotali sentinelle.

L'uffiziale che comanda una gran guardia deve stare attentissimo verso il cader della notte, e soprattutto allo spuntar dell'aurora: in tal momento non dee tollerare affatto che i soldati comechè desti, stieno sdrajati o seduti; chè in tali positure si combatte con maggior pena la possa del sonno; e però li terrà riuniti sotto le armi. Alle guardie si dà in campagna la muta ordinariamente a levata del sole; spesso avviene che la guardia smontante rimanga a rinforzo di quella montante fino al ritorno della *scoperta*. Qualora per vedute di guerra o per altra cagione non si opera scoperta, in questo caso il Comandante della gran guardia dovrà supplire a tale mancanza con una pattuglia di sergente, la quale riconoscerà con esattezza tutte le adiacenze del posto, s'informerà minutamente di quanti sentieri menano da esso alla parte nemica, della qualità del terreno che lo circonda, della posizione dei

posti avanzati dell'avversario e delle truppe cui son composti, procurando di scoprirne le particolarità, ed informandosi delle forze nemiche, e delle posizioni principali da esse occupate. A risaper tali cose dovrà egli destramente interrogare tutte le persone che incontra, senza distorle per quanto è possibile dalle loro faccende. Il Comandante della gran guardia permetterà agli abitanti dei villaggi o di altri siti circostanti al posto di entrare liberamente nei loro domicilj; ma non dovrà permettere di assicurarsi de' forastieri o di qualche altro soggetto, che comunque indigeno, per la maniera del suo portamento o del suo procedere dia sospetto di esploratore, come pure non concederà ad alcuno di oltrepassare la linea dei posti avanzati senza permesso in iscritto del Generale, o di chi altro sia ciò di diritto. Non tollererà menomamente che gl' indigeni di qualunque sesso volteggino attorno al posto, e farà subito arrestare chiunque si faccia verso il medesimo con aria di volerne esaminare i particolari, badando bene di non giudicar sempre che indifferente sia quel che sembra curiosità, la quale è qualche volta operata a bello studio, mentre si tende ad una prima riconoscenza, e ad assicurarsi di ciò che si va operando nel posto; e però fa mestieri che un capo posto abbia in massima che la sicurezza di esso dipende addirittura dalla più minuta sorveglianza, e dal sospettar del tutto.

Se un parlamentario si dirige verso qualunque dei posti avanzati annunziandosi, come al consueto o pel tamburo o pel suono della tromba, il capo del posto non permetterà che si approssimi, ma egli stesso si porterà dal parlamentario onde riceversi il piego di cui fosse latore per farlo regolarmente giungere al Generale; e qualora il parlamentario domandasse abboccamento, il mentovato Comandante lo inviterà a dichiarargli per iscritto i motivi che a ciò l' inducono, e spedirà lo scritto al Generale, nel modo detto dianzi, e in attenzione degli ordini di lui il parlamentario sarà guardato a vista dalla sentinella avanzata che non gli permetterà di maggiormente innoltrarsi. Dato che il Generale conceda al parlamentario di portarsi fino a lui, allora il Comandante del posto, prima d' introdurlo fra la catena dei posti avanzati, lo farà bendare, e poscia condurre al capo della gran guardia, e questi al sito indicato dal Generale per la conferenza.

Siccome gli uffiziali dei posti avanzati non debbono mancare di carta topografica del paese in cui fanno la guerra, così giunti che saranno al posto, si occuperanno di esaminare

se dessa corrisponde al terreno su cui si trovano; operazione che manderanno ad effetto allorchè eseguono la riconoscenza; e qualora su quella porzione di carta indicante la località del posto vi rinvengono errori, li noteranno, affinchè ne possano dar contezza ai Generali, o agli uffiziali superiori incaricati d'ispezionare i posti; ovvero ne li faranno avvertiti, secondochè lo esiga l'occasione, con apposito ragguaglio di tutte le particolarità rilevate nella prima riconoscenza. Dipende dalla esattezza e dalla vigilanza del servizio, non che dai minuti ragguagli delle riconoscenze, la buona rinomanza ed il merito reale di un Comandante di posto avanzato. In questo modo un uffiziale comincia a farsi prendere in considerazione, e ad apprendere le prime lezioni di guerra: soprattutto rispetto ai giovani uffiziali. Un posto avanzato preso e stabilito a dovere, può dare assai vantaggio a chi lo comanda. Epperò, mettendo di banda i castelli in aria che mi piacque innalzare nel capitolo antecedente, egli è certo, che ad un uffiziale che sente intensamente il desiderio di volersi contraddistinguere, non può mancare che i superiori concepiscano per lui favorevoli sentimenti, riconoscendolo zelante ed oculato nel dovere, e che per ciò non faccian di tutto a procurargli occasioni, da cui possa ritrarre onore e vantaggio.

Ma qualora gli piaccia abbandonarsi all'estasi dilettevole di ciò che gli potrebbe avvenire, o che desideri che gli avvenga a favore, ei, nel darsi a riflettere l'importanza del suo disimpegno, e che da esso dipende la sicurezza dell'esercito, non ha che a richiamarsi alla memoria la bella fine de' 300 Spartani gloriosamente spirati alle Termopili; ovvero l'illustre azione del cavaliere Dassas. Questa, come più confacente al proposito di un uffiziale di posto avanzato, dovrà star sempre fitta nella mente di lui. A quel prestante cavaliere, capitano del reggimento reale Alvergna, allorchè si combatteva la guerra di Annover, toccò un giorno la guardia avanzata in un bosco; e là, o fosse giunto troppo tardi, o per altra causa mancò di tempo per assicurarsi di tutti gli aditi che lo circondavano, o ciò fosse che il nemico gli avesse portato via qualche sentinella, egli è certo, che mentre eseguiva la ronda, videsi all'impensata sotto le bocche de' fucili di una colonna d'Inglesi, diretta per la sorpresa di quel posto: essi gridano tosto: *Se ti muovi, se alzi la voce sei morto*! Ma egli, nulla curando queste minacce alza le grida e dice: Alvernia, avanti; ecco i nemici! Ei cadde trafitto dalle bajonette, ma sua valorosa compagnia accorse, e da forte contrastò il pas-

saggio ai nemici; cosicchè il reggimento ebbe tempo a dar di piglio alle armi, e gl' Inglesi furono respinti e battuti. In cotal guisa la sua morte fu vendicata, e la memoria di lui si rese degna della più alta riverenza, talchè il suo nome fattosi immortale, passa e passerà di bocca in bocca a quanti soldati vi furono dai tempi suoi sino a noi, e vi saranno per l' avvenire.

Valorosi giovani uffiziali, io vi esorto a mostrar tutti all' occasione l' animo coraggioso e prode del Dassas; comechè di lui miglior sorte io vi desideri! Ma sempre la morte all' ignominia prevalga. Se questo valoroso, soffermato dall' aspetto d' inevitabil morte, avesse esitato un solo istante a dar l' allerta ai suoi, e però fatta sorprendere dall' inimico la sua compagnia cui era alla testa, il nome di lui sarebbe oramai disonorato, e ignominiosa la sua memoria: egli sarebbe vissuto altro poco, ma nell' obbrobrio, dilaniato dal rimorso del vile, riputandosi la causa della sconfitta del reggimento, in cui serviva, e, forse anco dell' intero esercito. Sì, non posso dubitarne affatto, voi lo imiterete; la sua, quando che sia, sarà la vostra elezione: presti ognora ad immolarvi generosi per la comune salvezza, impavidi seguirete l' ombra onorata di sì bella guida. Eugenio! figlio mio! tu mia gioja e speme, tu la felicità di tua madre, se fatale il destino vorrà ch' io ti perda fin dal principio di tua carriera; se i sentimenti di onore e di coraggio che ti ho inspirato fin dall' aprile di tua fanciullezza, ti spingeranno un qualche giorno all' opera di tali sublimi, benchè fatali slanci di dovere e di valore insieme, sta certo, io piangerò la tua morte con amarissime lagrime; ma non saprei esecrare la tua nobile fine. Tuttavia m' ingegno in allevarti con quanta cura e tenerezza si addice ad amoroso padre, comechè il disimpegno del mio mestiere m' involi il bene sommo di presiedere alla tua educazione; ma io l' ho confidata alla vigilanza di un vero amico, ed ho saputo di buon ora vincer me stesso sacrificando il seducente spettacolo di una tenera età: sì, ti voglio rispettabile, felice! chè, nè l' inerzia, nè la voluttà mena l' uomo a questo punto. A te, crede dell' amor mio per la patria, della mia divozione, e fedeltà al principe, io lascerò per dippiù la nobiltà de' figli dei primi soldati di Clodoveo, titolo, che non potrà a meno di darti un dritto alla benevolenza ed alla bontà del tuo Sovrano: ma già tutto mi annunzia, che calcherai con onore le orme del padre tuo. Questa sì, questa io tel confesso, è l' unica e la più dolce delle mie speranze; e se mi toccasse eleggere o di vederti incanutire

scevro di preminenze nella vegghiezza degli ozii, o spirar la vita giovane illustre, io ti vorrei paragonare al greco Achille.

CAPITOLO IV.

Delle pattuglie, delle scoperte e delle riconoscenze.

Le pattuglie, le scoperte e le riconoscenze vengono spesso confuse tra loro e considerate quasi un egual cosa, perchè, generalmente parlando, le incombense di esse hanno una certa analogia tra loro. Ma siccome lo scopo n'è totalmente diverso, così mi è forza il trattarne partitamente.

La sicurezza delle gran guardie, quella dei varj posti, e la loro concatenazione, sono l'oggetto delle pattuglie e delle ronde; per esse viene a sapersi se qualche posto è stato preso o minacciato, e se il cordone de' posti avanzati sia intatto in tutt' i punti. Spiare se il nemico ha fatto o va facendo movimenti e se i suoi posti avanzati si tengono sempre su lo stesso terreno, sono oggetti del disimpegno della scoperta. La riconoscenza è una fazione di guerra di qualche importante, e però si annovera tra le sue grandi operazioni. Lo scopo principale delle riconoscenze quello si è di spiare la forza, la posizione ed i movimenti ragguardevoli dell'avversario, per così prepararsi all'attacco o risolversi alla ritirata.

Le pattuglie partir denno dai posti di uffiziale o dai picchetti di servizio; esse dovranno circolare con più frequenza durante la notte; ma, laddove i posti si scoprono scambievolmente, si rendono meno necessarie. Una pattuglia è d'ordinario composta di 10 uomini ed un sergente; ma spesso va sino a 15 comuni comandati da un uffiziale, quando il posto principale dond'essa parte è in buona forza. Questa pattuglia esce dal posto principale (suppongo alla dritta della linea), va fino all'altro di sinistra sulla stessa linea, quivi chi la comanda si abbocca col capo di quel posto per aver contezza di tutto quello che concerne la sicurezza ed il buon andamento del servizio; di là spingendosi in avanti, scorre la linea dei posti avanzati, e ritornando dietro va percorrendo quella dei posti principali sino al primo posto di sinistra di essa linea, è per tal guisa, dopo aver descritto col suo cammino una specie di ellittica, rientrerà dond'è uscita. Quivi riferirà al Comandante del posto di quanto l'è stato partecipato, o ha scoperto o inteso durante il suo giro; come pure gli darà contezza del

modo con cui è stata ricevuta, e del come la vigilanza è osservata e praticata ne' posti avanzati.

Durande la notte le pattuglie debbonsi tenere in maggiore attività, particolarmente nelle ultime due ore di essa, tempo in cui il nemico suol presentarsi, o che debba passare avanti, o che voglia sorprendere o attaccare le gran guardie. Oltre a queste grosse pattuglie, che escono da' posti di capitano, gli altri più piccoli, salvo quelli che non contano più di 5 sino a 10 uomini, ne manderanno in giro, ma composte di 3 sino a 5 individui. Queste pattuglie comunicheranno co' posti collaterali al proprio, e con quelli che stanno loro innanzi o alle spalle. Il primo colpo di fucile, il più lieve rumore, saranno sempre oggetti da far mettere tantosto in moto queste piccole pattuglie, affine di venire a conoscenza della vera cagione che ha eccitato il rumore, o obbligato a sparare qualche sentinella; in questi casi i posti prenderanno generalmente le armi, che non lasceranno, se non dopo il ritorno dell' enunciate pattuglie. Il Comandante di una forte pattuglia prender deve la precauzione di spiccar sempre a 10 sino a 20 passi innanzi a se due uomini ed un caporale; la stessa misura prenderà per guardarsi le spalle, ed il fianco dalla parte ove presuma che il nemico possa attenderlo in aguato; per esempio manderà i suoi fiancheggiatori sulla cresta di ogni cammino infossato, al di là di tutt' i piccoli ostacoli, come siepi, cespugli, gibbosità o greppi di terra frapposti fra essa e l' indicata parte sospetta ec.: essa pattuglia osserverà rigoroso silenzio e si fermerà da quando in quando ne' siti donde possa meglio scoprire intorno a se: è vietato a qualunque de' suoi componenti il fumare, e ognuno di essi dovrà per quanto gli è possibile astenersi dal tossire, dal raschiare, e da ogni qualunque altro scroscio che possa farla scoprire. Alla prima voce di *alto là* di qualsivoglia sentinella, la pattuglia si fermerà, ed alla voce *chi viva*? il caporale, che alla testa de' due soldati la dee precedere com'è detto dianzi, risponderà subito; *pattuglia*: quindi, nel modo espresso nel capitolo antecedente si farà riconoscere e riconoscerà egli stesso l' identità della sentinella. Dato che due pattuglie si affrontino, allora il comandante di quella che per la prima scopre l' altra, griderà: *alto là! chi viva*? In tale evento, le risposte, le domande, e la ricono cenza, saranno come quelle già prescritte pei posti avanzati.

Quante volte un caporale di avanguardia alla pattuglia si accorge di fatto, che il nemico si volge a lui, griderà subito: *alto là! chi viva?* e poscia, marciando in dietro si,

piegherà sulla pattuglia; in questa occorrenza non uscirà del fuoco se non quando l' avversario le spara addosso, o ch' ei non si vorrà fermare alla voce di *alto là*; e poi imitando il caporale alla testa della piccola avanguardia, ripiegherassi su qualche posto, facendo fuoco da quando in quando sul nemico, affine di rattenere per quanto è più possibile l'avvicinamento di esso, e per tal modo dare eziandio l'allerta all' intera catena dei posti. Se poi la forza dell'avversario consiste in poca mano di soldati a cavallo, la pattuglia non farà altro che levarsi di mezzo alla strada principale, buttandosi a dritta o a sinistra di essa, e celandosi dietro alle gibbosità del terreno o alle siepi, o altri accidenti cui rinverrà su di esso, donde curerà di poi a ricondursi al posto, seguendo al più che può i cammini dove la cavalleria non possa mettere piede. In ognuna di queste occasioni il Comandante della pattuglia come prima scoprirà il nemico, manderà un individuo al posto più immediato, per avvisarlo della posizione in che si trova.

Questo è il momento in cui più che in ogni altro non bisogna smarrirsi, nè farsi vincere dalla troppo fretta di ritirarsi, ma procurare invece di opporre all'avversario un fuoco vivo e ben diretto, affinchè i posti abbiano tutto il tempo di provvedere alle misure difensive od offensive. S' egli è importante di spesseggiare il fuoco, tostochè il nemico è stato scoperto, non lo è meno per le pattuglie il badare attentamente a non prendere equivoci: quanti falsi all' erta, quanti tristi accidenti non sono accaduti per effetto di poco attenzione? Ad evitare siffatti allarmi fa mestieri che il Comandante di una pattuglia vieti anticipatamente ai soldati l' usar del fuoco individuale, senza la venia di lui. Gli esploratori delle pattuglie come prima scoprono qualche cosa sospetta, debbonsi più tosto ripiegare su di esse anzichè servirsi del fucile; e subitochè per tal mezzo o in altro modo una pattuglia si sarà con certezza assicurata, che la truppa scoperta è del nemico (cosa che di giorno si scopre per la divisa o pel suo andar circospetto, e di notte se non corrisponde all' invito di *alto là*, o non risponde al *chi viva*, o malamente risponde, o si affretta nella marcia, o per la prima spara sulla piccola avvanguardia, o sugli esploratori della pattuglia) messa alle strette si determinerà alla difensiva, con vivissimo fuoco, quando ciò fosse sopra soldati del suo stesso esercito; imperocchè il danno che ne tornerebbe, è grave colpa di chi li comanda, il quale dovea ubbidire alle anzidette voci, per poi eseguire la regolare

reciproca riconoscenza anzichè muovere sospetto. Tutte le norme testè indicate sono da raccomandarsi scrupolosamente agl' individui componenti i posti avanzati.

Benchè sia indispensabile dovere di un Comandante di pattuglia l'assicurarsi scrupolosamente della vigilanza dei posti in discorso, nondimeno non dee pensare a volerli sorprendere in fallo, chè per tal modo potrebbesi facilmente esporre a riceversi qualche fucilata da taluna sentinella poco esperta, e suscitar così dei falsi allarmi. So per esperienza che la carriera di un giovine, prode uffiziale, fu interrotta mediante un colpo da fuoco ricevuto da lui al ginocchio, per essersi voluto inoltrare inosservatamente verso un piccolo posto avanzato, onde acquistarsi il falso merito di averlo sorpreso.

Qualunque accantonamento o *bivacco* coperto da bene avvisata catena di posti situati con accorgimento ed arte, e sorvegliato da pattuglie capaci del proprio dovere, non potrà esser mai sorpreso, ed ivi il soldato riposerà sicuro.

Della scoperta.

Egli è cosa essenzialissima la quotidiana conoscenza della posizione che occupa il nemico, della distanza che lo separa dai suoi posti avanzati, e s'egli si è fatto più innanzi o più indietro che nel giorno antecedente: questa appunto è la incombenza delle scoperte.

Come prima una truppa giugne al posto ignara della posizione occupata dall'avversario, dee spingere innanzi delle piccole bande di cavalleggieri, con ordine di portarsi da tre sino a sei miglia in avanti in diversi punti, per così venire a cognizione del sito ove il nemico tiene i suoi posti avanzati; e laddove a tali bande non riesca di poterli riconoscere ocularmente, cureranno almeno di averne contezza dagl' indigeni; che ove i ragguagli di esse coincidano coi rapporti delle spie e dei disertori, non v' ha dubbio che i posti del nemico sieno stati scoperti. Suppongasi che i nostri posti avanzati sieno lontani per due a tre miglia da quelli del nemico (come l' esperienza ci ha dimostrato abbastanza, massime quando non si sta sulle mosse), in questo caso, alla punta del giorno è d' uopo venire in chiaro s'egli ha cambiato, o no di posizione, e quali misure ha preso. A tal fine si ordinerà la riunione dei picchetti di cavalleria e fanteria in una delle gran guardie (1).

---

(1) Questi picchetti saranno sempre proporzionati alla forza dell' accantonamento, o del bivacco di avanguardia.

Quando una pianura o qualunque altro luogo scoperto separa i posti avanzati dei due eserciti nemici, la sola fanteria basterà a rinforzare la gran guardia, e la scoperta verrà eseguita dal solo picchetto di cavalleria, che però dovrà essere tanto più imponente, quanto è più lungo il tratto che dee percorrere; ma per poco, che la località sia coperta e adatta per la fanteria; è cosa lodevole il comporre di ambe le armi il distaccamento destinato per la scoperta. Mi piacerebbe eziandio che l' uffiziale che dà opera alla scoperta non avesse la muta, che dopo averne eseguite delle altre, mattina per mattina in continuazione della prima; e perciò questo servizio dovrebbe alternare per settimana ne' corpi: dippiù l' uffiziale che ha la muta dovrebbe rimanere col nuovo distaccamento per altri due o tre giorni. La ragione di questo mio pensiero è semplicissima: chè son di avviso non potersi ben giudicare de' cambiamenti successi ne' posti, nella posizione, nel servizio, e fra le truppe del nemico, quando non si conosce ciò che sia potuto succedere presso di lui, non dico più, nel dì precedente. Qual vantaggio non tornerebbe in molte occasioni all' uffiziale ed alla sua truppa dalla riconoscenza del terreno? Siffatto sistema dovrebbesi parimente praticare in riguardo ai soldati, se non per tutti, almeno la metà di essi dovrebbe far parte del picchetto del giorno appresso. Nella fanteria si potrebbe esclusivamente assegnare un tal servizio alle compagnie di cacciatori.

L' uffiziale comandante il distaccamento destinato ad eseguire la scoperta, prima di dargli la mossa, visiterà le armi e le giberne dei soldati; si assicurerà del buono stato degli uomini e de' cavalli, per così andar sicuro che in ogni caso sarebbe acconcio a sostenere una zuffa, darsi alla corsa, ec.

Semprechè l' uffiziale incaricato della scoperta è sicuro di tornare all' accantonamento o nella gran guardia dopo averla eseguita, potrebb' essere autorizzato di menar seco la fanteria e la cavalleria senza sacchi e senza porta mantello. Se agli uomini manca tempo a desinare o far colezione prima di porsi in cammino, allora è prudenza ristorarli con dello spirito di vino, e farli provvedere di un poco di pane o di alcun biscotto. L' uffiziale curerà eziandio accompagnarsi di guide bene informate del luogo cui dee percorrere: esso, prima di porsi in cammino, o pure via facendo, le interrogherà intorno alla qualità della strada ed alle particolarità del terreno circostante alla sua direzione. Quest' avvertenza dev' essere a cuore di ogni Comandante di distaccamento, sia che vada innanti, sia che marci in ritirata.

Adempiuto a quanto è detto dianzi, il Comandante della scoperta si regolerà come qui appresso: uscito ch'ei sia dal cordone dei posti avanzati, prima di mettersi sulla direzione del sito in cui deve operare la scoperta, disporrà che la terza parte della sua cavalleria preceda la colonna, e che lungo la marcia si faccia precedere dagli esploratori e dagli scorridori: che la terza parte della fanteria segua quella cavalleria, e che il rimanente di quest'arma vada dietro a siffatta avanguardia; e da ultimo che la restante fanteria marci come corpo di battaglia, facendola coprire alle spalle da poca cavalleria. Tutt' i plotoni avranno per comandante uffiziali o sott' uffiziali; a cui, prima di prender la mossa, comunicherà egli la parola d'ordine e quella di riunione. I primi plotoni aver denno alcuna guida, che guarderanno a vista, e tutti marceranno a determinata distanza l'uno dall'altro, che sarà maggiore fra l'avvanguardia ed il corpo di battaglia, affine d'impedire che i plotoni vengano urtati dalla testa della colonna in caso di sorpresa, o di respinta, e che non manchi loro il tempo a prendere le disposizioni analoghe alle svariate occasioni. Che una coppia di battistrada, o al più tre di essi, vogliono essere spiccati a due in 300 passi innanzi a tutti, seguiti da un caporale alla testa di tre o quattro uomini a cavallo; tali battistrada cureranno di scoprirsi a vicenda, e per quanto possono di non perder mai di vista il corpo di battaglia; scoprendo essi truppa, vedette o posti avanzati dell'inimico, si arresteranno immantinente, ed uno di loro correrà subito ad avvertirne il Comandante del distaccamento. Qualche battistrada sarà inoltre spiccato su i fianchi della direzione; e quando si marcia in paese coperto, un picchetto di fanteria comandato da un caporale li seguirà mantenendosi a metà di distanza fra essi e la colonna. Giungendo sull'intersezione di uno o due sentieri, che menano verso la fronte o verso i punti occupati dall'avversario, l'avanguardia spiccherà due o tre uomini a cavallo i quali si addentreranno per circa un miglio e mezzo in tai sentieri, donde raggiungeranno poi la colonna per la via più breve. Se in questo frattempo vi ha dubbio che il nemico possa tagliare la ritirata alla truppa s'ella continuasse a marciare, il Comandante l'arresterà per mettere alquanta cavalleria in osservazione su tutt'i luoghi sospetti, e per inviare un poco di fanteria sotto agli ordini di un uffiziale, o di un sotto uffiziale accorto, per chiudere nel miglior modo possibile la strada dond'è sospetto che il nemico possa sboccare; questa truppa prenderà posto in maniera da essere

in grado da ritardare la marcia del medesimo, curando di darne avviso al Comandante della colonna come prima si accorge che il nemico si avanza, e per ciò fare si avvalerà di uomini a piedi ed a cavallo, i quali portar si debbono ad esso Comandante per la via più breve e sicura, mentre il rimanente di quella truppa terrà piede contro il nemico per quanto più le sarà possibile. Siccome d'ordinario siffatti punti indicano il limite alla marcia per una parte della fanteria addetta alla scoperta, per quivi rimanersi a difendere gli abbrancamenti delle strade, i piccoli posti mandati sulle vie laterali sono a considerarsi come guardie avanzate, qualora il distaccamento non debba o non possa più andare avanti. Sia comunque, l'uffiziale di scoperta giunto ad uno o due tiri di fucile dal sito in cui vede o sa che stanno le vedette dell'avversario, fermerà il distaccamento e farà prender posizione alla sua fanteria (tranne il caso in cui trovandosi già fuori di un terreno coverto, non l'abbia postata anticipatamente su dei punti vantaggiosi allo sbocco di esso terreno), dopo di che si spingerà in avanti colla maggior parte della sua cavalleria. Subito che i battistrada avranno scoperto i nemici, ei lascerà mano mano la cavalleria ordinata a scaglioni lungo la strada, per così darle modo di sostenere i plotoni che il nemico potrebbe vigorosamente respingere, e lui dirigendosi verso i battistrada curerà di esaminare ocularmente la collocazione delle vedette nemiche, non che i primi posti dietro di esse; e laddove sieno postate in modo che impediscano la scoperta del cordone delle guardie avanzate, e di esaminarne la posizione, la qualità e quantità di truppe che le guarniscano, egli è forza decidersi di far vigorosamente caricare quelle vedette dai battistrada, e poi facendosi sostenere dal primo plotone, scoprire dal posto che lasciano ciò che importa conoscere. Dato altresì che il posto più avanzato dell'avversario impedisca pure di scoprire la totalità del primo cordone e gli altri posti più addentrati, allora fa mestieri di sciacciarlo a viva forza; disponendo in pari tempo che i plotoni rimasti dietro si vadino mano mano avanzando. Ma l'oggetto della scoperta essendo unicamente quello di riconoscere, non di combattere il nemico, così è prudenza l'evitare per quanto si può di venir seco lui alle armi.

Vuolsi attentamente notare che l'esame delle gran guardie, e de' posti avanzati del nemico, sono l'unico oggetto della scoperta; giacchè a volersi assicurare della sola posizione di un'avanguardia, uopo sarebbe di spostare delle forti gran

guardie, occupanti le prominenze ed i limiti dei terreni boscosi, dietro dèi quali si celano le truppe di quella; e però vi abbisognerebbe una forza imponente di fanteria e di cavalleria per attaccare quei posti; ma siffatta missione è da considerarsi piuttosto come riconoscenza, che come scoperta. Dirò de'principali oggetti di cui un uffiziale di scoperta deve occuparsi tostochè sia giunto dove gli è facile di vedere il cordone delle gran guardie nemiche: 1.° se le gran guardie, ed i posti che ne dipendono si sono indietreggiati o fatti più avanti; 2.° se sono di fanteria, di cavalleria, o miste; 3.° se stanno in piano, in siti circondati da qualche ostacolo naturale o artificiale, e come vi si mantengono; 4.° se sono coperte da trinceramenti; 5.° se i ponti i sentieri le gole i guadi ec. da esse dominati sono accessibili, oppure rotti, barricati ec.; 6.° se i posti sono radi o spessi nel cordone, e questo è ordinato in modo che non rimanga adito mal custodito; 7.° se in essi il servizio proceda con oculatezza; 8.° se le pattuglie ed altri provvedimenti di sicurezza vengono operati con forza maggiore all'ordinaria; 9.° la specie della truppa nemica; 10.° finalmente farà di tutto l'uffiziale di cui è parola, per iscoprire il fuoco dei bivacchi, la loro distanza dalle guardie avanzate, il numero e la posizione di essi, le artiglierie ed i varii piazzamenti della medesima, poichè è risaputo che alcune volte le stesse gran guardie di fanteria son fornite di uno o due pezzi per difendere, ed infilare le strade che portano al campo. Appena eseguita la disamina anzidetta, che dev'essere un'opera la più breve possibile, e per dir così del primo girar degli occhi, l'uffiziale penserà alla ritirata, che farà procedere nell'ordine stesso con cui si è avanzato. È da ricordare che mentr'egli si occupa della riconoscenza, i plotoni che si son fatt'innanzi per sostenerlo star denno attentamente in guardia, volgendo gli occhi per ogn'intorno, onde osservare se il nemico si disponga a qualche mossa di truppe. Avviene spesso che i bersaglieri che precedono la scoperta entrano in zuffa coi primi posti nemici: in tale ipotesi l'uffiziale anzidetto profitterà del tempo che si consuma in questa prima gara per esaminare al più presto ciò che gl'importa di conoscere.

Siccome i plotoni che non han seguito il capo della scoperta trovansi situati a scaglioni dietro di lui, così facendo essi esplorare i fianchi del terreno di operazione, non v'ha timore di essere tagliati; chè appena qualche soldato scorgerà truppa escir dalla linea dei posti avanzati ne darà avviso col zuffolo; avviso che dee passare immediatamente sino al Comandante,

il quale dopo di essersi accertato del vero farà cominciare la ritirata, senza punto allucinarsi, conservando sempre l'ordine a scaglioni: e quante volte il nemico si dasse ad inseguirlo, ciò che per altro non potrebbe operar con velocità senza servirsi della cavalleria, allora l' uffiziale ripiegandosi sulla fanteria al confine del terreno coverto, come testè si è detto (alla quale spedirà subito l' avviso di stare all' erta) potrebbe di leggieri tirare in rete gli inseguitori e cagionar loro non poco danno: e ciò, senza dubbio, li farebbe desistere immediatamente dalla impresa. Ma in tali occasioni uopo è che il Comandante della scoperta sia sicuro che l' uffiziale alla testa della fanteria è un soggetto di conosciuto valore, ed incapace di abbandonare il posto prima di averne l'ordine. Se la ridetta fanteria è composta di prodi soldati, e di uffiziali distinti, la cavalleria nemica non potrà spostarla, e se per vincerla volesse attendere la sua gente a piedi, ciò non potrebbe con sicurezza eseguire, che tenendosi fuori tiro, menochè non si voglia esporre ad esser crivellata dalla fucileria; e però ne seguirebbe che in quel frattempo l' intera colonna di scoperta avrebbe agio di ritirarsi su i primi posti avanzati, ove non le mancherebbe sostegno, e modo a respirare. È pur di regola costante che tanto i posti avanzati, come gl' interi accantonamenti, star debbono sotto le armi dalla partenza al ritorno della scoverta. e che le gran guardie, per lo più, si raddoppiano colle guardie smontanti, le quali non si partono dai posti finchè i picchetti di scoperta non sieno tutti rientrati.

Se la scoperta non è inseguita, o che non porti indizio di disposizione di attacco o di ritirata per parte del nemico, le truppe che stanno sotto le armi se ne sgraveranno; si penserà al governo de' cavalli ed alla nutrizione degli uomini; finalmente, scorsa l'ora in cui si può sospettare l' attacco, sarà concesso alla truppa di darsi alquanto al riposo; ma i posti e le guardie avanzate dovranno stare più che mai vigilanti, perchè il nemico sceglie spesso tai momenti sia che ciò operi a disegno, sia che non è in grado di attaccare che a metà di giorno. Quanto agli Austriaci vuolsi avvertire che l'apparenza di una certa calma fra le loro truppe è spesso un presagio di qualche tempesta: allorchè si scorge che i loro posti avanzati diminuiscono, o si tirano in dietro; che le truppe non si mostrano tanto; che cessa la circolazione delle pattuglie; che non fanno scoperte; in breve, che non si veggono operare sulle loro linee movimenti abituali, e la stessa attività, segno è che si preparano a qualche attacco. L' induzione è sempli-

cissima quando si rifletta che in tal guisa operando procurano d' ispirare confidenza, e che, avvezzi a guarnire di molta forza i posti avanzati con dei corpi franchi, sì per la sicurezza dell' esercito, che per evitare la diserzione, son costretti a sminuirli sensibilmente prima dell' ora del combattimento, per indicare a queste truppe il punto di attacco, e collocarle tra le colonne. D' altronde, tenendo allora l' esercito in colonna non abbisognano essi che di un cordone apparente; e però non pensano di dare l' allerta al nemico coll' attaccare le sue riconoscenze, di poco o nulla capaci; e lasciandole tornare tranquillamente in dietro, prendono essi indi a poco la mossa procurando di giungere su i posti nemici, che, fidati sul rapporto dell' uffiziale di scoperta, meno si attendono la presenza dell' avversario. Così operando, gli Austriaci nel 1796 riuscirono a portarmi via quasi tutt' i posti avanzati rimpetto Lavingen sul Danubio, sin dove il dì antecedente io gli aveva respinti, e costretti a chiudersi nelle mura di questa piccola città, che una pianura tenea divisa di tre miglia dai villaggi occupati dai miei posti avanzati.

La mia scoperta di cavalleria, uscendo da quei villaggi, si portò fin sotto le mura di quella città: e là accorgendosi che le gran guardie nemiche erano meno forti che il giorno innanzi, e che si erano tirate ben più dietro, se ne tornò tranquilla; questa sua tranquillità ispirò confidenza nelle truppe in guardia degli accessi principali de' mentovati villaggi: volle fortuna che la mia cavalleria come prima ebbe sbrigliato e disellato i cavalli, e la fanteria posate le armi, gli Austriaci, usciti dalle mura della città, dietro le quali stavano già ordinati, ne assalirono alla sprovveduta. La cavalleria entrò di galoppo nei villaggi, e vi fè prigioniera la fanteria, e parte della cavalleria che, come ho detto, aveva già sbrigliato i cavalli. Fortuna per noi che il campo trovandosi sopra un' altura a ridosso di un bosco, e grazie alla vigilanza delle sue guardie, fu in tempo a render le armi. Per altro questa fu la prima e l' ultima perdita a cui soggiacemmo per tal cagione.

Ciò posto fà mestieri che i Comandanti degli accantonamenti si trovino di persona nei posti avanzati per ivi sentire ed esaminare i rapporti degli uffiziali di scoperta, e per interrogarli sulle più minute particolarità, farne giudizio, e provvedere in conseguenza. Per l' opposto, quando gli Austriaci danno opera alla ritirata fanno mostra di tutte le loro truppe leggiere, di frequenti pattuglie, e di scoperte che spesso spingonsi a bersagliare e ad inquietare i posti avanzati, per così

impedire che i picchetti delle scoperte nemiche giungano sino ad essi: cosicchè quando il loro esercito si è indietreggiato di due o tre miglia, cessano repente quei simulacri, rimanendo al nemico la prospettiva di un campo abbandonato, e qualche volta fin dal giorno antecedente. Se la scoperta, prima di giugnere presso alle vedette nemiche, s'imbatte con qualche testa di colonna in marcia dell'avversario, farà di tutto, scaramucciando, per assicurarsi della quantità e qualità della forza ond'è composta; e per poco che la stimi superiore a sè, ed anche eguale, si ritirerà immantinente su i primi posti avanzati; qualora poi la colonna non fosse altro che una scoperta o una piccola riconoscenza, uopo è affrontarla in modo da trarne vantaggio, molestarla nella ritirata, o respingerla danneggiata al più possibile: se poi la si fosse una colonna imponente diretta espressamente contro la scoperta, allora curerà questa di unirsi alle guardie avanzate per difenderle e sostenerne la ritirata.

La maniera con che le truppe leggiere (fanteria, e cavalleria) debbonsi comportare in una ritirata per poi formare la retroguardia, sarà da me partitamente spiegata in appresso.

Stando la truppa in una fortezza minacciata, in un campo trincerato o in altro luogo chiuso, la scoperta uscirà tutte le mattine, per osservare la vera posizione del nemico.

Generalmente parlando, il servizio delle pattuglie e delle scoperte corrisponde ad un bel circa a quello che altra volta si addimandava *batter la strada*; espressione derivata dal vocabolo italiano, *battistrada.* La forza delle scoperte, com'anche l'ora della loro uscita uopo è che varii spesso, non che la direzione delle medesime; nè debbonsi spingere troppo innanzi, acciocchè l'avversario non possa regolarsi sulla uniformità con cui procedono, ed essere facilmente in grado di trovare il mezzo da impedirne le operazioni, ovvero di aspettarle in aguato ed impadronirsene.

Gli uffiziali di truppa leggiera a cavallo, per ciò che ho potuto io pretermettere riguardo ad essi, troveranno un ottimo supplemento nell'istruzione del Re di Prussia alle sue truppe leggiere, e propriamente nell'articolo *pattuglie e riconoscenze armate in tempo di notte e di giorno.*

Non si finirebbe mai più se si volesse minutamente entrare in tutte le raccomandazioni, richieste dalla buona esecuzione del servizio che debbono spedire in campagna le truppe leggiere; mentre è poi vero che non è sperabile di tutto prevedere intorno ad esso; chè la guerra è sempre una feconda

produttrice di occasioni imprevedibili, e suggeritrice di novelle precauzioni.

Delle riconoscenze.

Le scoperte si limitano alla esplorazione dei posti avanzati del nemico, atteso che la forza dei picchetti chiamati al disimpegno di tal servizio, non potrebbe rompere la catena di questi posti che si protende innanzi alle altre linee, per aver di esse conoscenza esatta e precisa intorno alla situazione, alla posizione, ed alle opere con cui si coprono. Per giugnere a questo scopo bisogna ricorrere alla riconoscenza, per la quale si può eziandio sapere se i rapporti avuti sul numero e sulla composizione dei corpi nemici son veri o alterati; per la qual cosa uopo è d' imprendere la riconoscenza tutte le volte che l' avversario, favorito dirò così, da quell' antimurale di truppe leggiere, fa sospettare preparativi di attacco, di ritirata e di ogni altra mossa la cui conoscenza non sia menomamente a trascurarsi.

La riconoscenza essendo adunque un'operazione importante, fa mestieri che il Generale in capo, o qualche altro uffiziale generale di sua confidenza, la meni personalmente a fine, sì perchè gli altrui rapporti non sono mai così fedeli che i proprj occhi, e sì perchè non è difficile che in siffatte operazioni si possa andar incontro a de' fatti d' arme più o meno importanti per iscacciare alcun corpo di truppe nemiche riunito su tale o tal' altro punto coperto da' posti avanzati, del quale è forza impadronirsi se vogliasi scovrire gli oggetti per cui si dà opera alla riconoscenza.

Un corpo destinato ad appoggiare la riconoscenza è ordinariamente composto di truppe leggiere a piedi ed a cavallo, seguito da più sostegni di granatieri e di cavalleria. È cosa solita che durante siffatta operazione una parte dell' esercito muovesi dalle posizioni per avanzarsi a scaglioni, affine di sostenere e ricevere quando occorra la riconoscenza: chè non è difficile che il nemico in molta forza la possa vigorosamente inseguire. La riconoscenza vuol essere iniziata con calore ed energia per così far mostra di volere onninamente venire alle prese, ed affinchè i posti avanzati del nemico, temendo di restare inviluppati, facciano poca resistenza, ed abbandonino presto la linea su cui stanno in guardia. Sarà questo il primo slancio della riconoscenza, mentre una parte delle truppe di cui è composta, fingerà di seguir l' impresa collo stesso ardore. In

questo mentre la persona incaricata della riconoscenza si porterà su i punti più eminenti ed acconci a meglio scoprire ed esaminare le posizioni principali dell'avversario; e se questi, avvedendosi che l'attacco si va raffreddando, si avviasse verso i lasciati posti, le truppe già spinte innanzi dal corpo di riconoscenza faranno di tutto per impedirglielo sinchè il Generale non abbia esaminato ciò che gl' importava conoscere, non sia in pericolo, o non abbia dato il segnale di ritirarsi. I dragoni sono utilissimi nelle riconoscenze, perchè mediante l'ordinamento e la istruzione loro, possono combattere a piedi, attaccare una gola, uno stretto o altro posto di fanteria, mantenervisi, e quando occorra, rimontare a cavallo e raggiungere al galoppo il grosso della truppa così distante dal nemico, da non temere di venirci svantaggiosamente alle mani; imperocchè si troverà vicina ai corpi usciti dal campo per appoggiarla. D'altronde nelle riconoscenze non è saggio consiglio l'impegnarsi più di ciò che basta a guadagnare tale o tal altro punto acconcio allo scopo di esse, e però come prima l'esame di ciò che si desiderava conoscere sarà compiuto, ogni altra zuffa sarebbe inutile, e da doversi evitare siccome pericolosa.

Frattanto che il Generale si occupa della riconoscenza, il Comandante della truppa curerà di coprirlo e proteggerlo da ogni lato, acciò non venga assalito o preso all'imprevvista; e però mentre l'uno si occupa a riconoscere il nemico, l'altro è nel dovere di vigilare per la di lui sicurezza, e coadjuvarlo pure in certe particolarità che lo distrarrebbero dallo scopo principale.

Di presente le riconoscenze si mettono in opera rade volte, perchè ne nascono dei conflitti abbastanza importanti che, spesso non danno nè tempo, nè mezzi a ben riconoscere il campo nemico. Oggidì la posizione principale di un corpo di esercito è spesso preceduta da due o tre altre posizioni occupate in siti eminenti dalle gran guardie e dalle avanguardie di truppa leggiera a piedi ed a cavallo, o tra i cespugli, nei boschi, sulle colline, nei villaggi, e luoghi consimili che impediscono di scoprire dietro di esse. In guisa tale presso Landau era guardata la linea della Quiesch da noi occupata sino a Neustadt. In Fiandra le nostre vanguardie stavano sempre distanti da noi per 6 fino a 9 miglia. La famosa posizione di Caldiero, nella quale si mantennero i Francesi anche dopo il passaggio dell' Adige, è coperta dai villaggi di San Michele, San Martino ed altre terre, che tutte presentano altrettanti stretti avanzati. Il 28 frimajo il grande esercito francese

in posizione a Brunn e dietro di Austerlitz, quattro giorni prima della battaglia di questo nome, teneva le sue truppe leggiere a Vischau 18 a 20 miglia innanzi a se. Si trae da ciò che quasi tutte le riconoscenze non si hanno che per le avanguardie, le quali non giungono a vista della posizione principale se non affrontando e respingendo i corpi nemici postati a 6 in 9 miglia, e spesso fino a 24 miglia innanzi alle posizioni, e così vanno esse contemporaneamente iniziando la battaglia. In tempo di Luigi XVI., ed anche in quello di Luigi XV., le truppe leggiere, in poco numero, ad altro non erano impiegate che alle scorrerie: in quell' epoca l' arte dei posti avanzati non era punto conosciuta, ed i campi, siccome ho già detto, non avevano che gran guardie spiccate dai reggimenti innanzi ed ognuno di questi; e per ciò era più facile approssimarsi alle linee e spiarle senz' altro sforzo che quello di combattere pochi posti o qualche truppa che, scoperto il nemico, si faceva escire dal campo per affrontarlo. Quindi è che le riconoscenze erano l'opera di un semplice distaccamento di cavalleria senza correre molto rischio. Benchè in appoggio di siffatta pratica potrei citare non pochi esempj, ciò malgrado parmi sufficiente ricordare ai miei lettori la riconoscenza delle linee Spagnuole innanzi Cambrai esegnita da Turenna, e quella operata sulla sinistra degli Anglo-Prussiani la vigilia della battaglia di Minden.

Si chiama eziandio riconoscenza l' operazione di un uffiziale del genio, o dello stato maggiore, incaricato di ritrarre un terreno di cui importa conoscere le particolarità. In tal caso questi uffiziali sono obbligati di segnare sulla pianta tutt' i cammini, di notarvi distintamente la svariata qualità del paese, i villaggi, le terre, le chiese, i borghi, i fiumi, le colline, insomma ei deve ritrattare ii quadro fedele di tutt' i luoghi da essolui percorsi. Se il paese, del qnale uopo è di avere esatta conoscenza, sta al di là dei posti avanzati, allora, apposita scorta seguirà l' uffiziale che dee riconoscerlo, o pure si accompagnerà esso colla scoperta o la riconoscenza, per così operare sotto la loro protezione, specialmente nel disegnare la catena dei posti avanzati, e le principali posizioni dell' avversario. A questo fine dirigo adunqne il giovane uffiziale di fanteria leggiera allo studio dei manuali, e delle *guide militari*, in cui troverà inserito, in modo facile, semplice ed ordinato, tutto quello ch' ei dovrà operare qualora gli toccasse in sorte siffatta commessione.

NOZIONI GENERALI

CIRCA IL METODO

DI ESAMINARE UN CAVALLO

LA DENOMINAZIONE

DELLE SUE PARTI ESTERNE, DE' DIVERSI MANTI

E QUELLA DEL MORSO

DELLA SELLA DELLA BRIGLIA.

CAPITOLO PRIMO.

Metodo per esaminare un cavallo (1).

È indispensabile che un uffiziale di cavalleria sappia perfettamente conoscere l' età di un cavallo, le sue proporzioni principali, la denominazione di tutte le sue parti esterne, i di loro difetti e le malattie più comuni alle quali vanno soggetti; e che infine non ignori i mezzi per non lasciarsi ingannare dai venditori e mercanti di cavalli i quali sono finissimi nell' occultare i difetti i più apparenti.

Per ottenere questo scopo, esaminerà sempre progressivamente tutte le parti del cavallo dalla testa sino al treno posteriore.

Il cavallo sarà osservato prima nella stalla, poi fuori, immobile; indi camminando.

(1) Queste notizie son tratte dal progetto di ordinanza per la Cavalleria del fu Tenente Generale Barone Vincenzo Pignatelli-Strongoli, che non potrebbero esser mai sufficientemente studiate dagli uffiziali tutti dell' esercito.

Nella stalla si baderà che il cavallo non abbia collare e che non sia legato in alto, ambedue rimedj che si usano per il male del *tiro*. Si osserverà lo sterco, poichè da questo si capirà facilmente di che si nutrisca; se è di color verdastro, è segno che il cavallo è tenuto al verde, indizio quasi sempre di qualche malattia interna.

Uscito che sarà il cavallo fuori della stalla si farà situare su di un terreno uguale, e stando perfettamente immobile se ne osserveranno diligentemente i denti per assicurarsi della sua età; quindi si passerà ad ispezionare tutte le sue parti esterne, per conoscerne i difetti e la proporzione.

Quando questa ispezione sarà finita si farà camminare prima al passo, in seguito al trotto: si guarderà attentamente che i suoi movimenti siano liberi: si osserveranno perciò con attenzione i *garretti*, le *anche* e le *spalle* quando sono in movimento, per esser sicuro che non siano attaccate da qualche male non apparente, e che può dipendere da eccesso di fatica. Si farà la più grande attenzione che il cavallo non soffra lo *spavento*, ciò che dicesi *arpeggiare*. Questo male si conosce facilmente da una flessione convulsiva violenta e precipitosa a cui vanno soggette una o ambedue le gambe di dietro. Qualche volta, benchè molto di raro, questo movimento convulsivo si osserva anche nelle gambe d'avanti, ed allora prende il nome di *ranco*; ma per assicurarsene bisogna far trottare il cavallo almeno per un quarto d'ora sulle pietre. È sicuro allora che se patisce di questo male, se gli manifesta in quel tempo istantaneamente e con tal violenza, che non potendosi servire che di una sola gamba d'avanti, non mancherà di rovesciare da sella il suo cavaliere.

Proporzioni principali del cavallo.

L'altezza del cavallo si misura dal guidalesco a terra. La sua lunghezza dalla punta della spalla a quella della natica: e la lunghezza della testa dalla nuca all'estremità del labbro anteriore.

Il cavallo è proporzionato se l'altezza è uguale alla lunghezza, e quando ambedue sono uguali a due volte e mezzo la lunghezza della testa. La larghezza del ventre da una parte all'altra deve essere uguale alla lunghezza della testa.

Un cavallo sarà ben piantato sulle sue gambe, quando bassando una verticale dalla punta della spalla a terra, cadrà sulla punta del piede, e quando nel treno posteriore, abbas-

sandosi una simile linea dalla punta della grassella a terra, vada a cadere un dito più avanti del piede corrispondente.

Conoscenza dell' età del cavallo.

Il mezzo più sicuro per conoscere l'età del cavallo è riposto nel visitare i suoi denti.

I denti sono al numero di quaranta nei cavalli e di trentasei nelle giumente, perchè queste ordinariamente non hanno gli scaglioni: essi sono allogati nella cavità chiamate *alveoli* come le cavicchie nei buchi.

Si dividono i denti in *incisivi* (1), *scaglioni*, ed in *molari* o *mascellari*. I primi si suddividono in *picozze*, *medj* e *cantoni*.

Ciascuna mandibula ha due picozze, due medj e due cantoni, due scaglioni e dodici denti mascellari. I spazj rinchiusi tra gli scaglioni ed i molari si dicono *barre*.

Le picozze, i medj ed i cantoni che vengono al cavallo dopo la sua nascita si chiamano *lattajoli*. Le picozze, i medj ed i cantoni che sorgono alla di loro caduta si chiamano *di cavallo*.

I denti essendo formati in parte, restano ne' loro alveoli sino a quindici o venti giorni dopo la nascita del cavallo. Spuntano allora nella mandibula superiore le due prime picozze; dopo dieci o dodici giorni vengono fuori nella mandibula inferiore le due picozze inferiori; venticinque o trenta giorni dopo sorgono accanto alle picozze superiori i medj superiori; ed a sei o otto giorni da questi ultimi nascono i medj inferiori. Finalmente scorsi quaranta o quarantacinque giorni sieguono accanto a' medj superiori i cantoni superiori, e dieci o dodici giorni dopo si vedono comparire i cantoni inferiori nella mandibula inferiore.

Ciascun dente si divide in due parti, cioè *corpo* e *radice*. Il corpo è la parte che si vede, e ch' è separata dalla radice per mezzo di un piccolo cerchio quasi insensibile. La radice è la parte incastrata nell' alveolo.

I lattajoli ed i scaglioni sono di una figura piramidale, i mascellari sono quadrati.

Il cavallo resta in questo stato sino all' età di due anni e mezzo o tre anni; incominciano allora a cadere le picozze inferiori e superiori di latte, per dar luogo a quelle di cavallo. A tre anni e mezzo o quattro anni cadono i medj; a quattro anni e mezzo o cinque cadono i cantoni.

---

(1) Si veggano le tavole aggiunte al Progetto di Ordinanza per la Cavalleria del Tenente Generale Vincenzo Pignatelli-Strongoli.

I medj ed i cantoni di cavallo si mostrano subito dopo la caduta dei medj e cantoni di latte.

Cambiati i denti di latte, la bocca si chiama *bocca di cavallo*, perde l'animale il nome di poledro, e prende quello di cavallo. Vi esiste una differenza sensibile tra i denti di latte e quelli di cavallo. I primi sono piccoli, corti e bianchi, i secondi sono più lunghi, piccoli, gialli, e scannellati nella loro lunghezza. Sì gli uni che gli altri hanno una cavità nella parte superiore, in cui è marcato il *germe di fava*.

Da quattro anni a quattro anni e mezzo cominciano a spuntare gli scaglioni; a cinque anni finiscono di crescere. Di raro spuntano a tre anni e mezzo.

Messa la bocca di cavallo, la cavità di tutti i denti incisivi e particolarmente de' cantoni, la quale si appiana progressivamente è il mezzo più sicuro per conoscerne l'età.

A cinque anni incominciano insensibilmente ad appianare le picozze; a sei anni sono appianate perfettamente: incomincia allora ad appianarsi la cavità de' medj la quale a sette anni è svanita. Colla stessa progressione appianano i cantoni: ad otto anni il cavallo ha terminato di appianare la cavità di tutti gl' incisivi inferiori, ciò che si dice che il cavallo ha *serrato*. Dagli otto anni ai nove si appianano le cavità delle due picozze della mandibula superiore; dai nove ai dieci quelle dei medj; dai dieci anni ai dodici si appianano le cavità dei cantoni superiori.

È necessario sapere, che i cavalli i quali sono rimasti in campagna sino ad una età avanzata marcano più lungo tempo, perchè, mangiando il verde, i denti si consumano meno. Se si è certo di questa circostanza, si può dare al cavallo arditamente un anno di più di quello che mostrano i denti.

Oltre questo mezzo, vi sono de' segni dai quali si può conoscere l'età de' cavalli: questi segni possono, sopra tutto, contribuire a far scovrire le frodi che i sensali praticano per nascondere la di loro età. Gli scaglioni, la giallezza e la lunghezza dei denti; le conche incavate; le ciglia che incominciano ad imbianchire faranno distinguere che il cavallo è vecchio e che per conseguenza ha cessato di marcare. Se malgrado questi segni, le cavità de' cantoni non sono ancora appianate, bisogna supporle artificiali.

I sensali per formarle, usano indifferentemente il trapano, il bolino e l'acqua forte, e con qualche mastice oscuro imitano anche il germe di fava. In questo caso, gli scaglioni possono, al pari degli altri denti, dare dei forti indizj sull'età del ca-

vallo, ove se n' esamini con attenzione la lunghezza, la scannellatura (che si perde a misura che il cavallo invecchia) ed il colore, diventando allora gli scaglioni rotondi e spuntati. Sogliono inoltre i sensali limare i denti, sia per iscancellarne il giallo, sia per diminuirne la lunghezza, e così nascondere la vecchiaja del cavallo.

Nel primo caso sarà facile avvedersi della frode dallo smalto dei denti, il quale svanisce sotto la lima; nel secondo caso si osserverà che i molari, non potendo essere limati, non permettono, serrandosi la bocca, che gl' incisivi superiori si tocchino con gl' incisivi inferiori, e per conseguenza vi esiste un piccolo spazio vuoto tra loro.

Il germe di fava è anche un segno per conoscere l' età dei cavalli, ma come non solo non è costante, ma è soggetto anche ad essere alterato, sarà bene di non fidarvisi molto. Generalmente il germe di fava svanisce dai denti colla stessa progressione colla quale si appianano le cavità de' medesimi.

Si dice *fagiuolo* un cavallo il quale conserva naturalmente le cavità dei denti incisivi anche dopo gli otto anni. Il cavallo può essere fagiuolo con tutti gl' incisivi inferiori, colle picozze o coi medj, o coi soli cantoni. Per distinguerlo, basta paragonare la cavità dei denti fagiuoli colle cavità di quelli che non lo sono. Con questo paragone in cui si scorge alterata la progressione stabilita di sopra, colla quale si debbono appianare le cavità dei denti incisivi si eviterà di cadere in errore nell' assicurarsi dell' età del cavallo.

Se il cavallo è fagiuolo con tutt' i denti incisivi della mandibula inferiore, bisogna consultare quelli della mandibula superiore, nei quali è probabile molto che non lo sia. In tutt' i casi, quantunque il cavallo comparisca all' ispezione dei denti sempre giovane, l' esame degli altri segni di vecchiaja e specialmente degli scaglioni, faranno conoscere chiaramente ch' è fagiuolo.

Denominazione delle parti esterne del cavallo; loro difetti e malattie più comuni cui vanno soggetti.

Il cavallo si divide in cinque parti principali: testa, collo, colonne o treno anteriore, parte di mezzo e treno posteriore.

La testa si suddivide in: 1. Orecchie. 2. Nuca. 3. Fronte. 4. Ciuffo. 5. Conche. 6. Occhi. 7. Palpebre. 8. Tempie. 9. Ganasce. 10. Canale. 11. Guancia. 12. Naso. 13. Narici. 14. Bocca. 15. Labbro anteriore. 16. Labbro posteriore. 17. Mento. 18. Barbozza.

Il collo si suddivide in : 19. Cervice. 20. Criniera. 21. Gola.

Le colonne e treno anteriore si suddividono in : 22. Guidalesco o sia garrese. 23. Petto. 24. Spalle. 25. Punta delle spalle. 26. Braccio. 27. Gomito. 28. Collo o sia castagna. 29. Avanbraccio. 30. Ginocchio. 31. Stinco. 32. Tendine. 33. Nodello. 34. Sperone o fiocco. 35. Pastoja. 36. Corona. 37. Ugna. 38. Quarti. 39. Calcagni. 40. Suola. 41. Fettone. 42. Punta del piede.

La parte di mezzo si suddivide in : 43. Dorso. 44. Reni. 45. Coste. 46. Fianco. 47. Ventre.

Il treno posteriore si suddivide in : 48. Groppa. 49. Anche. 50. Punte dell' Ilio. 51. Tronco e coda. 52. Natiche. 53. Punte delle natiche. 54. Ano. 55. Testicoli e scroto. 56. Fodero e verga. 57. Coscie. 58. Grassella. 59. Gambe. 60. Garretto. 61. Punte del garretto. 62. Callo o sia castagna. 63. Stinco.

Le parti di ciò che rimane del treno posteriore seguono la denominazione di quelle del treno anteriore.

Esame delle parti della testa.

Orecchie — Le orecchie debbono essere piccole, diritte, giocanti e vicine tra loro. Nell' esaminarle vi si ponga il dito dentro, perchè avviene non di raro che i sensali v' introducono dei piccoli coni di carta, acciò il cavallo soleticato le porti dritte.

Nuca — La nuca sia senza cicatrici, creste, tumori o durezze. Molte volte i sensali usano, per quei cavalli che hanno le orecchie mal situate e pendenti, di fare un taglio sulla sommità della testa e riunirlo. Questo taglio cicatrizzandosi restringe la pelle e riavvicina le orecchie, ma è di poca durata ; perchè quando è guarito, la pelle si distende di nuovo e ritorna nello stato naturale. Per evitare di essere ingannato, si ponga la mano sulla sommità della testa, e se il cavallo è difficile a farvisi toccare, bisogna diffidarsene,

Fronte — La fronte sia ristretta e poco convessa.

Ciuffo — Il ciuffo dev' essere fino e ben disteso. L' osservatore alzerà il ciuffo, per vedere se vi esiste segno di qualche bottone di fuoco per causa di male di luna o di vertigine, detta volgarmente *capo storno*.

Conche — Le conche debbono essere piane ; quando sono incavate indicano spesso vecchiaja. I sensali, per nascondere questo segno di vecchiaja, vi praticano un buco col mezzo di uno spillone, a traverso del quale soffiano per sollevarle.

Questo rimedio dura poco, e quando se ne abbia sospetto, sarà facile assicurarsene passandovi un dito sopra e premendole con qualche forza. L'aria compressa sarà obbligata a sortirne, e compariranno le conche nel vero loro stato.

È da osservarsi che i poledri figli di cavallo vecchio sogliono avere la conche incavate.

Occhi — Gli occhi devono essere sinceri, vivaci, non troppo grandi, nè troppo piccoli, nè troppo sporgenti in fuori. Lo scolo delle lagrime è un segno periodico del male di luna. I sensali non mancheranno per altro di lavarceli bene prima di presentare il cavallo. Bisogna perciò tenerlo fermo per qualche tempo cogli occhi rivolti al sole. Il passare la mano avanti gli occhi per assicurarsi della vista del cavallo, è un mezzo poco sicuro, perchè il venditore esperto suole in quello stesso momento fingere di accarezzare il cavallo e pungerlo, e così obbligarlo a fare dei movimenti colle palpebre. Per non ingannarsi nella conoscenza dell' occhio del cavallo, è necessario situarlo colla testa all' ombra, ed osservare attentamente la grandezza della pupilla (1), indi rivoltarlo a poco a poco verso il sole. Se in tal passaggio la pupilla si va gradatamente restringendo, ed indi a misura che la stessa si rivolge di nuovo all'ombra si dilata, si potrà esser sicuro che la sua vista è buona.

È necessario avvertire, che se il cavallo è situato in un luogo dove abbia avanti di sè qualche oggetto di color bianco di mediocre estensione, p. e. un muro bene imbiancato ec., l' ingrandimento e diminuzione successiva delle palpebre non è sensibile all' occhio dell' osservatore.

Palpebre — La gonfiezza delle palpebre è un segno periodico del male di luna.

Ganasce — Le ganasce piccole, scarnate e ben disposte tra loro rendono la testa leggiera e contribuiscono alla bellezza dell' incollatura.

Canale — Il canale formato dallo spazio ch' esiste tra le due ossa delle ganasce inferiori, dev' essere bene incavato. Se è troppo stretto, il cavallo è obbligato spesso a portare la testa al vento per facilitarsi il respiro. Si deve osservare che non vi siano *glandule* o *tumori*, segni ambedue di *cimurro* e

---

(1) La pupilla è quella piccola apertura rotonda nell' uomo, ovale nel cavallo, messa nel centro dell' occhio e dotata di un moto, col quale si restringe e si allarga a misura che si presenta al sole o si volge verso lo scuro.

di *morva*. Avviene però qualche volta, che si presenta nel canale sotto la mano di chi osserva una durezza la quale può non essere nè glandula, nè tumore, ma essere prodotta da contrazione della lingua nelle parti interne della bocca.

È necessario perciò, nel momento stesso che una mano osserva il canale, coll' altra premere le barre del cavallo, per comunicare qualche movimento alla lingua; da questo movimento sentito dalla mano che tocca il canale, si potrà giustamente giudicare sulla natura della durezza osservata, la quale in questo caso diminuisce e svanisce intieramente se la lingua si estende fuori della bocca.

Naso e narici — Bisogna che il naso sia scarnato, le narici grandi e bene aperte. Se nello stato di riposo si aprono troppo nell' aspirazione, può essere effetto di febbre o mal di petto. Se la *membrana pituitaria* è di altro colore che il suo naturale rossosmorto, o se il *moccio* che ne scola non è fluido e chiaro, ma consistente, abbondante e fetido, bisogna credere il cavallo affetto di malattia di petto o di testa. Sogliono i sensali, per nascondere i mali de' quali lo scolo dà indizio, far delle siringhe nelle narici per minorarlo o migliorarlo. Per non essere ingannato, si farà legare il cavallo a lungo, acciò abbia la libertà di poter bassare la testa, e si guarderà per un pezzo in questo stato. Dopo qualche tempo cessa d'ordinario l'azione delle siringhe, e lo scolo riprende il suo colore e la sua qualità vera. Un tal esame sarà maggiormente necessario se il cavallo sternuterà spesso e forte, segno quasi certo che gli sono state praticate delle injezioni astringenti nelle narici.

Bocca — La bocca per essere ben conformata è necessario che non sia nè molto, nè poco squarciata; la lingua sottile e senza tagli; il canale dove riposa abbastanza profondo; le *barre* sane e poco carnose, mediocremente taglienti e rilevate; i denti ben disposti e senza sopradenti. Se l'orlo esteriore degl' incisivi è rotto, devesi ben osservare se l' animale ha il *tiro*.

Labbro anteriore e posteriore — Le labbra saranno fine e non rilasciate.

Barbozza o barboccia — Bisogna che non sia incallita, troppo piatta o carnosa per essere sensibile all' azione del barbozzale.

Esame delle parti del collo.

Collo — Il collo corto piano e carnuto è un segno quasi costante che un cavallo è pesante alla mano. Dev' essere bene

inarcato, montare in alto dal *guidalesco* in forma di collo di *cigno*, senza pendere da uno de' lati e senza che presenti nessuna *gobba* dalla parte di sotto. Benchè il collo qualche volta non sia pendente pure, e specialmente nei poledri, vi esiste sotto i crini un riempimento non naturale di carne, da cui in seguito si forma pendente, detto comunemente *lacerto*. Per iscoprire questo difetto si alzeranno i crini, e si toccherà con diligenza la sommità del collo.

Esame delle parti delle colonne e treno anteriore.

Guidalesco — Il guidalesco deve essere più alto della groppa e scarnato. Queste qualità indicano forza, leggerezza e libertà di spalla. Se è rotondo e carnoso, il cavallo può essere pigro e pesante. Questa conformazione difettosa del guidalesco, lo rende soggetto ad essere facilmente ferito dalla sella, e le piaghe che vi si formano possono divenire pericolosissime.

Petto — Il petto dev' essere sufficientemente largo: se sarà troppo stretto è un indizio di debolezza: se sarà troppo sporgente in fuori, il cavallo sarà pesante alla mano e facile a cadere: se si fanno vedere delle cicatrici su di questa parte sarà segno che il cavallo ha sofferto il male dell' *anticuore*.

Spalle e punte delle spalle — Le spalle conviene che sieno piatte, scarnate e seguano la proporzione del petto. Al pari di questo, se sono molto grandi e piene di carne, suole il cavallo essere pesante e facile ad inciampare. Si osserverà se vi esistono segni di vescicatorj o di laccio. Se ve ne sono, bisogna dedurne che il cavallo sia stato spallato o almeno abbia avuto degli umori fissati alle spalle.

Braccio ed avan-braccio — Il braccio e l'avan-braccio debbono essere di giusta lunghezza, scarnati e muscolosi. Se l'avan-braccio eccede un poco in lunghezza, il cavallo resiste più alla marcia; se al contrario è piuttosto corto, i movimenti del cavallo saranno più belli, ma si stancherà più facilmente.

Gomiti — I gomiti situati rimpetto alla *grassella* debbono essere meno distanti tra loro di quello che lo sono le spalle. Se si allargano di più il cavallo sarà *mancino indietro*; sarà *mancino in fuori* se si stringono al di là della proporzione indicata.

Ginocchi — I ginocchi debbono essere piatti, larghi, magri, col pelo liscio, senza *calli*, *sopr-ossi*, *cicatrici* o *crepaccie* ed in perfetto a piombo. Se sporgono in avanti si dicono *arcati*, difetto gravissimo qualunque ne sia la ragione: se sono

piegati in dietro si dicono *ginocchi bovini*, difetto grave benchè minore. I calli, i sopr-ossi, le cicatrici, o le crepaccie, impediscono d' ordinario la libertà de' movimenti ne'ginocchi.

Stinco — Lo stinco dev'essere in esatta proporzione coll' avan-braccio, dritto ed asciutto. Questa parte è spesso afflitta dai sopr-ossi i quali offendendo o il tendine o l' articolazione, fanno zoppicare il cavallo. I più perniciosi sono quelli chiamati *ossetti* che attaccano più particolarmente le articolazioni de' ginocchi e del nodello.

Tendine — Il tendine detto volgarmente il *nerbo* dev'essere grosso e distaccato dall'osso, perchè s'è troppo inerente, l'articolazione si piega meno facilmente.

Nodello — Il nodello dev' essere proporzionato alla grossezza della gamba ed esente da *calli*, *tumori* o *gallette* e che sia situato in modo, che la sua faccia anteriore si trovi due o tre dita circa, più indictro della corona. Se avanza al pari di questa ultima si dice il cavallo *dritto su i membri*, e per conseguenza è rovinato. Avviene, che il nodello è offeso quando il cavallo si taglia essendo mancino. Sarà facile distinguerlo dalla conformazione del treno anteriore del cavallo e dal segno che lasciano le piaghe nel pelo.

Fiocchi e sproni — Quando il cavallo è mancino in fuori il fiocco è rivolto in dletro; esso è rivolto in fuori allorchè è mancino in dietro.

Pastoja — La pastoja guardata di profilo dev' essere obliqua. Quando è troppo corta chiamasi *cortagiuntata*, rende il cavallo dritto su i membri, inciampa e si taglia facilmente. Quando la pastoja è lunga molto dicesi *lunga giuntata*. Il tendine bassandosi molto si distende troppo, ed il fiocco arriva quasi a toccare la terra; allora il cavallo fa facilmente de' passi falsi per il poco vigore del tendine suddetto. Si osserverà che nella parte posteriore della pastoja non vi siano *crepaccie*, *formiche* o *porri*, mali che renderebbero l' animale zoppo, o almeno lo farebbero soffrir molto nelle marce.

Corona — La corona deve accompagnare la rotondità delle unghie senza sormontarle; dev' essere senza segno d' offesa o di malattia, Le *sovraposte*, gli *ascessi* e le *ulceri* sono molto pericolose in questa parte. La *formella* è un tumore che si forma sulla corona, il quale s' incallisce dopo l' infiammazione. I piedi piatti e bassi di quarti vi sono più soggetti.

Piede, unghia, quarti, calcagni, fettone e punta del piede — Il piede dev' essere in proporzione della corona la quale si suppone proporzionata al nodello, e questo allo stin-

so. Se appena sortito dalla corona si spande eccedentemente, il cavallo sarà pesante e facile ad inciampare. Questa conformazione annunzia un' unghia molla e grossa, e per conseguenza facile a lasciare il ferro ed a far zoppicare il cavallo. Se invece il piede conserva nella sua base una grandezza quasi eguale alla corona, sarà allora troppo piccolo e difettoso. L' unghia ne sarà secca e *vitrea*. Un piede costruito in tal maniera è facile a perdere il ferro ed a zoppicare per mancanza di nudrimento.

L' unghia dev' essere liscia e senza disuguaglianza. Bisogna osservare colla più gran diligenza che non vi siano nè *solchi*, nè *cerchi*, nè *cordoni*, nè *crepature*, tutti segni di mali estremamente perniciosi, come *setole*, e sopratutto *falsi-quarti*. Si avrà cura egualmente di esaminare se vi esiste sull' unghia un certo mastice che ne imita perfettamente il colore, e di cui i sensali si servono per coprire le crepature, i solchi ed i cordoni i quali risultano dai falsi-quarti.

I quarti ed i calcagni devono essere mediocremente ed egualmente alti, sodi, nè troppo, nè poco serrati tra loro. Il di sotto del piede piuttosto concavo, colla suola abbastanza dura e col fettone nè troppo dilatato, molle e grasso, nè troppo ristretto, duro ed arido.

Parte di mezzo.

Dorso — Il dorso dev' essere poco piegato e fermo. Se guardato di profilo è troppo concavo è difettoso, ed è difettoso pur anche se è troppo convesso. Nel primo caso si dice *dorso insellato*; nel secondo *da mulo*. Il dorso da mulo è preferibile al dorso insellato; benchè quest' ultimo rende i movimenti del cavallo più piacevoli. Si dice il cavallo *doppio di schiena e di reni* quando un solco li divide in due nella loro lunghezza, ed è questo un segno di forza egualmente che il dorso da mulo. I cavalli però che sono in tal guisa conformati, hanno i movimenti molto duri e sono difficili ad insellarsi. Quelli che sono insellati sono per lo più deboli, difficili a potervisi bene adattare la sella e facili ad essere feriti dalla stessa, specialmente sul guidalesco.

Reni — Le reni debbono essere ben quadrate e poco elevate. Le reni corte hanno i movimenti duri e le lunghe sono deboli. Quando il cavallo ha sofferto degli sforzi nelle reni, strascina le gambe e cade facilmente nel rinculare.

Coste, fianco e ventre — Le coste molto rotonde costituiscono la schiena larga e sono quelle che si desiderano. Le coste dritte lasciano poca libertà ai polmoni, causa di molte malattie di petto.

I movimenti de' fianchi debbono essere uguali e placidi: sempre che saranno agitati ed in due tempi, sarà segno sicuro che il cavallo è *bolso*.

La bolsia si conosce anche dalla contrazione dei muscoli dei fianchi i quali si mostrano come due cordoni fortemente tesi, che dal fodero passando per il luogo dove si mettono le cigne si prolungano verso le coste.

Treno posteriore.

Groppa, anche e punte dell' ilio — La groppa dev' essere conformata in modo, che guardata di profilo o altrimenti, presenti sempre agli occhi un arco uguale ad un terzo di cerchio. Le anche, ovvero le *ossa iliache* che stanno ai loro lati, non esternino troppo le di loro punte. Se una delle punte è depressa il cavallo si dice *scioffato*. I movimenti delle anche corte sono aspri, perchè il treno posteriore del cavallo è meno *assettato*. I movimenti delle anche lunghe sono più dolci; in questo caso i garretti sono meglio conservati, ma le anche saranno piuttosto deboli.

Tronco e coda — La coda ligata alta è preferibile alla coda ligata bassa. Questa parte è soggetta alla scabbia e ad alcune piccole ulceri, che ne rodono e fanno cadere i crini. Il tronco dev' essere fermo, di un certo volume, sodo e ben coperto di crini.

Natiche, loro punte ed ano. — L' ano molto incavato e movente è un segno di vecchiaja. Bisogna osservare se ne sorte un certo umore biancastro, il quale indicherebbe qualche malattia interna. Questa parte suol essere afflitta internamente dai *porri* e dalle *tarme* le quali compariscono sino all'orificio.

Testicoli e scroto; fodero e verga — I testicoli debbono essere piccoli e non rilasciati. Si avrà cura di badare che tanto nello scroto, quanto nel fodero non vi siano cicatrici, nè enfiagioni, dipendenti da riempimento sia di aria, sia di acqua.

Coscia e grassella — Le coscie saranno consistenti e muscolose. Questa parte può essere offesa da una caduta o da una *distrazione* che si dice ordinariamente *sforzo*. Da questo sforzo i muscoli della coscia si contraggono così fortemente, che l' anca ne soffre ed il cavallo la strascina e zoppica.

Gambe — Le gambe bisogna che sieno forti e muscolose. Quando sono a giusta distanza tra loro scenderanno in modo, che impediscono al cavallo di *sedersi* ed *unirsi*.

Garretti e loro punte — I garretti conviene che sieno larghi, forti, secchi (con tutte le ossa apparenti), nè troppo, nè poco piegati, esenti da tumori duri e molli che impediscono il loro libero movimento; come *cappelletti*, *colandre*, *vescicconi*, *cerchi* ec. ed infine che non sieno troppo serrati tra loro. Il movimento straordinario e violento del male dello *spavento* stanca così fortemente i garretti, che s' indeboliscono al punto da far zoppicare il cavallo.

Stinco, tendine, nodello, sperone, pastoja, corona ec. — Si osservi ciò che se n' è detto parlando del treno anteriore.

CAPITOLO II.

De' differenti manti, della ferratura, e del morso.

De' manti.

I manti si dividono in semplici e composti. Semplici sono quelli che hanno un colore unico; i composti hanno i peli di differenti colori.

Morello — Il cavallo morello ha il pelo nero e si distingue in morello *maltinto* e morello *fino*. Nel maltinto si osserva un certo colore rossiccio, il quale varia più o meno; questo manto è comunissimo.

Il morello fino è più vivo, più lucido e di un bellissimo e perfetto nero, ed è più raro del maltinto.

Bajo — Il manto bajo è formato da un colore *rosso-oscuro* che si avvicina a quello della scorza della castagna, ed ha la coda, i crini e l'estremità nere. Questo manto è estremamente comune, e se ne distingue di differenti specie, cioè: bajo *scuro*, bajo *castagno*, bajo *dorato*, bajo *lavato*, e bajo *rotato*.

Il bajo scuro è quasi un morello. Se il cavallo ha delle marche rossicce al naso, ai fianchi o nel basso delle natiche, dicesi allora ch'è marcato di fuoco.

Il bajo castagno è del colore di una castagna.

Il bajo dorato guardato al sole, tira e risplende come l'oro.

Il bajo lavato è quello che ha il muso, i fianchi ed una porzione del ventre molto scoloriti e di una tinta quasi bianca.

Il bajo rotato ha dei segni più chiari, o più oscuri, che rendono *pomata* la groppa, e la diversifichino dal resto del manto.

Sauro — Il sauro è un colore che tira sul rosso e sulla cannella: ve ne ha di diverse specie, cioè: sauro *dorato*, sauro *bruciato*, sauro *coda e crini bianchi* o sia *pelo di vacca*, e sauro *lavato*.

Il sauro dorato rassomiglia molto al bajo dorato, ma conserva i crini e la coda dello stesso color del manto.

Il sauro bruciato ha il pelo bruno, coda e crini dello stesso colore.

Il sauro con coda e crini bianchi, o *pelo di vacca*, ha il pelo bruno, ma la coda ed i crini bianchi.

Il sauro lavato ha il pelo bruno, il muso, il ventre e l'estremità quasi bianche.

Storno o grigio — Questo manto è generalmente un miscuglio di bianco e di nero.

Si distinguono varie specie di storni, cioè: lo storno *corvo*, o sia *stornello*, lo *storno*, storno *argentino*, storno *melato*, storno *moscato*, storno *moscato melato*, storno *tizzonato*, e storno *tigrato*.

Lo storno si dice corvo o stornello quando il nero è in una proporzione maggiore del bianco. Se i crini dell'animale saranno bianchi, più bello ne sarà il manto.

Si chiama storno quando nei peli regna ugualmente il nero ed il bianco.

Nello storno argentino si osserva che il bianco è più abbondante che il nero.

Dicesi storno melato nel caso vi sia mischiato un poco di pelo bajo o scuro; a questo manto se li dà più comunemente la denominazione di *vinato* o *sanguigno*.

Lo storno moscato è sparso di piccole macchie nere.

Diventa storno moscato-melato quando queste macchie o *mosche* sono di colore bajo o sauro.

Lo storno tizzonato è quando le macchie nere e bianche sono sparse in maniera, che sembrano fatte come un tizzone.

Questa variazione dello storno è rarissima.

Si chiama storno tigrato se le macchie nere sono di una certa grandezza e divise con ordine.

Zucchero e cannella — Questo manto ha il pelo misto di bianco e di bajo o sauro. Il muso è bajo o sauro, la coda, i crini e l'estremità sono saure o nere.

Testa di moro — Il testa di moro è un misto di bianco e di nero. Questi due colori si vedono distribuiti con una certa uguaglianza, ma il cavallo deve avere sempre la testa, i crini, la coda e l'estremità nere.

Sorcigno — È del colore del *sorcio* avendo spesso una striscia nera sulla spina, crini e coda nera, e qualche volta avendo i crini più chiari della coda.

Perlino — Il *perlino* è un colore tra il bianco ed il giallo: i crini e la coda sono un poco più oscuri del manto e del colore del grano. Questi cavalli hanno costantemente gli occhi cerulei.

Falbo — Ha il *falbo* il pelo composto di bianco e di giallo; il giallo, è sovente assai carico; i crini e la coda sono sempre neri, e quasi sempre sono nere anche le gambe; qualche volta hanno una striscia nera sul dorso a guisa di mulo. Quando nel mischio de' peli vi è un poco di nero, il falbo prende il nome di falbo *acerbo*. Nel falbo *lavato* vi domina molto il bianco.

Isabella — Questo manto ha il pelo più giallo che bianco e somiglia al falbo, differendo da questo nella coda e nei crini i quali sono costantemente bianchi.

L' isabella è più o meno chiaro.

Fior di persico — È un miscuglio confuso di bianco, di scuro, di bajo e d'isabella, onde nasce un colore che si approssima al fior di persico; l'estremità spesso sogliono essere bianche, la coda ed i crini dello stesso colore del manto o bianchi.

Pezzato — Nei cavalli *pezzati*, il fondo del manto è sempre bianco, ma le grandi macchie di cui è sparso possono esser nere, baje e scure, ed allora il cavallo si dirà *pezzato-morello*, *pezzato bajo* o *pezzato sauro*.

Perfetto bianco — Vi sono de' cavalli, benchè rari, i quali portano dalla nascita un pelo perfettamente bianco e lucido. Comunemente i cavalli storni diventano bianchi a misura che invecchiano.

Tutt' i manti possono essere *pomati* o *rotati*: si dice pomato o rotato quando vi si osservano delle macchie dello stesso colore del manto, ma più chiare o più brune, le quali regnano sopra tutto il corpo e sulla groppa del cavallo, e formano delle onde sul resto del pelo.

Questo è un pregio che rende i manti più belli.

I manti di colore unico che non abbiano nè *stelle*, nè altre marche, e che non sieno *balzani* si chiamano *zaini*.

Se i cavalli morelli, baj o sauri sono sparsi naturalmente di qualche pelo bianco qua e là sul corpo si chiamano *rabicani*.

Un cavallo si dice *macchiato di ladro* quando si scorgono intorno ai suoi occhi ed al suo muso delle macchie formate dalla mancanza del pelo.

Si chiama *balzano* allorchè è marcato di bianco al di sopra della corona. Se il bianco oltrepassa il nodello si dirà *calzato*. Quando esiste sulla fronte del cavallo una macchia bianca che figura quasi una stella si dice *stellato*.

Se questa si prolunga si chiama *stella allungata* o *prolungata*.

Il cavallo *sfacciato* è quello che ha sulla fronte una grossa macchia bianca la quale si estende fin presso il naso.

Quando il cavallo è macchiato di bianco sia ad uno o ad ambedue le labbra si dice *beve in bianco*

Si dirà il cavallo aver gli *occhi d' argento*, se avrà gli occhi cerulei o bianchi.

Nozioni generali sulla ferratura.

È necessario conoscere il piede del cavallo, per potervi adattare una ferratura che lo rinforzi senza offenderlo.

La parte interna del piede è formata da un osso spungoso il quale ha la figura del piede esterno ; la carne che vi è disotto chiamasi la *suola carnosa*, e quella che vi esiste intorno dicesi *carne accanalata*.

L'*unghia* è la materia cornea che la circonda come una muraglia, ed è destinata a preservarla.

I *calcagni* sono le parti che cominciano dopo i quarti, e formano due archi che si voltano convessamente sul di dietro. In mezzo ed al di sotto del piede, il *fettone* garentisce la suola cornea la quale è inerente alla suola carnosa, e tiene i talloni nella di loro giusta distanza.

Il ferro è destinato a rinforzare il piede e si divide in *punta*, *bracci* e *talloni*.

La forma del ferro deve seguire esattamente la figura del piede, tranne che ne' casi in cui debba ripararne qualche difetto. La sua figura ovale in parte è vuota nel mezzo, garentisce la muraglia senza comprimere la suola carnosa e lo rende leggiero.

Il ferro nel piede buono dev' essere uguale in doppiezza da per tutto.

I *bracci* del ferro alquanti corti e stretti nei *talloni* lasciano più liberi i calcagni i quali posando sino a terra, il piede è più assicurato.

La *punta* di esso un poco rialzata facilita i movimenti.

I *buchi*, destinati ad introdurvi i chiodi, devono essere concavi abbastanza per riceverne la testa ; di maniera che non sorta al di sopra del livello del ferro.

Si dice *forar grasso* quando i buchi dove devono entrare i chiodi sono distanti dalla periferia esterna del ferro.

Si dice *forar magro* allorchè vi sono più vicini.

La *lama* de' chiodi sarà sottile e piatta.

Bisogna fare la più grande attenzione nel dirigere la punta de' chiodi nell' unghia, internandola troppo si comprimerebbe e forse anche si ferirebbe la suola carnosa, ed allora il cavallo sarebbe *inchiodato*. Se s' interna troppo poco, il ferro cade facilmente e l' unghia è facile a *scrostarsi*.

Prima di applicare il ferro al piede si osserverà se la suola cornea è abbastanza bassa per non essere compressa dal ferro; s' è troppo rilevata si ribasserà coll' *incastro*, e si toglierà pure la parte dell' unghia eccedentemente cresciuta e maltrattata dalla ferratura antecedente. Si sfogheranno, ma molto moderatamente, i fettoni ed i quarti, e si baderà che questi ultimi siano uguali tra loro.

Coll' incastro si cercherà di praticare in quella parte dell' unghia, sulla quale deve poggiare la periferia interna del ferro, una leggiera concavità, la quale eviterà ogni specie di premitura. Dalla metà poi del ferro sino alla sua periferia esterna, deve il piede essere così legato al ferro istesso, che debbono formare, per così dire, un corpo solo.

Infine si avrà attenzione di pareggiare l' ugna in modo che tutte le sue parti posino ugualmente sul ferro e che il piede lavori dritto e giusto sulla base, osservato tanto di fronte che di fianco.

Non è da proscriversi l' uso di applicare il ferro rovente sul piede: ciò che si dice *ferrare a caldo*, per marcare le punte più rilevate ed ineguali dell' ugna, e poi pareggiarla coll' incastro. Sarebbe però dannoso il tenere il ferro rovente per un tempo considerevole sull' ugna del cavallo.

Applicato ed inchiodato il ferro, si ribatteranno le punte de' chiodi nell' ugna dirigendole in modo che si trovino sull' istessa linea; si anderà lisciando colla *lima* l' orlo dell' unghia che sporge fuori del ferro, e si limeranno altresì tutte le disuguaglianze che vi saranno sulla parte esterna della muraglia.

Se il piede è difettoso bisogna, nel ferrarlo, riparare, per quanto è possibile, i difetti della natura.

I piedi *piatti* e bassi di calcagni sono soggetti ad essere inchiodati facilmente. Si avrà per consegnenza molt' attenzione nel dirigere i chiodi nell' ugna: il ferro, in questo caso, deve essere un poco più stretto del piede.

Quando i quarti sono bassi molto si cercherà di abbassare

la muraglia per uguagliare il piede, e i talloni del ferro, saranno un poco più lunghi per garentire i quarti.

Il piede *incastellato* si prepara coll' abbassare il più che si può, e proporzionatamente i quarti, senza però angustiare il fettone.

I talloni saranno un poco più pieni di dentro, acciò i quarti e le calcagna siano obbligati ad allargarsi. Bisogna allora sfogar poco o niente le calcagna, perchè dal vuoto che vi lascerebbe l' incastro ne risulterebbe, che invece di allargarsi si stringerebbe, avendo tolto di mezzo gli appoggi che li tenevano separati.

Se il cavallo si taglia per debolezza, bisogna cercare altrove il rimedio per ovviare a questo inconveniente. Se si taglia per difetto di conformazione essendo mancino in dentro o in fuori, è difficile il rimediarvi per mezzo della ferratura. Pure può giovare di abbassare un poco l' ugna dalla parte verso la quale sono mancini, e fare che il ferro sia piuttosto un poco indietro del livello dell' ugna dalla parte interna del piede. I cavalli che *si arrivano* debbono avere i ferri corti di talloni nei piedi d' avanti, e corti nelle punte in quelli di dietro. Giova benanche bassare un poco i quarti de' piedi di dietro.

I ferri a *ramponi* e con *bottoni* non debbono usarsi che in qualche caso di difetto gravissimo o malattia nell' ugna, ovvero quando il cavallo avesse bisogno di essere ferrato a ghiaccio.

Del morso.

Il *freno*, le due *aste* ed il *barbozzale* sono le quattro parti principali del *morso*, le quali agendo insieme o tra loro di accordo, forzano il cavallo ad obbedire.

Oltre a queste quattro parti principali si osservano nel morso i *perni dell' incastratura*, i *molinelli* de' porta-redini, gli *anelli*, i *molinelli* della *catenella*, la *catenella*, l' *esse*, l' *uncinetto* e gli *scudi*.

Il freno si divide in *canne* e *libertà della lingua*.

Le canne avvalorate dall' azione del barbozzale e delle aste agiscono sulle barre e determinano il cavallo ad obbedire. La libertà della lingua serve a non comprimere la lingua e a lasciar libera l' azione delle canne sulle barre.

Le aste servono per far agire il freno ed il barbozzale. Esse si dividono in *occhio delle aste*, *buchi dell' incastratura*, ed *estremità dell' asta*.

40

L' occhio dell' asta è destinato a ricevere il porta-morso. I buchi dell' incastratura sono necessarj per fissare i perni del freno nell' asta. L' estremità delle guardie (o aste) serve a collocare i molinelli de' porta-redini e della catenella.

Il barbozzale forma il punto di appoggio del *bilico* di cui le aste fanno l' effetto; è chiaro quindi che cospira insieme colle canne e colle aste a forzare il cavallo acciò obbedisca.

Si divide in *maglie* ed *anelli*. Questi anelli servono ad unire il barbozzale all' uncinetto ed all' esse e sono tre; de' quali uno dalla parte dell' esse, e due da quella dell' uncinetto.

L' esse serve a fissare il barbozzale al morso; e l' uncinetto ad aggrapparlo. Gli scudi cuoprono i perni dell' incastratura ed abbelliscono il morso al quale sono inchiodati per le loro estremità.

Per adattare un morso al cavallo bisogna esaminarne diligentemente le sue barre, la lingua, il canale dove riposa, la parte interna delle labbra e la barboccia; le guardie (o le aste del morso) devono seguire la proporzione del collo, ed il barbozzale la sensibilità della barboccia.

CAPITOLO III.

Denominazione delle parti esterne della sella veduta di profilo e di sotto, e della briglia.

Parti esterne della sella veduta di profilo.

Cavalleria e Dragoni.	Cavalleria leggiera.
idem	1. Sedile.
idem	2. Bande.
idem	3. Rivettino del sedile.
idem	4. Cappelletto.
Arcione d'avanti.	5. Piccola paletta d' avanti o pomo della sella.
Arcione di dietro.	6. Paletta di dietro.
Rivettino dell'arcione.	7. Rivettino.
idem	8. Contro-cigna.
idem	9. Anello e correggia della valigia.
Id. del moschetto.	10. Anello e correggia della carabina.
Id. del moschetto.	11. Grappa e correggia del porta-carabina.
Porta moschetto.	12. Porta carabina.
idem	13. Grappa e correggia del cappotto.
idem	14. Grappone delle fonde.

Sella veduta di sotto.

Cavalleria e Dragoni.	Cavalleria leggiera.
idem	1. Pannello.
idem	2. Sfogo del guidalesco.
idem	3. Occhi del pannello.
idem	4. Fibbia e contro-punta del pettorale.
idem	5. Porta-staffe.
idem	6. Sfogo dei reni.
idem	7. Ciappa della groppiera.
idem	8. Porta-cuscinetto.
	Fonda.
idem	1. Cerchio di ferro.
idem	2. La cucitura.
idem	3. Correggia della fonda e del cappotto.
idem	3. *bis*. Piccola mezza correggia della sacchina e della musetta.
idem	4. Anello per le pistole.
idem	5. Piccole corregge della fonda.
	Staffa.
idem	1. Occhio della staffa.
idem	2. Archi.
idem	3. Base della staffa.
idem	4. Staffile, passante e fibbia.
	Pettorale.
idem	1. Lati del pettorale.
idem	2. Fibbia del pettorale.
idem	3. Mezza-martingale e sua fibbia.
idem	4. Rosa del pettorale.
idem	5. Tondi della fonda.
	Groppiera.
idem	1. Correggia e fibbia.
idem	2. Forchetta.
idem	3. Sotto-coda.
	Coscinetto veduto di sopra.
idem	1. Piccole corregge per fissarlo alla sella.
idem	2. Rivettino del cuscinetto.
idem	3. Passante del cuscinetto.
	Coscinetto veduto di sotto.
idem	1. Occhio del cuscinetto.
	Cigna.
idem	1. Cigna e fibbia.
	Sopra-cigna.
idem	1. Passante della cigna.

Cavalleria e Dragoni.	Cavalleria leggiera.
idem	2. Fibbia della cigna.
idem	3. Correggia della cigna.
idem	4. Punta della cigna.
idem	5. Correggia di carica.
	Briglia.
idem	1. Sopra-testa.
idem	2. Contro-punte del facciale.
idem	3. Facciale e fibbie.
idem	4. Porta-morso.
idem	5. Passante del porta-morso.
idem	6. Contro-punta del sotto-gola.
idem	7. Sottó-gola, fibbia e passante.
idem	8. Mezza luna e passante.
idem	9. Frontale.
idem	10. Croce del frontale.
idem	11. Rosetta.
idem	12. Musaruola con fibbia e passante.
idem	13. Le redini.
idem	14. Fibbie e passanti delle redini.
idem	15. Passante corsajo.
	Filetto.
idem	1. Facciale con fibbia e passanti.
idem	2. Morso ed anelli.
idem	3. Redini.
	Briglione per abbeverare.
idem	1. Sopra-testa.
idem	2. Contro-punta del facciale.
idem	3. Facciale e fibbia.
idem	4. Contro-punta del sotto-gola.
idem	5. Sotto-gola.
idem	6. Frontale.
idem	7. Morso ed anelli.
idem	8. Sbarre del morso.
idem	9. Redini.
	Cavezza.
idem	1. Sopra-testa con passante.
idem	2. Facciale.
idem	3. Sotto-gola.
idem	4. Musaruola.
idem	5. Ronzale di cuojo.
idem	6. Uncinetto.
idem	7. Sbarra.

INDICE.



NOZIONI DI GEOMETRIA PIANA.

NOZIONI DI GEOMETRIA SOLIDA.

NOZIONI DI GEOMETRIA PRATICA.

NOZIONI GENERALI SULLE ARMI PORTATILI, SULLA CONFEZIONE DE' CARTOCCI E SUL TIRO DELLE ARMI DA FUOCO PORTATILI.

ISTRUZIONI PER LE TRUPPE LEGGIERE IN CAMPAGNA.

NOZIONI GENERALI CIRCA IL METODO DI ESAMINARE UN CAVALLO, LA DENOMINAZIONE DELLE SUE PARTI ESTERNE, DE' DIVERSI MANTI, E QUELLA DEL MORSO DELLA SELLA DELLA BRIGLIA.

FINE.



ERRATA CORRIGE.

Pag.	Linee	Errori	Correzioni.
129	32	i lati rispettivamente uguali	i lati e gli angoli rispettivamente uguali
»	35	DB = FH	DB = FH, e l'angolo CAB = all'angolo CEF, e DBA = HFE
131	24	lo è la MA	lo è la MH
137	9	le due linee DF, FG	le due linee DF, FE
141	24	il lato del pentagono	il lato del decagono
»	26	la circonferenza nel punto B, fatto centro B e l'istesso intervallo si ha il secondo punto C, e così seguitando gli altri D, E; ed allora uniti questi punti	la circonferenza nel punto m, fatto centro m e l'istesso intervallo si ha il secondo punto B, e così seguitando gli altri punti n, C, o, D ec.; ed allora uniti i punti A, B, C, D, E
153	10	è la retta ME	è la retta MC,
»	16	col piano MN	col piano AB
167	14	(fig. 92) la piramide ABCDEF	(fig. 83) la piramide SABCDE
»	34	(fig. 90)	(fig. 87)
»	35	all'estremo A del raggio AI	all'estremo B del raggio EB
»	36	tirato il piano GAH perpendicolare al raggio AI il piano GAH	tirato il piano SB perpendicolare ad EB il piano SB
168	6	(fig. 90)	(fig. 87)
191	29	sopra DG	sopra DE
199	4	è la distanza MA	è la distanza perpendicolare MA
209	33	il rettangolo ABCD	il rettangolo MNPQ







B

C

F

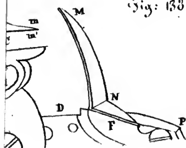
A

Fig. 8

D

M




Fig: 138.
M
m
m'
N
D
F
P





